Tomasz LERCH*, Jerzy SKWARCZYŃSKI*

MOMENT ELEKTROMAGNETYCZNY W MASZYNIE INDUKCYJNEJ DWUSTRONNIE ZASILANEJ

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono wyprowadzenie składowych momentu elektromagnetycznego generowanego w maszynie indukcyjnej, której stojan i wirnik zasilane są z niezależnych źródeł napięcia. Na podstawie wyprowadzonych zależności obliczono przebiegi poszczególnych składowych momentu zarówno przy pracy silnikowej, jak i generatorowej. Obliczenia zostały przeprowadzone dla maszyny o mocy 10 kW, dla prędkości podsynchronicznych i nadsynchronicznych.

***Słowa kluczowe**: maszyna dwustronnie zasilana, moment elektromagnetyczny, maszyna indukcyjna pierścieniowa*

ELECTROMAGNETIC TORQUE GENERATED BY DOUBLY FED INDUCTION MACHINE

The paper shows derivation of components of the electromagnetic torque generated by induction machine, the stator and rotor of witch are supplied by an independent voltage sources. The derived equations made it possible to calculate the characteristics of particular components of the torque during the work of the motor as well of the generator. The calculations have been made for the 10 kW machine, for the subsynchronous and supersynchronous speed.

***Keywords**: doubly fed induction machine, electromagnetic torque, slip-ring induction machine*

1. WSTĘP

W pracy przedstawiono wyprowadzenie wzoru na moment elektromagnetyczny wytwarzany w maszynie z trzema symetrycznymi uzwojeniami na stojanie i na wirniku, w warunkach zasilania zarówno uzwojeń stojana, jak i wirnika trójfazowymi napięciami przemiennymi o różnych pulsacjach. Maszyna taka nazywana jest zwykle dwustronnie zasilaną (MDZ).

Postać równania momentu MDZ nie jest zasadniczo niczym nowym i rozmaite jej wersje można odnaleźć w wielu publikacjach. Prowadząc badania własności MDZ, niezbędne jest posługiwanie się kompletnym, sprawdzonym i doprecyzowanym opisem statycznego punktu pracy maszyny. Uzyskana wersja wzorów okazała się być na tyle przydatna, a jej wyprowadzenie przejrzyste, że autorzy zdecydowali się przedstawić je w formie oddzielnej publikacji.

MDZ w układzie otwartym, tj. bez sprzężenia zwrotnego, wykazuje cechy niestabilności, nie osiągając stanu ustalonego, odpowiadającego charakterystykom statycznym, lub osiągając go po słabo tłumionych wahaniach. Wprowadzenie sprzężenia zwrotnego o charakterze stabilizującym nie zmienia jednak współrzędnych statycznego punktu pracy i nie zmniejsza znaczenia przedstawionych równań opisujących ten punkt.

Do wyprowadzenia wzorów równań prądów i momentu w ustalonym stanie pracy, przy założeniu sinusoidalnej zmienności napięć i prądów, wykorzystano równania Kirchhoffa obwodów maszyny w naturalnej postaci, bez ich transformacji do którejś z powszechnie znanych przestrzeni. W opinii autorów procedury te, dla rozważanych stanów pracy, są zbyteczne, a używanie współrzędnych naturalnych pozwala lepiej poznać procesy elektromagnetyczne występujące w obwodach maszyny.

Zaproponowane przedstawienie prądów uzwojeń za pomocą dwóch składowych, pochodzących od napięć zasilających wirnik i stojan, uniezależniło te składowe od kąta określającego położenie wirnika względem pola wirującego. Uprościło to w sposób istotny końcową postać wyrażenia momentu i uczyniło go bardziej zrozumiałym.

Dwustronne zasilanie może mieć, jak wiadomo, różny charakter. Przedstawione poniżej równania dotyczą przypadku zasilania „napięciowego" z wymuszoną amplitudą i częstotliwością napięć wirnika i stojana.

2. MASZYNA INDUKCYJNA Z ZASILANYMI UZWOJENIAMI STOJANA I WIRNIKA – ZALEŻNOŚCI OGÓLNE

Podstawę analizy stanowią równania Kirchhoffa sześciu uzwojeń maszyny zasilanych ze źródeł napięcia. Parametrami tych równań są rezystancje oraz indukcyjności uzwojeń, wyprowadzone przy założeniu nieskończonej przenikalności magnetycznej rdzeni, monoharmonicznego rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej oraz symetrii uzwojeń stojana i wirnika.

Przyjęto zasilanie uzwojeń napięciami przemiennymi. Napięcie zasilające uzwojenie k-tej fazy stojana można przedstawić w postaci

$$u_{sk} = U_{sm}\cos\left[\omega_s t + \gamma_s - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right], \quad k = 1, 2, 3 \qquad (1)$$

* Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Katedra Maszyn Elektrycznych

Podobnie, napięcie zasilające uzwojenie l-tej fazy wirnika można zapisać

$$u_{rl} = U_{rm}\cos\left[\omega_r t + \gamma_r - (l-1)\tfrac{2\pi}{3}\right],\quad l = 1, 2, 3 \tag{2}$$

Indeksy s, k odnoszą się do uzwojeń stojana, indeksy r, l – dotyczą uzwojenia wirnika.

Ze względu na dowolność wyboru kąta fazowego γ_r, przyjęcie we wzorze (2) ujemnej wartości pulsacji ω_r będzie odpowiadało zasilaniu wirnika napięciami o zmienionej kolejności faz (tzn. kolejność faz nie odpowiada numeracji uzwojeń wirnika), co można nazwać „zasilaniem wirnika składową przeciwną”.

Przyjęte uproszczenia opisu matematycznego pozwalają potraktować prądy uzwojeń w stanie ustalonym, jako superpozycję prądów pochodzących, odpowiednio, od napięć zasilających stojan przy zwartym wirniku oraz od napięć zasilających wirnik przy zwartym stojanie. Przewidywane prądy ustalone uzwojeń, wyrażone jako suma składowych stanowiących odpowiedzi na poszczególne wymuszenia, będą więc miały postać:

$$\begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} = \mathbf{i_s} = \mathbf{i_{ss}} + \mathbf{i_{sr}} = \begin{bmatrix} i_{ss1} \\ i_{ss2} \\ i_{ss3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{sr1} \\ i_{sr2} \\ i_{sr3} \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\begin{bmatrix} i'_{r1} \\ i'_{r2} \\ i'_{r3} \end{bmatrix} = \mathbf{i'_r} = \mathbf{i'_{rs}} + \mathbf{i'_{rr}} = \begin{bmatrix} i'_{rs1} \\ i'_{rs2} \\ i'_{rs3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i'_{rr1} \\ i'_{rr2} \\ i'_{rr3} \end{bmatrix} \tag{4}$$

W równaniu (3) symbol i_{ss1} oznacza składową prądu uzwojenia pierwszej fazy stojana, wywołaną trójfazowym układem napięć zasilających stojan, przy zwartych uzwojeniach wirnika. Symbol i_{sr1} oznacza składową prądu uzwojenia pierwszej fazy stojana, wywołaną trójfazowym układem napięć zasilających wirnik, przy zwartych uzwojeniach stojana itd.

Zakłada się, że przy zasilaniu uzwojeń stojana symetrycznym trójfazowym układem napięć przemiennych według (1), przy zwartych uzwojeniach wirnika, zostanie osiągnięty stan ustalony, w którym w k-tym uzwojeniu stojana popłynie prąd

$$i_{ssk} = I_{ssm}\cos\left[\omega_s t + \alpha_{ss} - (k-1)\tfrac{2\pi}{3}\right],\quad k = 1, 2, 3 \tag{5}$$

W tych samych warunkach w l-tym uzwojeniu wirnika popłynie prąd, który po „sprowadzeniu na stronę stojana” może być zapisany w postaci

$$i'_{rsl} = I'_{rsm}\cos\left[\omega_s t - \varphi_e + \alpha_{rs} - (l-1)\tfrac{2\pi}{3}\right],\quad l = 1, 2, 3 \tag{6}$$

przy czym

$$\varphi_e = p_b\,\varphi = p_b(\Omega t + \varphi_o) = \Omega_e t + \varphi_{oe} \tag{7}$$

Symbolem φ oznaczono kąt określający położenie wirnika, p_b oznacza liczbę par biegunów.

Wartości amplitud I_{ssm}, I'_{rsm} i kątów fazowych α_{ss}, α_{rs} wyrażeń (5) i (6) są rozwiązaniami układu równań trygonometrycznych, wynikłych z podstawienia (1) oraz (5) i (6) do równań obwodów maszyny, przy napięciach wirnika równych zeru. Równania te najprościej rozwiązać, stosując symboliczną reprezentację występujących tam cosinusoid. Prowadzi to do znanego układu równań:

$$\underline{U_s} = R_s\,\underline{I_{ss}} + j\omega_s(L_{\sigma s} + L_\mu)\underline{I_{ss}} + j\omega_s L_\mu\,\underline{I'_{rs}} \tag{8a}$$

$$0 = j\omega_s L_\mu\,\underline{I_{ss}} + \frac{R'_r}{s_s}\underline{I'_{rs}} + j\omega_s(L'_{\sigma r} + L_\mu)\underline{I'_{rs}} \tag{8b}$$

w którym oznaczono:

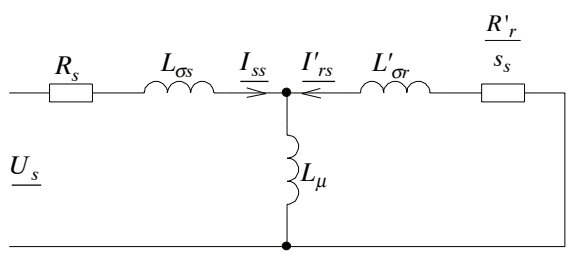
$$\underline{U_s} = U_{sm}\,e^{j\gamma_s} \tag{9}$$

$$\underline{I_{ss}} = I_{ssm}\,e^{j\alpha_{ss}} \tag{10}$$

$$\underline{I'_{rs}} = I'_{rsm}\,e^{j\alpha_{rs}} = \frac{1}{n}I_{rsm}\,e^{j\alpha_{rs}} \tag{11}$$

$$s_s = \frac{\omega_s - \Omega_e}{\omega_s} \tag{12}$$

Symbolem n oznaczono przekładnię „sprowadzającą” obwody wirnika do obwodów stojana. Równania (8) są identyczne z równaniami obwodu przedstawionego na rysunku 1, zwanego „schematem zastępczym” maszyny indukcyjnej przy zasilaniu uzwojeń stojana.



Rys. 1. Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej z zasilanym stojanem

W podobny sposób wyznacza się składowe prądów (3) i (4), odpowiadające zasilaniu wirnika. Tutaj także zakłada się, że przy zasilaniu uzwojeń wirnika symetrycznym trójfazowym układem napięć przemiennych wg (2), przy zwartych uzwojeniach stojana, po osiągnięciu stanu ustalonego, w l-tym uzwojeniu wirnika popłynie prąd, który po „sprowadzeniu na stronę stojana” może być przedstawiony wzorem

$$i'_{rrl} = I'_{rrm}\cos\left[\omega_r t + \alpha_{rr} - (l-1)\tfrac{2\pi}{3}\right],\quad l = 1, 2, 3 \tag{13}$$

Równocześnie w k-tym uzwojeniu stojana popłynie prąd

$$i_{srk} = I_{srm} \cos\left[\omega_r t + \varphi_e + \alpha_{sr} - (k-1)\tfrac{2\pi}{3}\right] \qquad k = 1, 2, 3 \tag{14}$$

Wartości amplitud I'_{rrm}, I_{srm} i kątów fazowych α_{rr}, α_{sr} wyrażeń (13) i (14) wynikają z podstawienia (2) oraz (13) i (14) do równań obwodów maszyny, przy napięciach stojana równych zeru.

Po zastosowaniu metody symbolicznej uzyskuje się w ten sposób układ równań umożliwiający obliczenie poszukiwanych wielkości:

$$0 = \frac{R_s}{s_r}\underline{I_{sr}} + j\omega_r(L_{\sigma s} + L_\mu)\underline{I_{sr}} + j\omega_r L_\mu \underline{I'_{rr}} \tag{15a}$$

$$\underline{U'_r} = j\omega_r L_\mu \underline{I_{sr}} + R'_r \underline{I'_{rr}} + j\omega_r(L'_{\sigma r} + L_\mu)\underline{I'_{rr}} \tag{15b}$$

Podobnie, jak uprzednio oznaczono:

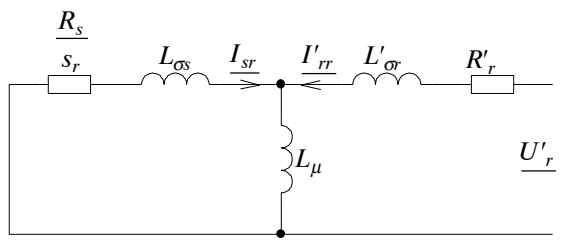
$$\underline{U'_r} = U'_{rm} e^{j\gamma_r} = n U_{rm} e^{j\gamma_r} \tag{16}$$

$$\underline{I'_{rr}} = I'_{rrm} e^{j\alpha_{rr}} = \frac{1}{n} I_{rrm} e^{j\alpha_{rr}} \tag{17}$$

$$\underline{I_{sr}} = I_{srm} e^{j\alpha_{sr}} \tag{18}$$

$$s_r = \frac{\omega_r + \Omega_e}{\omega_r} \tag{19}$$

Równania (15) są równocześnie równaniami obwodu przedstawionego na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej z zasilanym wirnikiem

Jak wynika z przedstawionych wzorów, dzięki rozdzieleniu prądów stojana i wirnika na dwie składowe, w równaniach (8) i (15) nie występuje już nieznany kąt φ_o (7), co znacznie upraszcza dalszą analizę. Jego wartość, konieczna do obliczenia prądu całkowitego, wynika dopiero z rozwiązania równania mechanicznego.

3. MOMENT ELEKTROMAGNETYCZNY WYTWARZANY W MASZYNIE

Moment elektromagnetyczny wytwarzany w maszynie można wyznaczyć, obliczając pochodną cząstkową koenergii pola magnetycznego względem kąta φ

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\varphi}\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} M_{ij}\, i_i\, i_j = \mathbf{i}_{st}\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}\mathbf{M_{sr}}\right)\mathbf{i'_r} = \\ &= \left[\mathbf{i}_{sst} + \mathbf{i}_{rst}\right]\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}\mathbf{M_{sr}}\right)\left[\mathbf{i'_{rs}} + \mathbf{i'_{rr}}\right] = \\ &= \mathbf{i}_{sst}\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}\mathbf{M_{sr}}\right)\mathbf{i'_{rs}} + \mathbf{i}_{srt}\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}\mathbf{M_{sr}}\right)\mathbf{i'_{rr}} + \\ &+ \mathbf{i}_{sst}\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}\mathbf{M_{sr}}\right)\mathbf{i'_{rr}} + \mathbf{i}_{srt}\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}\mathbf{M_{sr}}\right)\mathbf{i'_{rs}} \end{aligned} \tag{20}$$

gdzie:

$$\boldsymbol{M_{sr}} = M'_m \begin{bmatrix} \cos\varphi_e & \cos\left(\varphi_e - \frac{4}{3}\pi\right) & \cos\left(\varphi_e - \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\varphi_e - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\varphi_e & \cos\left(\varphi_e - \frac{4}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\varphi_e - \frac{4}{3}\pi\right) & \cos\left(\varphi_e - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\varphi_e \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$M'_m = n M_m \tag{22}$$

Symbolem M_{ij} oznaczono w (20) indukcyjności uzwojeń, symbolem M_m w (22) amplitudę indukcyjności wzajemnej pomiędzy uzwojeniem stojana i wirnika.

Wykonanie mnożeń wg (20) prowadzi do czteroskładnikowego wyrażenia momentu

$$\begin{aligned} T_e &= \left(\tfrac{3}{2}\right)^2 p_b M'_m \left\{ I_{ssm} I'_{rsm} \sin(\alpha_{ss} - \alpha_{rs}) + \right. \\ &+ I_{srm} I'_{rrm} \sin(\alpha_{sr} - \alpha_{rr}) + \\ &+ I_{ssm} I'_{rrm} \sin\left[(\omega_s - \omega_r)t - \varphi_e + \alpha_{ss} - \alpha_{rr}\right] + \\ &\left. - I_{srm} I'_{rsm} \sin\left[(\omega_s - \omega_r)t - \varphi_e + \alpha_{rs} - \alpha_{sr}\right]\right\} = \\ &= T_{as} + T_{ar} + T_{zm} \end{aligned} \tag{23}$$

Wprowadzone oznaczenia składowych momentu T_{as}, T_{ar} odpowiadają kolejnym składnikom stałym nawiasu w (23), oznaczeniem T_{zm} objęto obie składowe zmienne nawiasu.

Wygodna w praktycznych wykorzystaniach jest równoważna postać (23), w której użyto symbolicznych reprezentacji prądów wg (10), (11), (17) i (18):

$$T_e = (\tfrac{3}{2}) p_b\, L_\mu\, \mathrm{Im}\Big\{ \underline{I_{ss}}\, \underline{I'^{*}_{rs}} + \underline{I_{sr}}\, \underline{I'^{*}_{rr}} + \\ + \underline{I_{ss}}\, \underline{I'^{*}_{rr}}\, e^{j[(\omega_s-\omega_r)t-\varphi_e]} + \\ + \underline{I_{sr}}\, \underline{I'^{*}_{rs}}\, e^{-j[(\omega_s-\omega_r)t-\varphi_e]} \Big\} \tag{24}$$

Symbolem L_μ oznaczono w (24) wielkość $\left(\frac{3}{2} M'_m\right)$.

Amplituda momentu zmiennego T_{zm} o pulsacji $(\omega_s - \omega_r - \Omega_e)$ wynosi

$$T_{zm\max} = \sqrt{(a-c)^2 + (b+d)^2} \tag{25}$$

przy czym oznaczono:

$$a + jb = \mathrm{Re}\left(\underline{I_{ss}}\, \underline{I'^{*}_{rr}} \right) + j\, \mathrm{Im}\left(\underline{I_{ss}}\, \underline{I'^{*}_{rr}} \right) \tag{26}$$

$$c + jd = \mathrm{Re}\left(\underline{I_{sr}}\, \underline{I'^{*}_{rs}} \right) + j\, \mathrm{Im}\left(\underline{I_{sr}}\, \underline{I'^{*}_{rs}} \right) \tag{27}$$

4. SKŁADOWE ASYNCHRONICZNE I ZMIENNE MOMENTU ELEKTROMAGNETYCZNEGO

Dokładniejsza interpretacja wyrażenia dla momentu wymaga jego przekształceń.

Z równania (8b) wynika związek

$$\underline{I_{ss}} = -\frac{R'_r + j(\omega_s - \Omega_e) L'_r}{j(\omega_s - \Omega_e) L_\mu}\, \underline{I'_{rs}} \tag{28}$$

z równania (15a)

$$\underline{I'_{rr}} = -\frac{R_s + j(\Omega_e + \omega_r) L_s}{j(\Omega_e + \omega_r) L_\mu}\, \underline{I_{sr}} \tag{29}$$

W (28) i (29) oznaczono:

$$L_s = L_{\sigma s} + L_\mu \tag{30}$$

$$L'_r = L'_{\sigma r} + L_\mu \tag{31}$$

Uwzględniając (28) i (29), otrzyma się wyrażenia dla asynchronicznych składowych momentu:

$$T_{as} = \frac{3}{2} p_b L_\mu\, \mathrm{Im}\left(\underline{I_{ss}}\, \underline{I'^{*}_{rs}} \right) = \\ = \frac{3}{2} p_b \left(\frac{R'_r}{\omega_s - \Omega_e} \left| \underline{I'_{rs}} \right|^2 \right) \tag{32}$$

$$T_{ar} = \frac{3}{2} p_b L_\mu\, \mathrm{Im}\left(\underline{I_{sr}}\, \underline{I'^{*}_{rr}} \right) = \\ = \frac{3}{2} p_b \left(\frac{R_s}{\omega_r + \Omega_e} \left| \underline{I_{sr}} \right|^2 \right) \tag{33}$$

Poglądową postać wyrażenia dla składowych synchronicznych momentu uzyskuje się, wykorzystując pojęcie „wewnętrznej siły elektromotorycznej", jako wartości napięcia na indukcyjności L_μ. Na podstawie równania (8a) można zapisać

$$\underline{I_{ss}} = \frac{\underline{U_s} - j\omega_s L_\mu\, \underline{I'_{rs}}}{R_s + j\omega_s L_s} = \frac{\underline{U_s} - \underline{E_{ws}}}{R_s + j\omega_s L_s} \tag{34}$$

Oznaczono

$$\underline{E_{ws}} = j\omega_s L_\mu\, \underline{I'_{rs}} \tag{35}$$

Z równania (15a) wynika

$$\underline{I_{sr}} = -\frac{j(\Omega_e + \omega_r) L_\mu\, \underline{I'_{rr}}}{R_s + j(\Omega_e + \omega_r) L_s} = \\ = -\frac{\underline{E_{wr}}}{R_s + j(\Omega_e + \omega_r) L_s} \tag{36}$$

przy czym

$$\underline{E_{wr}} = j(\Omega_e + \omega_r) L_\mu\, \underline{I'_{rr}} \tag{37}$$

W odróżnieniu od $\underline{E_{ws}}$ siła elektromotoryczna $\underline{E_{wr}}$ jest wielkością bezpośrednio mierzalną, jako napięcie indukowane w otwartych uzwojeniach stojana przez obracający się z prędkością Ω_e wirnik, zasilany prądem $\underline{I'_{rr}}$ o pulsacji ω_r.

Wykorzystując (34) i (36) oraz definicje (35) i (37), zmienne składowe momentu (23) można przekształcić do postaci

$$T_{zm} = \frac{3}{2} p_b\, \mathrm{Im}\Bigg\{ \frac{\underline{U_s} - \underline{E_{ws}}}{R_s + j\omega_s L_s} \frac{j\underline{E^{*}_{wr}}}{\Omega_e + \omega_r} e^{j[(\omega_s-\omega_r-\Omega_e)t-\varphi_o]} - \\ - \frac{\underline{E_{wr}}}{R_s + j(\Omega_e + \omega_r) L_s} \frac{j\underline{E^{*}_{ws}}}{\omega_s} e^{-j[(\omega_s-\omega_r-\Omega_e)t-\varphi_o]} \Bigg\} = T_{zm1} + T_{zm2} \tag{38}$$

Wprowadzonymi symbolami T_{zm1}, T_{zm2} objęto następujące grupy składników (38) (uwzględniono przy tym, że $\mathrm{Im}(j\underline{A}) = \mathrm{Re}(\underline{A})$):

$$T_{zm1} = \frac{3}{2} p_b\, \mathrm{Re}\left\{ \frac{1}{\Omega_e + \omega_r} \frac{\underline{U_s}\, \underline{E^{*}_{wr}}}{R_s + j\omega_s L_s} e^{j[(\omega_s-\omega_r-\Omega_e)t-\varphi_o]} \right\} \tag{39}$$

$$T_{zm2} = -\frac{3}{2} p_b \operatorname{Re}\left\{ \frac{1}{\Omega_e + \omega_r} \frac{\underline{E}_{ws} \underline{E}_{wr}^*}{R_s + j\omega_s L_s} e^{j[(\omega_s - \omega_r - \Omega_e)t - \varphi_o]} + \right. \tag{40}$$

$$\left. + \frac{1}{\omega_s} \frac{\underline{E}_{ws}^* \underline{E}_{wr}}{R_s + j(\Omega_e + \omega_r) L_s} e^{-j[(\omega_s - \omega_r - \Omega_e)t - \varphi_o]} \right\}$$

5. MOMENTY SKŁADOWE W STANIE PRACY SYNCHRONICZNEJ MASZYNY DWUSTRONNIE ZASILANEJ

Przy spełnieniu warunku

$$\omega_s = \omega_r + \Omega_e \tag{41}$$

momenty zmienne T_{zm1}, T_{zm2} stają się niezależnymi od czasu, stałymi składnikami całkowitego momentu T_e, przyjmując charakter synchronicznych

$$T_{zm1} + T_{zm2} \rightarrow T_s = T_{sm} \cos(\varphi_o + \xi).$$

Jak wynika z (39) postać składowej T_{zm1} wykazuje cechy podobieństwa z „głównym momentem synchronicznym" w maszynie synchronicznej. Przy spełnionym warunku (41) T_{zm2} jest bez porównania mniejsze od T_{zm1}, a przy założeniu $R_s = 0$ zeruje się.

Wartość maksymalnego momentu synchronicznego jest równa $T_{zm\max}$ według (25), natomiast kąt ξ może być określony wzorem

$$\xi = \operatorname{arctg} \frac{a - c}{b + d},$$

przy czym wartości a, b, c, d wynikają z (26) i (27).

Spełnienie wymagania (41) czyni sensownym dodanie stronami równań (8a) i (8b) oraz (15a) i (15b). Uzyskuje się w ten sposób układ równań:

$$\underline{U_s} = (R_s + j\omega_s L_s)\left(\underline{I_{ss}} + \underline{I_{sr}}\right) + \\ + j\omega_s L_\mu \left(\underline{I'_{rs}} + \underline{I'_{rr}}\right) \tag{42}$$

$$\underline{U'_r} = (R'_r + j\omega_r L'_r)\left(\underline{I'_{rs}} + \underline{I'_{rr}}\right) + \\ + j\omega_r L_\mu \left(\underline{I_{ss}} + \underline{I_{sr}}\right) \tag{43}$$

Należy przy tym bardzo wyraźnie podkreślić, że zarówno suma $(\underline{I_{ss}} + \underline{I_{sr}})$, jak i $(\underline{I'_{rs}} + \underline{I'_{rr}})$ nie stanowią jeszcze podstawy dla obliczenia rzeczywistych prądów uzwojeń stojana i wirnika, ponieważ nie jest jeszcze znany kąt ω_0. Tak więc rozwiązywanie układu (42) i (43) ze względu na te sumy nie ma praktycznego znaczenia.

Podzielenie obu stron równania (43) przez ω_r i pomnożenie przez ω_s oraz wprowadzenie poślizgu s zgodnie z definicją

$$s = \frac{\omega_s - \Omega_e}{\omega_s} = \frac{\omega_r}{\omega_s} \tag{44}$$

pozwala zapisać równania (42), (43) w postaci odpowiadającej klasycznemu schematowi zastępczemu maszyny indukcyjnej dwustronnie zasilanej:

$$\underline{U_s} = (R_s + jX_s)\left(\underline{I_{ss}} + \underline{I_{sr}}\right) + \\ + jX_\mu \left(\underline{I'_{rs}} + \underline{I'_{rr}}\right) \tag{45}$$

$$\frac{\underline{U'_r}}{s} = \left(\frac{R'_r}{s} + jX'_r\right)\left(\underline{I'_{rs}} + \underline{I'_{rr}}\right) + \\ + jX_\mu \left(\underline{I_{ss}} + \underline{I_{sr}}\right) \tag{46}$$

przy czym $X_i = \omega_s L_i$.

Warto przy tym zauważyć, że zgodnie z (41), pracy maszyny z prędkością $\Omega_e > \omega_s$, dalej nazywaną ponadsynchroniczną, towarzyszyć musi zasilanie uzwojeń wirnika składową przeciwną napięć ($\omega_r < 0$), jeśli równocześnie stojan zasilany jest składową zgodną napięć. Prędkość $\Omega_e < \omega_s$ będzie dalej nazywana podsynchroniczną.

Zgodnie z wcześniejszymi ustaleniami, aby ze wzorów (45) i (46) wyznaczyć składowe $\underline{I_{ss}}$ i $\underline{I'_{rs}}$, należy założyć $\underline{U'_r} = 0$, natomiast dla wyznaczenia $\underline{I_{sr}}$ i $\underline{I'_{rr}}$ przyjmuje się $\underline{U_s} = 0$. Wyznaczone w ten sposób, wymagane dla obliczenia T_{a1}, T_{a2} składowe prądów $\underline{I_{sr}}$, $\underline{I'_{rs}}$ będą wynosić:

$$\underline{I_{sr}} \approx -\frac{c_s}{(s c_s R_s + R'_r) + js X_{zw}} \underline{U'_r} \tag{47}$$

$$\underline{I'_{rs}} \approx -\frac{s c_s}{(s c_s R_s + R'_r) + js X_{zw}} \underline{U_s} \tag{48}$$

Znak przybliżenia wynika z zastosowanego uproszczenia

$$\underline{c_s} = \frac{jX_\mu}{R_s + j(X_{\sigma s} + X_\mu)} \approx \frac{X_\mu}{X_{\sigma s} + X_\mu} = c_s \tag{49}$$

Przybliżenie to nie może być stosowane jedynie w przypadkach bardzo niskich pulsacji napięcia zasilającego uzwojenia stojana, tzn. dla $\omega_s << 2\pi f_N$.

Reaktancją zwarcia X_{zw} oznaczono we wzorach (47) i (48) wartość

$$X_{zw} = X'_{\sigma r} + c_s X_{\sigma s} = X'_{\sigma r} + \frac{X_\mu X_{\sigma s}}{X_{\sigma s} + X_\mu} \tag{50}$$

Uwzględniając (48) we wzorze (32), otrzymuje się znaną postać wyrażenia dla momentu maszyny indukcyjnej z zasilanymi uzwojeniami stojana

$$T_{as} = \frac{3}{2}\frac{p_b}{\omega_s}(c_s U_{sfm})^2 \cdot \cdot \frac{sR_r'}{(s\,c_s\,R_s + R_r')^2 + (s\,X_{zw})^2} \tag{51}$$

Konsekwencją zasilania uzwojeń wirnika napięciami o pulsacji spełniającej warunek (34) jest moment uzyskany przez podstawienie (47) do (33)

$$T_{ar} = -\frac{3}{2}\frac{p_b}{\omega_s}(c_s U_{rfm}')^2 \cdot \cdot \frac{R_s}{(s\,c_s\,R_s + R_r')^2 + (s\,X_{zw})^2} \tag{52}$$

Składowe synchroniczne momentu uzyskuje się z wzorów (39) i (40) po uwzględnieniu warunku (41). Celowe jest też wyrażenie składowych prądów, wymaganych dla obliczenia sił elektromotorycznych $\underline{E_{ws}}$ oraz $\underline{E_{wr}}$, w postaci wykładniczej:

$$\underline{I_{rs}'} = \left|\underline{I_{rs}'}\right| e^{j(\gamma_s+\alpha_{rs})}$$

$$\text{skąd } \underline{E_{ws}} = jX_\mu \left|\underline{I_{rs}'}\right| e^{j(\gamma_s+\alpha_{rs})} = jE_{wsm}e^{j(\gamma_s+\alpha_{rs})} \tag{53}$$

$$\underline{I_{rr}'} = \left|\underline{I_{rr}'}\right| e^{j(\gamma_r+\alpha_{rr})}$$

$$\text{skąd } \underline{E_{wr}} = jX_\mu \left|\underline{I_{rr}'}\right| e^{j(\gamma_r+\alpha_{rr})} = jE_{wrm}e^{j(\gamma_r+\alpha_{rr})} \tag{54}$$

Kątami α_{rs}, α_{rr} oznaczono przesunięcia fazowe prądów $\underline{I_{rs}'}$ oraz $\underline{I_{rr}'}$ względem napięć odpowiednio $\underline{U_s}$ oraz $\underline{U_r'}$.

Jeśli wzory (54) oraz (9) wraz z warunkiem (41) uwzględni się we wzorze (39), wtedy otrzymuje się:

$$\begin{aligned} T_{zm1} &= \frac{3}{2}\frac{p_b}{\omega_s}\,\mathrm{Re}\left\{\frac{\underline{U_s}\,\underline{E_{wr}^*}}{R_s + j\,X_s}\,e^{-j\varphi_o}\right\} = \\ &= -\frac{3}{2}\frac{p_b}{\omega_s}\frac{U_{sfm}\,E_{wrm}}{R_s^2 + X_s^2}\,\mathrm{Re}\left\{(X_s + jR_s)\,e^{j(\gamma_s-\gamma_r-\alpha_{rr}-\varphi_o)}\right\} = \\ &= -\frac{3}{2}\frac{p_b}{\omega_s}\frac{U_{sfm}\,E_{wrm}}{R_s^2 + X_s^2}\cdot \\ &\cdot\left[X_s\cos(\gamma_s-\gamma_r-\alpha_{rr}-\varphi_o) - R_s\sin(\gamma_s-\gamma_r-\alpha_{rr}-\varphi_o)\right] = T_{s1} \end{aligned} \tag{55}$$

Wykorzystując (53) i (54) we wzorze (40), uzyskuje się:

$$\begin{aligned} T_{zm2} &= -\frac{3}{2}\frac{p_b}{\omega_s}\cdot \\ &\cdot\mathrm{Re}\left\{\frac{\underline{E_{ws}}\,\underline{E_{wr}^*}}{R_s + j\,X_s}\,e^{-j\varphi_o} + \frac{\underline{E_{ws}^*}\,\underline{E_{wr}}}{R_s + j\,X_s}\,e^{j\varphi_o}\right\} = \\ &= -3\frac{p_b}{\omega_s}\frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2}\,\mathrm{Re}\left(\underline{E_{ws}}\,\underline{E_{wr}^*}\,e^{-j\varphi_o}\right) = \\ &= -3\frac{p_b}{\omega_s}R_s\frac{X_\mu^2}{R_s^2 + X_s^2}\,\mathrm{Re}\left(\underline{I_{rs}'}\,\underline{I_{rr}'^*}\,e^{-j\varphi_o}\right) = \\ &= -3\frac{p_b}{\omega_s}R_s\frac{X_\mu^2}{R_s^2 + X_s^2}\cdot \\ &\cdot\left|\underline{I_{rs}'}\right|\left|\underline{I_{rr}'}\right|\cos(\gamma_s-\gamma_r+\alpha_{rs}-\alpha_{rr}-\varphi_o) = T_{s2} \end{aligned} \tag{56}$$

Argumenty funkcji trygonometrycznych (55) i (56) różnią się o kąt α_{rs}, a więc dążąc do określenia maksymalnego momentu synchronicznego, należy składową T_{s2} przedstawić w postaci

$$\begin{aligned} T_{s2} = -T_{s2m}\,[&\cos\alpha_{rs}\cos(\gamma_s-\gamma_r-\alpha_{rr}-\varphi_o) + \\ &+\sin\alpha_{rs}\sin(\gamma_s-\gamma_r-\alpha_{rr}-\varphi_o)] \end{aligned} \tag{57}$$

gdzie

$$T_{s2m} = 3\frac{p_b}{\omega_s}R_s\frac{X_\mu^2}{R_s^2 + X_s^2}\left|\underline{I_{rs}'}\right|\left|\underline{I_{rr}'}\right| \tag{58}$$

Podobnie zapisać można składową T_{s1}

$$\begin{aligned} T_{s1} = -T_{s1m}\Bigg[&\frac{X_s}{\sqrt{R_s^2 + X_s^2}}\cos(\gamma_s-\gamma_r-\alpha_{rr}-\varphi_o) - \\ &-\frac{R_s}{\sqrt{R_s^2 + X_s^2}}\sin(\gamma_s-\gamma_r-\alpha_{rr}-\varphi_o)\Bigg] \end{aligned} \tag{59}$$

przy czym

$$T_{s1m} = \frac{3}{2}\frac{p_b}{\omega_s}\frac{U_{sfm}\,E_{wrm}}{\sqrt{R_s^2 + X_s^2}} \tag{60}$$

Na podstawie (57) i (58) wartość maksymalna całkowitego momentu synchronicznego wynosi

$$T_{sm} = \\ = T_{s1m}\sqrt{\left(\frac{X_s}{\sqrt{R_s^2+X_s^2}}+\frac{T_{s2m}}{T_{s1m}}\cos\alpha_{rs}\right)^2+\left(\frac{R_s}{\sqrt{R_s^2+X_s^2}}+\frac{T_{s2m}}{T_{s1m}}\sin\alpha_{rs}\right)^2} \quad (61)$$

przy czym moment synchroniczny jako funkcja kąta φ_o może być przedstawiony w postaci

$$T_s = -T_{sm}\cos(\gamma_s - \gamma_r - \alpha_{rr} - \varphi_o + \zeta) \quad (62)$$

w której

$$\zeta = \operatorname{arctg}\frac{\dfrac{R_s}{\sqrt{R_s^2+X_s^2}}+\dfrac{T_{s2m}}{T_{s1m}}\sin\alpha_{rs}}{\dfrac{X_s}{\sqrt{R_s^2+X_s^2}}+\dfrac{T_{s2m}}{T_{s1m}}\cos\alpha_{rs}} \quad (63)$$

Jak już wcześniej wspomniano wartość maksymalnego momentu synchronicznego może być wyznaczona bezpośrednio ze wzorów (25)÷(27). Ta droga jest najbardziej właściwa i najdokładniejsza przy obliczeniach numerycznych, jednak dla porównania własności maszyny indukcyjnej dwustronnie zasilanej i maszyny synchronicznej szczególnego znaczenia nabiera rozbicie wyrażenia dla całkowitego momentu synchronicznego na takie składniki, że zasadne staje się przybliżenie $T_{sm} \approx T_{s1m}$.

Wartość kąta φ_o należy określić rozwiązując ze względu na ten kąt równanie momentów

$$T_{as} + T_{ar} + T_s + T_{mech} = 0 \quad (64)$$

przy czym ze względu na przyjęty SSO dla generatora $T_{mech} > 0$, a dla silnika $T_{mech} < 0$.

Podobnie jak dla maszyny synchronicznej, wygodniej jest zamiast całym argumentem funkcji trygonometrycznej posługiwać się jednym kątem, wahającym się wokół zera. Uwzględniając wymagania stabilności, można zastąpić argument funkcji cosinus w (62) kątem ϑ, zgodnie z zależnością

$$\gamma_s - \gamma_r - \alpha_{rr} - \varphi_o + \zeta = \tfrac{3}{2}\pi + \vartheta \quad (65)$$

Teraz wyrażenie (62) dla momentu synchronicznego przyjmie znaną postać

$$T_s = -T_{sm}\sin\vartheta \quad (66)$$

Równanie mechaniczne można przedstawić w postaci

$$T_{as} + T_{ar} - T_{sm}\sin\vartheta + T_{mech} = 0 \quad (67)$$

Należy w tym miejscu wyraźnie zaznaczyć, że kąt ϑ, a stąd φ_o nie jest potrzebny dla wyznaczenia poszczególnych składowych prądów stojana i wirnika, niezbędnych dla obliczenia momentu.

Jest natomiast niezbędny, aby te składowe „złożyć" pod odpowiednim kątem, celem wyznaczenia prądów uzwojeń.

W maszynie synchronicznej kąt ϑ nazywany jest kątem mocy, ponieważ jego wartość jest związana z wielkością i znakiem mocy czynnej przetwarzanej w maszynie – jest dodatni dla generatora, ujemny dla silnika i równy zeru (w przybliżeniu) dla momentu równego zero. Tutaj wirnik w warunkach spełniających równość (41), dla prędkości $\Omega_e \neq \omega_s$, poddany jest także działaniu momentów asynchronicznych i na biegu jałowym silnika kąt mocy będzie równy zeru tyko wtedy, gdy te momenty wzajemnie się zniosą. Jest to teoretycznie możliwe przez odpowiedni dobór napięć zasilających, ale w przypadku ogólnym wielkość kąta nie odpowiada przetwarzanej mocy czynnej w sposób podobny jak w maszynie synchronicznej.

Dla przykładu: na biegu jałowym silnika, jeśli $T_{as} > T_{ar}$, kąt ϑ zgodnie z równaniem (67) musi przyjąć wartość większą od zera, co dla maszyny synchronicznej odpowiada, jak wiadomo, pracy generatorowej. Ogólnie, warunkiem koniecznym ustalonej pracy maszyny przy prędkości obrotowej $\Omega_e = \omega_s - \omega_r$ jest spełnienie warunku

$$T_{sm} > \left| T_{as} + T_{ar} + T_{mech} \right| \quad (68)$$

Przy zadanych napięciach sieci zasilającej uzwojenia stojana, spełnienie nierówności (68) jest uwarunkowane odpowiednim poziomem napięć wirnika. Wymagana minimalna wartość napięcia U'_{rfm} dla znanego T_{mech} wynika z (68) oraz (51), (52) i (61), po uprzednim odpowiednim przekształceniu amplitudy T_{s1m} składowej głównej momentu synchronicznego. Wyznaczona z (45) i (46) dla $\underline{U_s} = 0$ składowa $\underline{I'_{rr}}$ prądu wirnika, przy zastosowaniu podobnych uproszczeń jak przy wyznaczaniu prądów $\underline{I_{sr}}, \underline{I'_{rs}}$, będzie wynosić

$$\underline{I'_{rr}} \approx \frac{\underline{U'_r}}{(s\,c_s\,R_s + R'_r) + j\,s\,X_{zw}} \quad (69)$$

Amplitudę T_{s1m} wg (60), uwzględniając (54) oraz (69), można teraz przedstawić w postaci

$$T_{s1m} = \frac{3}{2}\,\frac{p_b}{\omega_s}\,\frac{X_\mu}{\sqrt{R_s^2+X_s^2}}\cdot \\ \cdot\frac{U_{sfm}\,U'_{rfm}}{\sqrt{(s\,c_s\,R_s + R'_r)^2 + (s\,X_{zw})^2}} \quad (70)$$

Amplitudę (58) składowej T_{s2m} momentu synchronicznego, uwzględniając (48) oraz (69), można wyrazić wzorem

$$T_{s2m} = 3\frac{p_b}{\omega_s} R_s \frac{X_\mu^2}{R_s^{\,2} + X_s^2} \cdot \frac{s\,c_s\,U_{sfm}\,U'_{rfm}}{(s\,c_s\,R_s + R'_r)^2 + (s\,X_{zw})^2} \tag{71}$$

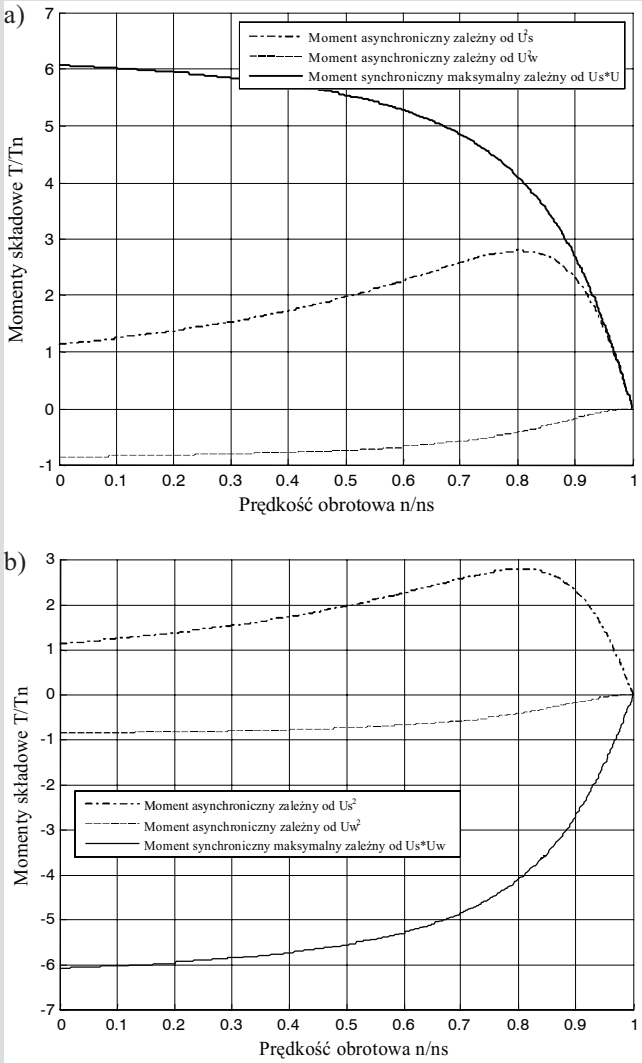
W przypadku maszyny indukcyjnej dwustronnie zasilanej w sposób spełniający warunek (41), uściślenia wymaga pojęcie charakterystyki mechanicznej, rozumianej tak jak dla maszyny indukcyjnej, tzn. jako zależność wytwarzanego momentu od prędkości, albo poślizgu. Przydatna może okazać się zależność sumy (T_{as}+T_{ar}+T_{sm}) od prędkości Ω_e, dla stwierdzenia, jaki największy moment może być wytworzony w maszynie przy tej prędkości obrotowej wirnika, dla zadanych wartości napięć zasilających uzwojenia stojana i wirnika.

6. CHARAKTERYSTYKI MOMENTÓW SKŁADOWYCH MASZYNY DWUSTRONNIE ZASILANEJ

Na podstawie zależności (51), (52) i (61) określających składowe momenty asynchroniczne i moment maksymalny synchroniczny obliczone zostały charakterystyki mechaniczne. Przedstawiono na nich wartości poszczególnych momentów w funkcji prędkości dla pracy silnikowej i generatorowej oraz dla prędkości podsynchronicznych i nadsynchronicznych.

Rysunek 3 przedstawia przebieg momentów asynchronicznych oraz maksymalnego momentu synchronicznego. Charakterystyki zostały obliczone przy założeniu, że stosunek amplitudy napięcia zasilającego wirnik do napięcia E_{20} jest równy wymuszonemu poślizgowi, czyli stosunkowi f_r/f_s [3–5]. Moment asynchroniczny T_{ar} i moment maksymalny synchroniczny T_{sm} zależą od napięcia wirnika, zatem przy tak przyjętej zasadzie sterowania amplitudą napięcia dla poślizgów bliskich 0 wartość tych momentów spada do zera. Znak momentu synchronicznego podobnie jak w maszynie synchronicznej zależy od charakteru pracy, zgodnie z przyjętym systemem oznaczeń jest dodatni dla pracy silnikowej (rys. 3a) i ujemny dla pracy generatorowej (rys. 3b). Oznaczenie n_s (rys. 3–8) dotyczy prędkości synchronicznej, tzn. $\Omega_e = \omega_s$, przy czym pracy przy prędkości synchronicznej nie należy utożsamiać z synchronizmem, tzn. pracy pod dominującym wpływem momentu synchronicznego w warunkach (41).

Na rysunku 4 zestawiona została różnica momentów asynchronicznych z momentem synchronicznym maksymalnym.

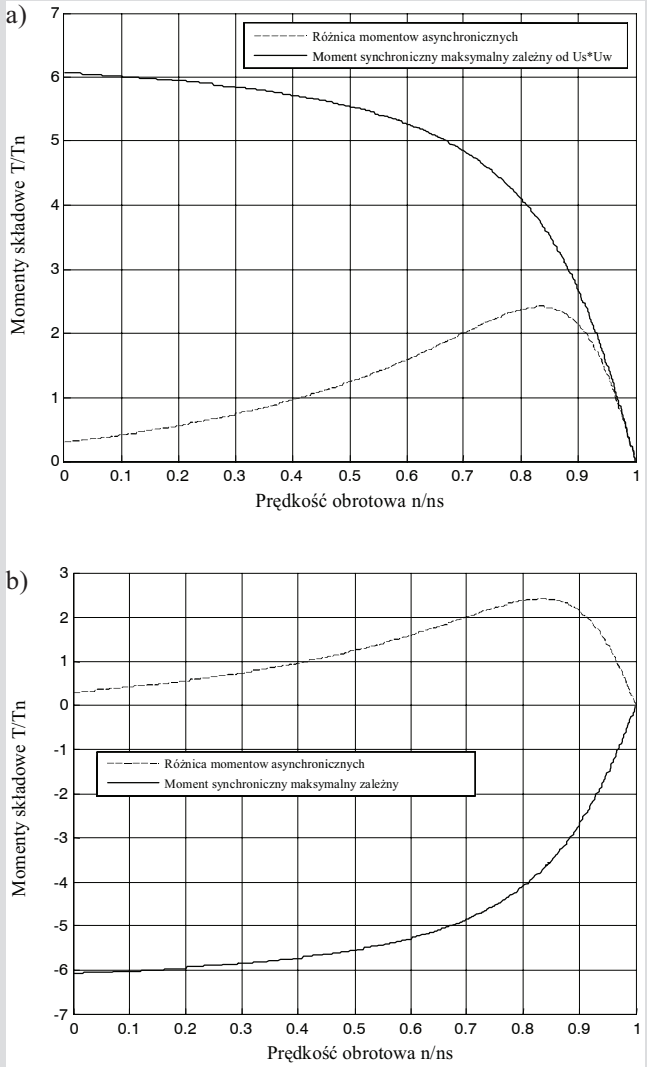


Rys. 3. Zależność momentów składowych w funkcji prędkości obrotowej przy pracy silnikowej (a) i generatorowej (b)

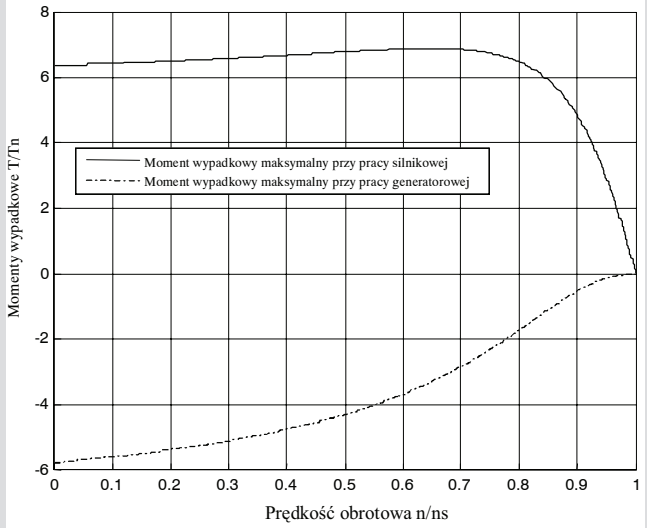
Z porównania charakterystyk widać, że moment synchroniczny ma większą wartość od różnicy momentów asynchronicznych w całym zakresie prędkości obrotowej zarówno dla pracy silnikowej, jak i generatorowej. Wynika stąd, że maszyna indukcyjna z wirnikiem zasilanym ze źródła napięcia może w stanie ustalonym pracować w synchronizmie w całym zakresie obrotów.

Jak wspomniano we wstępie, MDZ w układzie otwartym jest na ogół niestabilna [1, 2], jednak w układzie zamkniętym z pomiarem położenia wirnika, obliczenia dynamiczne w pełni potwierdzają wyniki obliczeń statycznych.

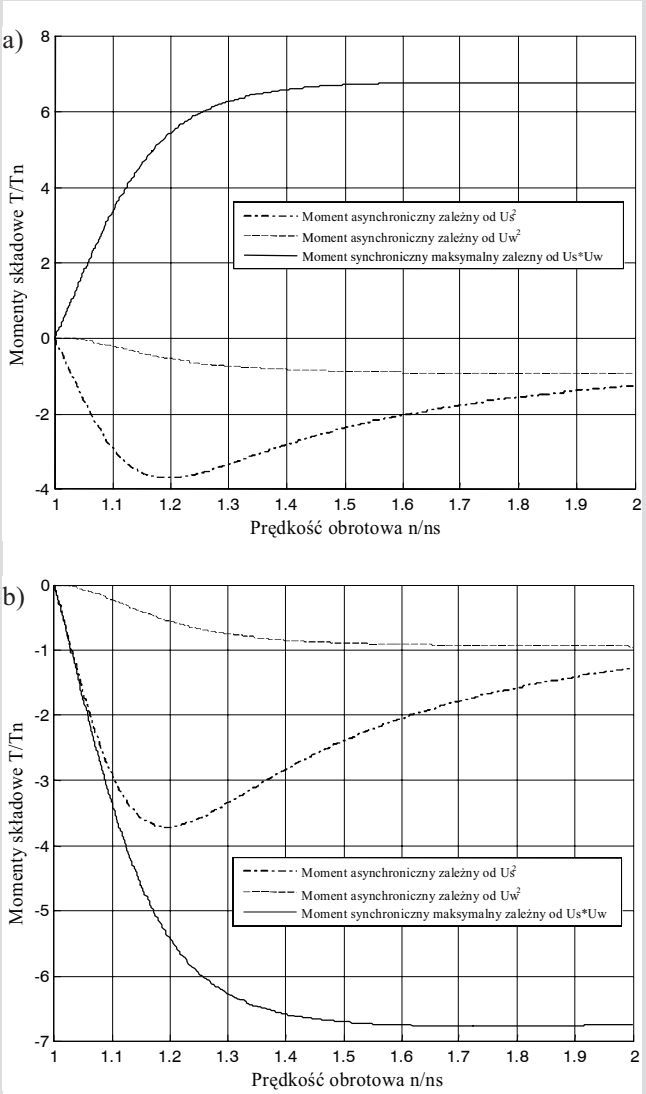
Maksymalny wypadkowy moment możliwy do wytworzenia przez MDZ w przyjętych warunkach zasilania wirnika, przedstawiony na rysunku 5, otrzymujemy, odejmując od momentu maksymalnego synchronicznego różnicę momentów asynchronicznych. Jak widać, przebiegi momentu w funkcji prędkości obrotowej, przy pracy silnikowej i generatorowej różnią się. Wynika z faktu, że podczas pracy silnikowej wypadkowy moment asynchroniczny sumuje się z momentem synchronicznym, natomiast przy pracy generatorowej odejmuje się.



Rys. 4. Zależność różnicy momentów asynchronicznych i momentu synchronicznego w funkcji prędkości obrotowej przy pracy silnikowej (a) i generatorowej (b)



Rys. 5. Zależność momentów wypadkowych maksymalnych w funkcji prędkości obrotowej

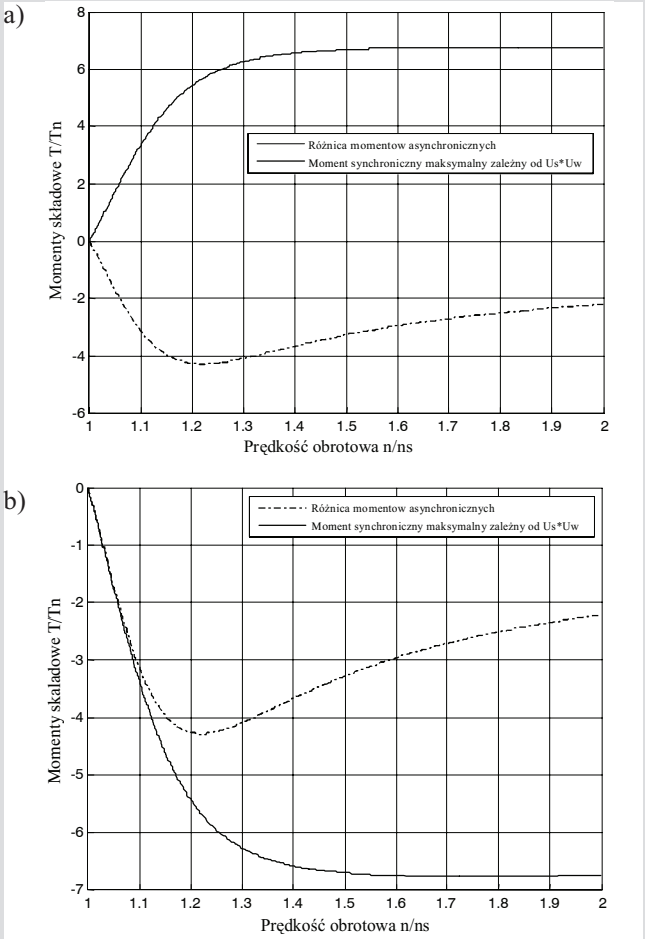


Rys. 6. Zależność momentów składowych w funkcji prędkości obrotowej przy pracy silnikowej (a) i generatorowej (b)

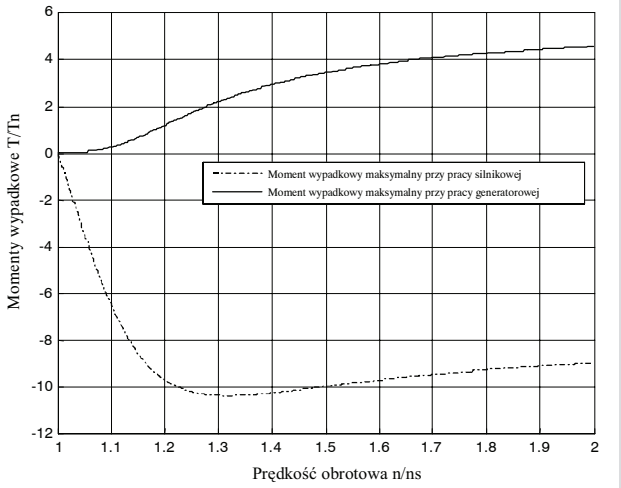
Identyczne obliczenia charakterystyk zostały przeprowadzone dla pracy ponadsynchronicznej a więc dla prędkości od 1 do $2\omega_s$. Wszystkie obliczenia wykonano dla maszyny małej mocy (10 kW) stąd też przebieg momentu asynchronicznego T_{as} zależnego od napięcia stojana przedstawiony na rysunku 6 osiąga on wartość maksymalną o około 25% większą w stosunku do pracy z prędkością podsynchroniczną (rys. 3).

Porównanie składowych momentu wytwarzanego przez maszynę (rys. 7) wykazuje, że przy pracy w prędkością ponadsynchroniczną moment synchroniczny osiąga wartości maksymalne większe od momentów asynchronicznych. Zatem podobnie jak w przypadku pracy podsynchronicznej MDZ może pracować w synchronizmie w zakresie prędkości $1 \div 2\omega_s$.

W zakresie pracy ponadsynchronicznej w odróżnieniu od poprzedniego przypadku dla pracy silnikowej moment synchroniczny i momenty asynchroniczne odejmują się, zaś dla pracy generatorowej dodają. Przebieg charakterystyk momentów wypadkowych w tym przypadku przedstawiony jest na rysunku 8.



Rys. 7. Zależność różnicy momentów asynchronicznych i momentu synchronicznego w funkcji prędkości obrotowej przy pracy silnikowej (a) i generatorowej (b)



Rys. 8. Zależność momentów wypadkowych maksymalnych w funkcji prędkości obrotowej

7. PODSUMOWANIE

Przedstawiony w artykule sposób wyprowadzenie momentu MDZ doprowadził do poglądowej postaci wyrażenia dla tego momentu. Zostało to uzyskane dzięki wyodrębnieniu w prądach dwóch niezależnych składników.

Otrzymane w rezultacie składowe momentu umożliwiają analizę własności maszyny w różnych warunkach pracy. Obliczone dla przykładowej maszyny małej mocy charakterystyki statyczne momentów składowych jako funkcji prędkości potwierdzają teoretyczne możliwości pracy w synchronizmie MDZ jako silnika i generatora w zakresie prędkości od zera do $2\omega_s$, przy zapewnieniu odpowiednich warunków regulacji napięć zasilających uzwojenia wirnika.

Literatura

[1] Leonhard A.: *Asynchroner und synchroner Betrieb der allgemeinen doppelt gespeistenen Drehsrtommaschinene.* Archiv fűr Elektrotechnik, XXX Band, H 8,1936, 483–501

[2] Paszek W.: *Dynamika maszyn elektrycznych prądu przemiennego.* Gliwice, W. Helion, 1998

[3] Szaflarski A., Samcik L.: *Zasady sterowania układu dwustronnie zasilanej trójfazowej maszyny pierścieniowej z tranzystorową przetwornicą częstotliwości.* Przegląd Elektrotechniczny, nr 12, 1992, 269–273

[4] Szaflarski A., Samcik L.: *Właściwości w stanach ustalonych trójfazowej maszyny pierścieniowej przy dwustronnym zasilaniu.* Przegląd Elektrotechniczny, nr 4, 1992, 77–81

[5] Szaflarski A.: *Dwustronnie zasilana maszyna w warunkach pracy synchronicznej.* Politechnika Poznańska Rozprawy, nr 322, Poznań 1997

Wpłynęło: 17.03.2006

Jerzy SKWARCZYŃSKI

Urodzony 15 lipca 1944 r. w Krakowie. Dyplom mgr. inż. elektryka na Wydziale Elektrotechniki GiH AGH w 1967 roku (Nr 640/V/66/WE), stopień doktora nauk technicznych w roku 1976, stopień doktora habilitowanego w 1992 roku. Od 1967 roku zatrudniony w Katedrze Maszyn i Pomiarów Elektrycznych AGH, kolejno na stanowiskach: asystent, st. asystent, adiunkt, a od 1994 roku – profesor nazwyczajny. W latach 1993–1999 prodziekan Wydziału Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki AGH. Od roku 1999 profesor i kierownik Zakładu Elektrotechniki i Elektroniki Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Tarnowie. W latach 1969–1970 w ramach urlopu bezpłatnego kierownik Laboratorium Energetycznego Wytwórni Silników Wysokoprężnych w Andrychowie. Rzeczoznawca SEP.

e-mail: jskw@uci.agh.edu.pl

Tomasz LERCH

Urodzony 14 czerwca 1977 roku w Jastrzębiu Zdroju. Dyplom mgr. inż. elektryka otrzymał na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki AGH w 2003 roku. Od 2004 roku zatrudniony w Katedrze Maszyn Elektrycznych AGH na stanowisku asystent. Zainteresowania: energetyka odnawialna, w szczególności elektrownie wiatrowe oraz sterowanie maszyn indukcyjnych.

e-mail: lerch@agh.edu.pl