

Ewa Dudek-Dyduch\*, Tadeusz Dyduch\*

## **Synchronizacja wzajemnie uwarunkowanych cyklicznych procesów produkcyjnych**

### **1. Wprowadzenie**

Artykuł dotyczy modelowania, analizy i sterowania dyskretnymi procesami technologicznymi, w których sekwencje operacji realizowane są cyklicznie. Występujące w nich uwarunkowania organizacyjno-technologiczne powodują różnego rodzaju zależności i ograniczenia dotyczące kolejności podejmowanych czynności oraz momentów ich rozpoczęcia, a także kończenia. Sterowanie polega na ustaleniu momentów rozpoczęcia kolejnych operacji przy zakłóceniach polegających na fluktuacjach czasów normatywnych operacji. Trudność sterowania takim procesem polega na tym, że każde opóźnienie rozpoczęcia operacji przenosi się na opóźnienie operacji nie tylko w jednym cyklu, lecz też przenosi się na cały proces powodując zakłócenia pracy kolejnych cykli.

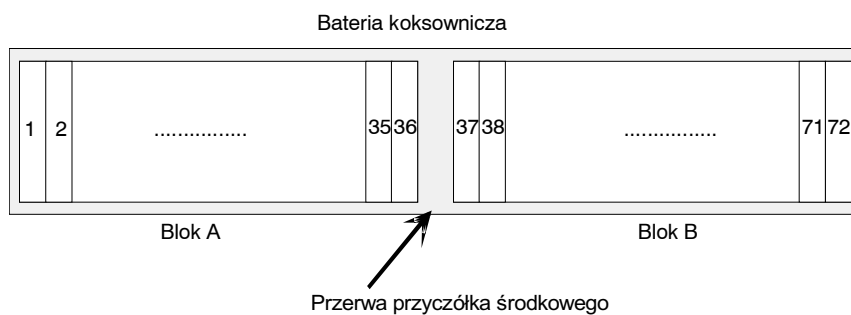
Celem artykułu jest zaproponowanie metody sterowania bazującej na wprowadzonym pojęciu harmonogramu wzorcowego. Rozważanym w artykule cyklicznym procesem jest proces wytwarzania koksu w baterii koksowniczej w hucie. W pierwszej części artykułu opisany został sam proces wytwórczy. W drugiej sformułowano model matematyczny zakładający stałe czasy obsługi. Część trzecia dotyczy procesu, w którym uwzględniono losowe fluktuacje czasów wykonywania poszczególnych czynności. Przedstawiono w niej analizę procesu, zaprezentowano algorytm sterowania, w oparciu o koncepcję tzw. harmonogramu wzorcowego. Artykuł stanowi kontynuację badań przedstawionych w [1].

### **2. Opis procesu technologicznego**

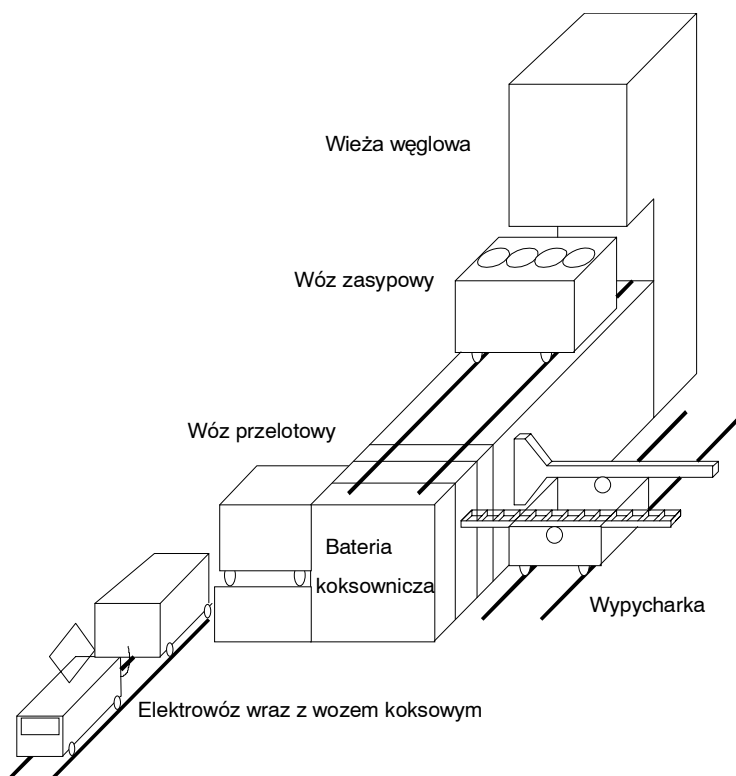
Blok koksochemiczny jest częścią Wydziału koksochemicznego, na którym produkowany jest koks. Rozważana bateria koksownicza [2] jest to zespół 72 komór koksowniczych, zgrupowanych w dwa bloki po 36 komór, umieszczone w jednej osi (rys. 1). Łączna długość baterii koksowniczej wynosi około 90 metrów. Pojemność jednej komory to około 24 tony mieszanki węglowej. Rysunek 2 przedstawia schematyczny wygląd piecowni. Wieża węglowa jest magazynem mieszanki węglowej, dostarczanej z zewnątrz. W dnie wieży znajdują się zespoły zaworów, służące do napełniania wozu zasypowego.

---

\* Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków



**Rys. 1.** Schematyczny widok baterii koksowniczej z boku  
Opis w tekście

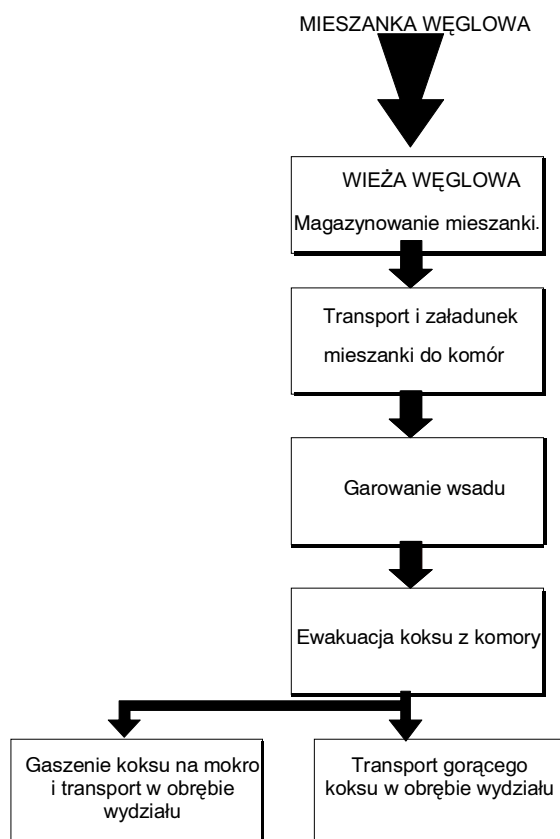


**Rys. 2.** Schemat piecowni

Wóz zasypowy jest to urządzenie, służące do transportu mieszanki węglowej z wieży węglowej do komór koksowniczych. Jednorazowo wóz zasypowy może przetransportować zapas mieszanki, pozwalający na wypełnienie jednej komory, zatem każdorazowo po zasypaniu komory wóz podjeżdża pod wieżę węglową celem napełnienia zasobników.

Wypycharka jest odpowiedzialna za wyrównywanie mieszanki podczas zasypywania oraz wypchnięcie gotowego koksu. Do wyrównywania mieszanki węglowej służy drąg wyrównawczy. Do wypchnięcia gotowego produktu służy drąg wypychowy.

Zadaniem wozu przelotowego jest połączenie wylotu komory z pojemnikiem wozu koksowego na czas wypychania koksu z komory. Elektrowóz wraz z wozem koksowym odpowiada za transport gotowego koksu do wieży suchego gaszenia. Rysunek 3 przedstawia schemat działania Bloku koksochemicznego.



Rys. 3. Schemat technologiczny pracy Bloku koksochemicznego

Praca Bloku koksochemicznego składa się z cyklicznie wykonywanych czynności. Za punkt startowy cyklu obsługi komory [2, 3, 5] przyjmujemy stan, w którym komora jest pusta i rozpoczyna się jej zasypywanie. Wóz zasypowy przejeżdża nad komorę przeznaczoną do zasypywania, po czym następuje zasypywanie komory z równoczesnym wyrównywaniem. Rozpoczyna się proces garowania wsadu trwający przeciętnie 16 godzin. Po upływie tego czasu maszyny otrzymują polecenie wykonania czynności wypchnięcia. W operacji tej uczestniczą wszystkie maszyny. Wypycharka ma za zadanie wypchnięcie koksu z komory

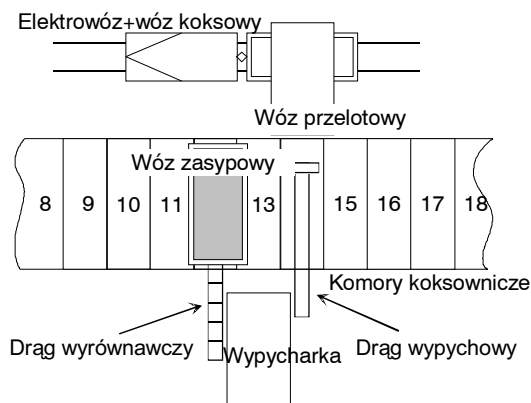
za pomocą drąga wypychowego. Koks trafia do wozu koksowego poprzez wóz przelotowy i przewożony jest do instalacji suchego gaszenia. Opróżnienie komory kończy cykl jej obsługi. Opisana powyżej obsługa powtarza się dla każdej z 72 komór baterii koksowniczej.

Czas garowania, czyli przebywania węgla w komorze, powinien wynosić 16 godzin [2]. Komora powinna pozostawać pusta przez możliwie krótki okres. Związane jest to z możliwością uszkodzenia ścian komór przez wysoką temperaturę. Z ograniczenia tego wynika reguła: „Zasyp komorę zaraz po jej wypchnięciu”. W operacji zasypywania konieczny jest udział zarówno wozu zasypowego, jak i wypycharki, mającej za zadanie wyrównywanie wsadu. W operacji wypchnięcia muszą brać udział wszystkie maszyny, tj. wóz zasypowy, wóz koksowy, wypycharka i wóz przelotowy. Poszczególne maszyny wykonują swoje czynności sekwencyjnie. Wyjątkiem od tej reguły jest wypycharka. Może ona równoległe operować drągiem wyrównawczym i drągiem wypychowym.

### 3. Analiza obsługi baterii

Cykl pracy pojedynczej komory baterii koksowniczej składa się z czterech faz.

1. Zasypywanie mieszanką węglową z równoczesnym wyrównywaniem naboju.
2. Proces garowania (wypalania węgla na koks).
3. Wypchnięcie gotowego koksu.
4. Oczekiwanie pustej komory na ponowne napełnienie.



**Rys. 4.** Rozmieszczenie maszyn podczas łączonej operacji zasypu-wypchnięcia  
Opis w tekście

Istnieje możliwość zasypywania komory  $i$ -tej z równoczesnym wypchnięciem komory  $i+2$  i tak obsługiwane są tzw. „komory standardowe” [3, 5]. Rysunek 4 przedstawia schematyczne ustawienie maszyn podczas połączonej operacji obsługi. Operacja ta składa się z operacji zasypywania i wypychania, wykonywanych jednocześnie. Po zakończeniu cyklu obsługi pary komór  $\{i, i+2\}$  (zasypywanie  $i$ -tej i wypchnięcie  $i+2$ ) maszyny zostają przesta-

wione i może rozpocząć się obsługa pary komór  $\{i+2, i+4\}$ . Normatywny czas wykonania łącznej operacji zasypania i wypchnięcia wynosi  $\Delta t^a = 11 \text{ min } 40 \text{ s}$ .

Komory nr 01, 02, 35, 36, 37, 38, 71, 72 (rys. 1), zwane „komorami skrajnymi” [2], nie mogą być obsługiwane w ramach połączonej operacji zasypu-wypchnięcia. Komory 1, 2, 37, 38 są osobno wypychane natomiast zasypywane łącznie z kolejnymi. Komory 35, 36, 71, 72 są osobno zasypywane natomiast wypychane łącznie z kolejnymi. Pozwala to przyjmować dla obliczeń liczbę komór obsługiwanych indywidualnie jako równą 4 oraz liczbę komór obsługiwanych w cyklu łącznym jako równą 68.

Przyjmując współbieżną pracę wypycharki podczas łącznej operacji zasypu-wypchnięcia komór standardowych oraz indywidualną obsługę komór skrajnych normatywny czas obsługi całej baterii koksowniczej wynosi 14 godz. 34 min 32 s, jest więc mniejszy o 1 godz. 25 min i 28 s od czasu garowania w komorze, wymaganego przez proces technologiczny.

Komora powinna zostać zasypana niezwłocznie po wypchnięciu poprzedniego wsadu. Konstrukcja wypycharki (odległość pomiędzy drągami wyrównawczym a wypychowym równa dwóm szerokościom komór) wymusza w tej sytuacji przemieszczanie maszyny co dwie komory.

Cykl obsługi baterii składa się z dwóch przebiegów od strony lewej do prawej. Dla uproszczenia rozważań za komorę startową przyjmujemy komorę nr 1, co spowoduje, że podczas pierwszego przebiegu będą obsługiwane komory o numerach nieparzystych. Drugi przebieg obejmie natomiast komory o numerach parzystych. Obsługę dwuprzebiegową przedstawia rysunek 4. Istotną sprawą jest kwestia czasu, w jakim wykonuje się cały cykl. Ponieważ maszyny przestawiane są w sposób dokładnie określony, przy danej komorze pracują powtórnie po wykonaniu pełnego cyklu. W tym czasie musi odbyć się cały proces garowania i to w sposób możliwie najbliższy optymalnemu (16 godz.). Prowadzi to do wniosku, że cykl pracy koksowni powinien trwać dokładnie 16 godz.

#### 4. Model matematyczny procesu, przy stałych czasach obsługi

Ponieważ analiza pracy maszyn bazująca na modelu dwuprzebiegowym nastęrcza duże trudności, zaproponowano [4, 1] transformację modelu koksowni do postaci „jedno-przebiegowej”. Transformacja polega na takim przenumerowaniu komór, aby ich numeracja była zgodna z kolejnością obsługi. Indeks  $I$  będzie wykorzystywany dalej dla numeracji zgodnej z technologiczną kolejnością obsługi komór.

$$I = \begin{cases} \frac{i+1}{2} & \text{dla } i = 2n+1, \quad n \in N \\ \frac{i}{2} + 36 & \text{dla } i = 2n, \quad n \in N \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:

$i$  – numer komory rzeczywisty,

$I$  – numer komory zgodny z porządkiem technologicznym.

Pierwszy cykl jest cyklem rozruchu i polega wyłącznie na zasypaniu komór. Czasy rozpoczęcia obsługi komór muszą być liczone dla każdego cyklu obsługi koksowni. Dla każdego bowiem kolejnego cyklu stan początkowy baterii jest inny, wynikający z wykonania poprzedniego cyklu obsługi.

Oznaczmy:

$x_I(j)$  – czas oczekiwania (zwłoki) po zakończeniu obsługi komory  $I$ -tej w  $j$ -tym cyklu (nieznany);

$\Delta T_I(j)$  – czas obsługi komory  $I$  podczas cyklu  $j$  (zwany dalej „czasem obsługi”) liczony od momentu podjęcia obsługi – rozpoczęcia napełniania, do momentu zakończenia operacji wypchnięcia (dla komór o obsłudze łączonej) bądź od rozpoczęcia operacji do jej zakończenia w przypadku operacji realizowanych pojedynczo;

$$\Delta T_I(1) = \Delta t^z + x_I(1), \quad I = 1..72 \quad j = 1 \text{ (rozruch);}$$

$$\Delta T_I(j) = \Delta t^a + x_I(j), \quad I = 1..17, 19..35, 37..53, 55..71 \quad j = 2, 3, \dots;$$

$$\Delta T_I(j) = \Delta t^z + \Delta t^w + x_I(j), \quad I = 18, 36, 54, 72 \quad j = 2, 3, \dots \text{ (komory skrajne zasypywane oddzielnie, a ich następniki oddzielnie wypychane).}$$

Wartości nominalne czasów  $\Delta t^a$ ,  $\Delta t^z$  i  $\Delta t^w$  są znane i wynikają z uwarunkowań technicznych (praca maszyn podczas obsługi komory), natomiast czasy  $x_I(j)$  (zwłoka – rezerwa czasowa) mogą się zmieniać w zależności od bieżących potrzeb i mają być wyznaczone.

Jakkolwiek zwłoka  $x_I(j)$  może przyjmować dowolne wartości, to z wcześniejszej analizy wynika, że

$$\sum_{k=1}^{72} x_k(j) = 1 \text{ godz. } 25 \text{ min } 28 \text{ s} \quad (2)$$

a planowane wartości  $x_I(j)$  powinny być bliskie wartości średniej równej 1 min 11 s.

Oznaczmy  $t_I(j)$  – czas rozpoczęcia obsługi komory  $I$ -tej w cyklu  $j$ -tym. Dla pierwszego cyklu ( $j = 1$ )

$$t_1(1) = 0, \quad t_I(1) = (I-1)\Delta t^z + \sum_{k=1}^{I-1} x_k(1) \quad I = 2, \dots, 72.$$

Dla kolejnych cykli ( $j = 2, 3, \dots$ ) czasy rozpoczęcia obsługi kolejnych komór  $I$  wynoszą:

$$t_1(j) = t_{72}(j-1) + \Delta t^z + \Delta t^w + x_{72}(j-1),$$

$$t_I(j) = t_1(j) + (I-1)\Delta t^a + \sum_{k=1}^{I-1} x_k(j) \quad I = 2..18,$$

$$t_I(j) = t_1(j) + \Delta t^w + \Delta t^z + (I-2)\Delta t^a + \sum_{k=1}^{I-1} x_k(j) \quad I = 19..36,$$

$$t_I(j) = t_1(j) + 2\Delta t^w + 2\Delta t^z + (I-3)\Delta t^a + \sum_{k=1}^{I-1} x_k(j) \quad I = 37..54,$$

$$t_I(j) = t_1(j) + 3\Delta t^w + 3\Delta t^z + (I-4)\Delta t^a + \sum_{k=1}^{I-1} x_k(j) \quad I = 55..72.$$

Aby wyznaczyć harmonogram, należy ustalić długości rezerw czasowych  $x_I(j)$ , determinujące czasy rozpoczęcia obsługi komór  $t_I(j)$  w kolejnych cyklach. Zbyt wczesne zasycenie komory powoduje przegarowanie jej wsadu, zbyt późne implikuje przegarowanie wsadów w dalszych komorach.

W obecnym systemie sterowania duża część komór jest niedogarowana lub przegarowana w związku z pojawiającymi się ponadnormatywnymi odchyleniami czasów obsługi. Istnieje zatem konieczność stworzenia algorytmu harmonogramowania, polepszającego ten stan tak, by czasy garowania we wszystkich komorach były możliwie bliskie 16 godz.  $TG_I(j) = t_I(j) - t_I(j-1) \approx 16$  godz., gdzie  $TG_I(j)$  – czas garowania w komorze  $I$ -tej w cyklu  $j$ -tym. Należy przy tym zaznaczyć, że przegarowany wsad ma dużo gorszą jakość niż niedogarowany.

## 5. Sformułowanie problemu sterowania

### 5.1. Cel sterowania

Celem sterowania jest minimalizacja czasów niedogarowania i przegarowania w poszczególnych komorach, a więc utrzymanie optymalnych czasów garowania  $TG_I(j) = 16$  godz., przy zakłóceniach polegających na losowych fluktuacjach czasów obsługi  $\Delta t^a$ ,  $\Delta t^z$  i  $\Delta t^w$ .

Zakładamy liniową zależność pomiędzy kosztem (stratą jakości) niedogarowania  $Q^N$  a czasem niedogarowania oraz analogicznie kosztem przegarowania  $Q^P$  a czasem przegarowania:

$$Q^N = c_N \cdot (TG_{opt} - TG_I), \text{ gdzie } TG_I \leq TG_{opt},$$

$$Q^P = c_P \cdot (TG_I - TG_{opt}), \text{ gdzie } TG_I > TG_{opt},$$

przy czym  $c_P$ ,  $c_N$  są współczynnikami,  $c_P > c_N > 0$ ,  $TG_{opt} = 16$  godz.

Celem sterowania będzie takie sterowanie momentami rozpoczęcia obsługi kolejnych komór, aby minimalizować łączne koszty przegarowania i niedogarowania w rozpatrywanym horyzoncie czasu  $T$ , bądź w ustalonej liczbie cykli  $J$ .

$$\min Q = \min \sum_{j=1}^J \sum_{I=1}^{72} c(TG_I(j)) \cdot (TG_I(j) - TG_{opt}) \quad (3)$$

$$\text{gdzie } c(TG_I(j)) = \begin{cases} -c_N & \text{dla } TG_I(j) \leq TG_{opt} \\ c_P & \text{dla } TG_I(j) > TG_{opt} \end{cases}$$

Drogą do realizacji tego celu będzie utrzymywanie bezpiecznych rezerw czasowych przy obsłudze każdej komory  $x_I(j)$ . Pierwszym etapem algorytmu jest określenie tzw. wzorcowego harmonogramu obsługi komór. Wzorcowy harmonogram będzie podawał czasy rozpoczęcia kolejnych operacji napełniania/oprózniczenia.

## 5.2. Wzorcowy harmonogram obsługi

Dla zdefiniowania wzorcowego harmonogramu obsługi wprowadzimy numerację wiążącą numer kolejnej operacji napełniania komory z jej numerem oraz numerem cyklu.

Oznaczmy:

$k$  – kolejny numer bieżącej operacji napełniania komory,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,  
 $t(k)$  – czas rozpoczęcia  $k$ -tej operacji napełniania.

Zachodzą następujące zależności, wiążące wskaźnik  $k$  z numerem cyklu  $j$  oraz numerem napełnianej komory  $I$ :

$$k = (j-1) \cdot 72 + (I-1),$$

$$t(k) \equiv t_I(j),$$

gdzie  $I = 1 + k \bmod(72)$ ,  $j = 1 + \text{int}(k/72)$ , dla  $k = 0, 1, 2, \dots$ ;  $j = 1, 2, \dots$ ;  $I = 1, 2, \dots, 72$ .

Przyjmijmy następujące standardowe zapasy czasowe  $x^{st}$  dla dwóch typów komór:

$x_1^{st} = 1 \text{ min } 10 \text{ s}$  dla komór o łączonej operacji zasypania komory  $I$ -tej i wypchnięcia dla komory  $I+1$ ,  $x_2^{st} = 1 \text{ min } 32 \text{ s}$  dla par komór skrajnych

Pokażemy, że zachowanie takich rezerw czasowych pozwala, przy braku zakłóceń, utrzymać optymalny sposób obsługi komór, dający czasy garowania dla każdej z nich 16 godz.

Przyjęta wartość  $x_1^{st}$  daje następującą standardową różnicę czasu pomiędzy rozpoczęciem obsługi kolejnych komór, nie będących komorami skrajnymi:

$$t(k+1) - t(k) = t_{I+1}(j) - t_I(j) = 11'40'' + 1'10'' = 12'50''.$$

Każda z czterech par komór skrajnych, to jest (18,19), (36,37), (54,55), (72,1) jest osobno napełniana i opróżniana, dlatego rezerwa czasowa dla tych komór powinna być nieco większa. Przyjęta rezerwa  $\bar{x}_2^{st} = 1'32''$  daje standardowy czas obsługi każdej z tych par:

$$x_{19}(j) - x_{18}(j) = \Delta t^z + \Delta t^w + x_2^{st} = 10'18'' + 10' + 1'32'' = 21'50''.$$



Czas trwania pełnego cyklu obsługi wszystkich 72 komór przy standardowych czasach zwłoki wyniesie:  $68 \cdot 12'50'' + 4 \cdot 21'50'' = 960'00''$ , co odpowiada optymalnemu czasowi garowania.

Wzorcowym harmonogramem obsługi będziemy nazywali harmonogram wyznaczony przez ciąg czasów  $t(k)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , w którym są zachowane, przyjęte powyżej, standardowe wartości rezerw czasowych  $x_1^{st}$  oraz  $x_2^{st}$ . Sprawdziliśmy zatem, że wzorcowy harmonogram zapewnia, przy braku zakłóceń, optymalne czasy garowania.

Momenty rozpoczynania obsługi kolejnych komór w kolejnych cyklach przy wzorcowym harmonogramie, wyrażone za pomocą wskaźnika  $k$ , określa następujący wzór

$$t(k) = t_0 + k \cdot 12'50'' + \text{int}(k/18) \cdot (21'50'' - 12'50''),$$

gdzie  $t_0$  jest czasem rozpoczęcia obsługi komory  $I = 1$  w pierwszym cyklu (co odpowiada wartości wskaźnika  $k = 0$ ).

### 5.3. Algorytm sterowania

Aby przedstawić algorytm sterowania, przeanalizujemy różne warianty zakłóceń polegających na fluktuacjach czasów obsługi komór w poszczególnych cyklach, rozumianych jako odchylenia od wartości normatywnych i oznaczanych  $\Delta^d_I(j)$ . Dla uproszczenia dalszych rozważań przyjmijmy że  $x_1^{st} \approx x_2^{st} \approx x^{st}$ .

Jeśli fluktuacja czasu obsługi polega na jego skróceniu, czyli  $\Delta^d_I(j) < 0$ , to należy wydłużyć czas zwłoki  $x_I(j)$  tak, aby czas rozpoczęcia obsługi następnej komory był zgodny z harmonogramem wzorcowym.

Rozpatrzmy teraz trzy warianty sytuacji, gdy czas obsługi jest zwiększony.

- 1) Jeśli czas opóźnienia  $\Delta^d_I(j) \leq x^{st}$ , to rozpoczęcie obsługi następnej komory wykonuje się zgodnie z harmonogramem wzorcowym kosztem skrócenia czasu  $x_I(j)$ :  $x_I(j) = x^{st} - \Delta^d_I(j)$  i następne komory obsługuje się zgodnie z harmonogramem wzorcowym.
- 2) Jeśli czas opóźnienia  $\Delta^d_I(j) \gg x^{st}$  i  $\Delta^d_I(j) = n \cdot x^{st}$ , gdzie  $n$  jest liczbą całkowitą i  $n \ll 72$ , to kolejne  $(n+1)$  komór należy obsługiwać jak najszybciej, przyjmując  $x_I(j) = 0$ . W ten sposób rozpoczęcie obsługi komory  $(I+n+1)$  w tym samym cyklu nastąpi zgodnie z harmonogramem. Jednakże, wszystkie komory od  $I+1$  do  $I+n$ , których obsługa rozpoczęta zostanie z opóźnieniem w stosunku do harmonogramu wzorcowego, będą przegarowane, a suma czasów przegarowania  $(TG_I - TG_{opt})$  wszystkich kolejnych  $n+1$  komór wyniesie (suma postępu arytmetycznego)

$$\sum_{I+1}^{I+n+1} (TG_I - TG_{opt}) = x^{st} \cdot (n + (n-1) + \dots + 0) = x^{st} \cdot (n+1)(n/2) \quad (4)$$

Przy realizacji dalszej obsługi według niezmienionego harmonogramu wzorcowego w kolejnym  $j+1$  cyklu, komory przegarowane w cyklu  $j$ -tym będą niedogarowane w cyklu  $j+1$  o takie same kwanty czasu.

- 3) Rozważmy przypadek tak znacznego opóźnienia, że jest ono bliskie całkowitemu zapasowi czasowemu  $72 \cdot x^{st}$  lub jest większe. Należy wówczas rozważyć zmianę (opóźnienie) całego harmonogramu wzorcowego o pewien kwant czasu  $\Delta^p$ .

Wyznamy zależność pomiędzy przesunięciem całego harmonogramu  $\Delta^P = m \cdot x^{st}$  a wartością opóźnienia  $\Delta^d(j) = n \cdot x^{st}$ , powyżej której należy cały harmonogram opóźnić. Jak wcześniej ustalono, przy realizacji algorytmu obsługi przedstawionego w punkcie 2) łączny czas przegarowania komór jest równy łącznemu czasowi ich niedogarowania i jest on określony wzorem (4).

Przesunięcie całego harmonogramu (opóźnienie) o  $\Delta^P = m \cdot x^{st}$  spowoduje (patrz rys. 5):

- 1) niedogarowania  $(n - m)$  komór łącznie o czas

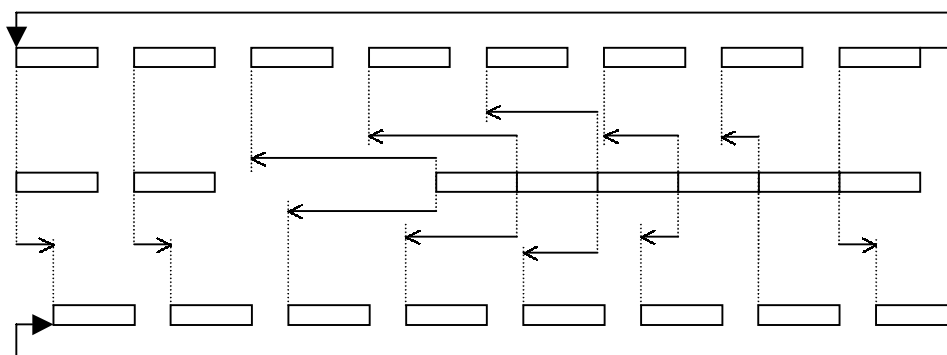
$$x^{st} \cdot (n - m + 1) \cdot (n - m) / 2,$$

- 2) dodatkowe opóźnienia (przegarowanie)  $m$  komór łącznie o

$$x^{st} \cdot (m + 1) \cdot (m / 2),$$

- 3) oraz opóźnienia (przegarowanie) pozostałych  $(72 - n)$  komór łącznie o

$$m \cdot x^{st} \cdot (72 - n).$$



Rys. 5. Ilustracja bilansu niedogarań i przegarowań dla przypadku ośmiu komór

Rysunek 5 ilustruje bilans niedogarań i przegarowań dla przypadku 8 komór, przy wystąpieniu opóźnienia komory 3 o  $n = 5$ . Pierwszy rząd ilustruje przedziały czasu obsługi kolejnych komór według harmonogramu wzorcowego, drugi – rzeczywiste przedziały czasów obsługi podczas wystąpienia opóźnienia, trzeci rząd ilustruje przedziały czasu obsługi kolejnych komór według harmonogramu wzorcowego opóźnionego o  $m = 1$ . Zaznaczono czasy niedogarań (strzałki zwrócone w lewo), oraz przegarowań (strzałki zwrócone w prawo) przy strategii zachowującej harmonogram pierwotny, oraz przy opóźnieniu harmonogramu.

W celu wyznaczenia optymalnej wartości  $m$  zbadamy zależność funkcyjną wskaźnika jakości od sumy składników od 1) do 3), wziętych z odpowiednimi wagami  $c$

$$\Delta Q(m) = c_N \cdot x^{st} \cdot (n - m + 1) \cdot (n - m) / 2 + c_P \cdot x^{st} \cdot (m + 1) \cdot (m / 2) + c_P \cdot x^{st} \cdot m \cdot (72 - n) \quad (5)$$

Dla wyznaczenia optimum zbadamy warunek konieczny, przyrównując pochodną powyższej zależności do 0. Po uproszczeniach otrzymujemy

$$m_{opt} = n + \frac{1}{2} - (72+1)/(1+c_n/c_p) \quad (6)$$

Z uzyskanego rozwiązania wyprowadzamy regułę sterowania optymalnego, jak następuje.

Po osiągnięciu przez proces opóźnienia krytycznego w realizacji harmonogramu wzorcowego

$$\Delta^{kr} = x^{st} \cdot ((72+1)/(1+c_n/c_p) - \frac{1}{2}) \quad (7)$$

należy dla zminimalizowania strat opóźnić cały harmonogram wzorcowy o nadwyżkę zaistniałego opóźnienia ponad wartość  $\Delta^{kr}$ .

Rachunek sprawdzający przeprowadzony został dla przykładowych danych.

Niech  $c_p = 2 c_n$ ; wówczas obliczona wartość  $\Delta^{kr} = x^{st} \cdot 48,16$ , niech zaś  $n = 60$ , wówczas  $m_{opt} = 11,84$ . Łączny koszt niedogarowania 60 komór przy niezmiennym harmonogramie wyniesie

$$\Delta Q = c_n \cdot x^{st} \cdot (n+1) \cdot n/2 = 1830 \cdot c_n \cdot x^{st}.$$

Natomiast łączna wartość trzech składników od 1) do 3) przy przyjęciu opóźnienia harmonogramu wzorcowego o  $m = 12$  wyniesie

$$\begin{aligned} \Delta Q' &= c_n \cdot x^{st} \cdot (n-m+1) \cdot (n-m)/2 + c_p \cdot x^{st} \cdot (m+1) \cdot (m/2) + c_p \cdot x^{st} \cdot m \cdot (72-n) = \\ &= c_n \cdot x^{st} \cdot 49 \cdot 24 + 2 c_n \cdot x^{st} \cdot 13 \cdot 6 + 2 c_n \cdot x^{st} \cdot 12 \cdot 12 = 1620 \cdot c_n \cdot x^{st} \end{aligned}$$

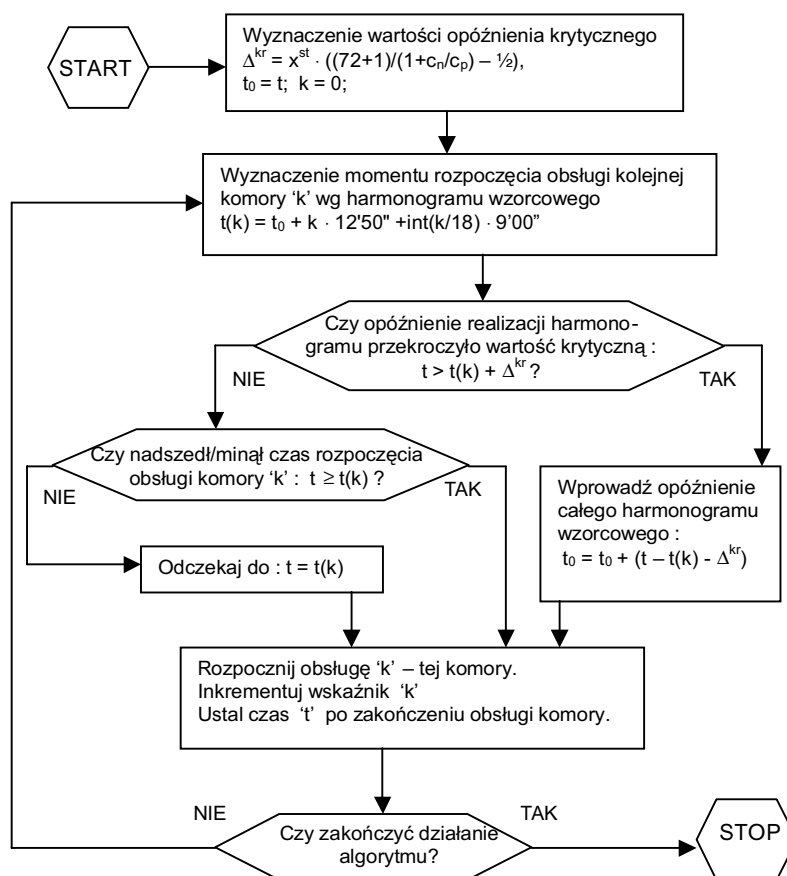
A więc przyjęta reguła sterowania w analizowanym przypadku daje wynik o 11,5% lepszy od strategii zachowawczej.

## 6. Podsumowanie

W artykule przedstawiono wyniki badań dotyczących sterowania dyskretnymi procesami produkcyjnymi o wyraźnie cyklicznym charakterze i silnych ograniczeniach łączących czasy rozpoczęcia i zakończenia nie tylko operacji realizowanych na różnych urządzeniach, lecz też czasy rozpoczęcia i zakończenia obsługi realizowanej na jednym urządzeniu. Sterowanie polega na ustaleniu momentów rozpoczynania kolejnych operacji przy zakłóceniach polegających na fluktuacjach czasów normatywnych operacji. Trudność sterowania takim procesem polega na tym, że każde opóźnienie rozpoczęcia operacji przenosi się na opóźnienie operacji nie tylko w jednym cyklu, lecz też przenosi się na cały proces powodując zakłócenia pracy kolejnych cykli.

W artykule zaproponowano metodę sterowania bazującą na wprowadzonym pojęciu harmonogramu wzorcowego. Jako przykład rozważano cykliczny proces produkcji koksu w bateriach koksowniczych w hucie. Podano opis procesu oraz jego model matematyczny przy stałych normatywnych czasach obsługi. Następnie przeanalizowano proces, w którym

uwzględniono losowe fluktuacje czasów wykonywania poszczególnych czynności. Wyróżniono 4 klasy zakłóceń i przedstawiono ich wpływ na proces. Podano algorytm sterujący (rys. 6) uwzględniający przypadki wszystkich rodzajów zakłóceń. Przedstawiono też model matematyczny stanowiący podstawę algorytmu symulacyjnego wykorzystywanego w algorytmie sterowania.



Rys. 6. Schemat algorytmu sterującego

Metoda opracowana w artykule może być łatwo zastosowana do tworzenia algorytmów sterowania dla innych procesów cyklicznych o skomplikowanych ograniczeniach.

### Literatura

- [1] Dudek-Dyduch E., Dyduch T.: *Sterowanie pewnym cyklicznym procesem produkcyjnym*. Półrocznik AGH Automatyka, z. 1/2, 2001, 178–192
- [2] Gaździk A.: *Dokumentacja techniczna i technologiczna Bloku Koksochemicznego HTS S.A. cz. 2: Piecownia*. Kraków, Opracowanie wewnętrzne HTS S.A., 1998

- [3] Gaździk A.: *Schematy czasowe pracy maszyn piecowych*. Kraków, Opracowanie wewnętrzne HTS S.A., 1999
- [4] Michniewski A., Potoczek P., Dudek-Dyduch E.: *Harmonogramowanie baterii koksowniczej*. Zesz. Nauk. Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z. 130, 2000, 107–119
- [5] Mięśowicz A.: *Automatyka maszyn piecowych Bloku Koksochemicznego HTS S.A.* Kraków, Opracowanie wewnętrzne HTS S.A., 1999
- [6] Pearl J.: *Heuristics: Intelligent Search Strategies for Computer Problem Solving*. Reading, MA, Addison-Wesley 1984
- [7] Pidd M.: *Computer Simulation in Management Science*. Willey, 1994
- [8] Sysło M., Deo N., Kowalik J.: *Algorytmy optymalizacji dyskretnej*. Warszawa, PWN 1993

