

## MODEL MATEMATYCZNY NAPĘDU Z SILNIKIEM INDUKCYJNYM – METODA DTC-SVM

### STRESZCZENIE

W artykule omówiono strukturę i zasadę pracy układu DTC-SVM. W pracy przedstawiono nieliniowy model matematyczny silnika indukcyjnego w wirującym układzie współrzędnych. Wektor strumienia stojana przyjęto jako os odniesienia ( $d$ ). W rozważaniach pominięto dynamikę przemiennika częstotliwości. Celem analizy było uproszczenie (linearyzacja) modelu obwodu strumienia stojan oraz wytwarzania momentu elektrycznego. Zostały przedstawione wyniki badań symulacyjnych, które pozwalają określić błędy linearyzacji modeli. Zamieszczono transmitancje, które mogą zostać wykorzystane w procesie optymalizacji parametrycznej regulatorów.

**Słowa kluczowe:** Silnik indukcyjny klatkowy, model matematyczny, bezpośrednie sterowanie momentem (DTC), metoda wektora przestrzennego w modulacji szerokości impulsu (SVM lub SVPWM).

### MATHEMATICAL MODEL OF INDUCTION MOTOR – DTC-SVM METHOD

Structure and the principle of the work of the DTC-SVM system are talked over in the article. The nonlinear mathematical model of the induction motor in a revolving reference frame is introduced in the work. The stator flux vector is taken as the axis of the reference frame ( $d$ ). The dynamics of the power electronics frequency converter are neglected in considerations. The simplification (linearization) of the stator flux circuit model and the production of the motor torque is the aim of the analysis. Ther are presented the results of the simulating researches which let qualify the models linearization errors. The transfer-functions which can be used in the parametric optimization process of regulators was inserted.

**Keywords:** Squirrel cage induction motor, mathematical model, direct torque control (DTC), space vector pulse with modulation method (SVM or SVPWM).

### 1. WPROWADZENIE

Zasady bezpośredniego sterowania momentem (DTC) silnika indukcyjnego zostały omówione m.in. w [3, 4, 7, 12, 24, 25, 28]. Metoda ta zapewnia wysoką dynamikę i dużą odporność układu napędowego oraz łatwość optymalizacji regulatora prędkości [23]. Wadą klasycznej metody DTC są duże oscylacje momentu elektrycznego i prądów stojana oraz zmenna częstotliwość PWM napięcia stojana. Zalety i wady metody wynikają z zastosowania regulatorów przełącznikowych oraz tabeli selekcji wektorów napięcia stojana.

Z powyższych powodów, kosztem dynamiki napędu, do układu regulacji wprowadza się modulację wektora przestrzennego (SVM) oraz liniowe regulatory strumienia stojana i momentu elektrycznego. Przegląd najczęściej stosowanych metod został zamieszczony w pracy [5].

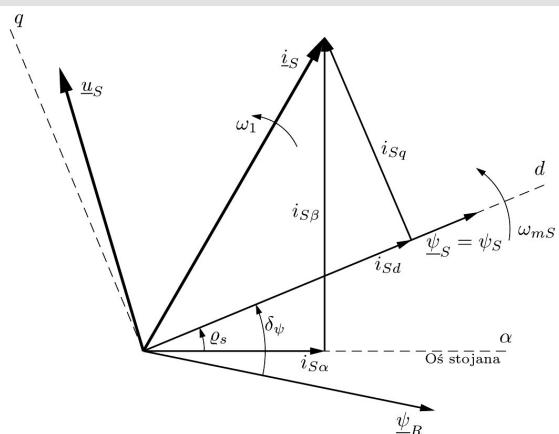
W niniejszym artykule skoncentrowano się nad metodą zaproponowaną w [29] i rozwijaną m.in. w pracach [10, 11, 15, 16, 25], gdzie w celu uproszczenia modelu matematycznego napędu stosuje się odsprzeganie oraz w pracach [2, 8, 30], gdzie na podstawie równań silnika indukcyjnego wylicza się przybliżenie transmitancji momentu elektrycznego od napięcia stojana.

W pracy przedstawiono transmitancje przybliżające nieliniowy model matematyczny silnika indukcyjnego (w układzie współrzędnych wirującym z prędkością  $\omega_{ms}$  strumienia skojarzonego stojana  $\underline{\psi}_s$ ).

Zaprezentowano tu uproszczenia modelu matematycznego do postaci transmitancji:

$$G_{\Psi(s)} = \frac{\Psi_S(s)}{u_{Sd_{ref}}(s)} - \text{obwód regulacji strumienia},$$

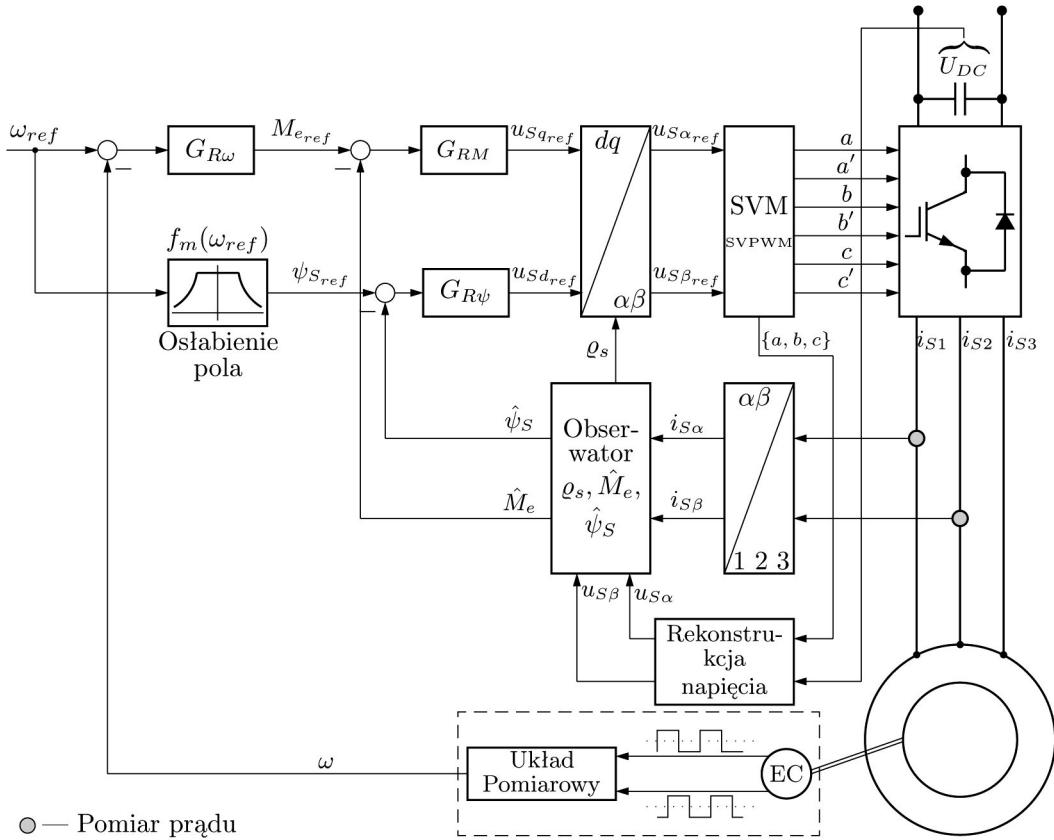
$$G_{M(s)} = \frac{M_e(s)}{u_{Sq_{ref}}(s)} - \text{obwód regulacji momentu}.$$



Rys. 1. Rozkład wektorów przestrzennych w metodzie DTC-SVM

Rozkład wektorów przestrzennych strumieni skojarzonych i napięcia stojana został przedstawiony na rysunku 1, gdzie  $\omega_1$  jest prędkością wirowania wektora napięcia stojana, kąt obciążenia oznaczony został jako  $\delta_\psi$ , natomiast położenie wektora strumienia  $\underline{\psi}_s$  względem nieruchomego układu współrzędnych oznaczono przez kąt  $\rho_s$  (jest wykorzystywany w transformacji sygnałów do układu wirującego).

\* AGH Akademia Górnictwo-Hutnicza, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki, Katedra Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych, al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland



Rys. 2. Struktura układu DTC-SVM

## 2. STRUKTURA UKŁADU REGULACJI

Struktura układu regulacji DTC-SVM [2, 5, 8, 29, 30] została przedstawiona na rysunku 2.

W układzie, oprócz silnika indukcyjnego, można wyróżnić bloki pomiarowe sygnałów:

- prędkości kątowej – najczęściej enkoder inkrementalny EC połączony z licznikiem rewersyjnym i układem skaliującym; innym rozwiązaniem jest zastosowanie obserwatora prędkości kątowej [9, 18, 20, 25, 26, 28];
- prądów stojana (hallotronowe przekładniki prądowe – LEM) oraz transformacji Clarke do stacjonarnego układu współrzędnych ( $\alpha, \beta$ );
- napięcia stojana odtwarzanego na podstawie napięcia stałego  $U_{DC}$  i wysterowania tranzystorów falownika  $\{a, b, c\}$  [14, 20, 25, 28];
- obserwacji momentu elektromagnetycznego  $\hat{M}_e$ , modułu strumienia skojarzonego stojana  $\hat{\psi}_S$  oraz położenia wektora strumienia  $\rho_s$  w nieruchomym układzie współrzędnych ( $\alpha, \beta$ ) [3, 11, 16, 18, 28].

Natomiast tory sterowania składają się z bloków:

- regulatorów: prędkości  $G_{R\omega}$ , momentu elektrycznego  $G_{RM}$ , strumienia stojana  $G_{R\psi}$  oraz układu zadającego strumień na podstawie referencyjnej prędkości kątowej (*osłabienie pola*);

- odwrotnej transformacji Parka zadanego napięcia  $u_{Sd_{ref}}, u_{Sq_{ref}}$  w układzie wirującym do stacjonarnego układu współrzędnych ( $\alpha, \beta$ );
- sterowania falownikiem napięcia metodą wektora przestrzennego (SVM lub SVPWM) [11, 17, 19, 20, 25];
- falownika napięcia.

## 3. MODEL MATEMATYCZNY

W rozważaniach pominięto dynamikę układu zasilającego (przemiennik częstotliwości z falownikiem napięcia). Wynika to z wysokiej częstotliwości przełączeń tranzystorów mocy, która typowo wynosi 10–20 kHz. Więc przemiennik ma dużo krótsze stałe czasowe niż silnik.

Model matematyczny silnika indukcyjnego klatkowego, zapisany w wirującym z prędkością  $\omega^K$  układzie współrzędnych (wyprowadzenie zostało podane m.in. w [1, 12, 18, 20]) jest w postaci:

$$\underline{u}_S = R_S \underline{i}_S + \frac{d\underline{\psi}_S}{dt} + j\omega^K \underline{\psi}_S \quad (1a)$$

$$0 = R_R \underline{i}_R + \frac{d\underline{\psi}_R}{dt} + j(\omega^K - p_b \omega_m) \underline{\psi}_R \quad (1b)$$

$$\underline{\psi}_S = L_S \underline{i}_S + L_\mu \underline{i}_R \quad (1c)$$

$$\underline{\psi}_R = L_R \underline{i}_R + L_\mu \underline{i}_S \quad (1d)$$

W metodzie DTC-SVM wykorzystuje się model matematyczny silnika w wirującym synchronicznie z wektorem strumienia stojana układzie współrzędnych. Oznacza to zapis równań silnika z wykorzystaniem metody wektora przestrzennego [1, 4, 6, 11, 12, 13, 17, 18, 25, 28], gdzie rzeczywistą osią układu współrzędnych jest strumień stojana

$$\underline{\Psi}_S = \Psi_{Sd} + j\underbrace{\Psi_{Sq}}_{\approx 0} = |\underline{\Psi}_S| = \psi_S.$$

Takie podejście prowadzi do następujących równań [2, 8, 30]:

$$u_{Sd} = R_S i_{Sd} + \frac{d\Psi_S}{dt} \quad (2a)$$

$$u_{Sq} = R_S i_{Sq} + \omega_{mS} \Psi_S \quad (2b)$$

$$0 = R_R i_{Rd} + \frac{d\Psi_{Rd}}{dt} + (p_b \omega_m - \omega_{mS}) \Psi_{Rq} \quad (2c)$$

$$0 = R_R i_{Rq} + \frac{d\Psi_{Rq}}{dt} + (\omega_{mS} - p_b \omega_m) \Psi_{Rd} \quad (2d)$$

$$\Psi_S = L_S i_{Sd} + L_\mu i_{Rd} \quad (2e)$$

$$0 = L_S i_{Sq} + L_\mu i_{Rq} \quad (2f)$$

$$\Psi_{Rd} = L_R i_{Rd} + L_\mu i_{Sd} \quad (2g)$$

$$\Psi_{Rq} = L_R i_{Rq} + L_\mu i_{Sq} \quad (2h)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p_b \Psi_S i_{Sq} \quad (2i)$$

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = M_e - M_m \quad (2j)$$

W powyższych równaniach i w dalszej części artykułu używane są następujące oznaczenia:

$i_{Sd}$ ,  $i_{Sq}$  – podłużna i poprzeczna składowa wektora prądu stojana, zapisanego w ruchomym układzie współrzędnych związanym z  $\underline{\Psi}_S$ ,

$L_R$  – indukcyjność wirnika,

$L_S$  – indukcyjność stojana,

$L$  – indukcyjność wzajemna,

$R_R$  – rezystancja wirnika,

$R_S$  – rezystancja stojana,

$T_R$  – elektromagnetyczna stała czasowa wirnika,

$T_S$  – elektromagnetyczna stała czasowa stojana,

$\delta_\psi$  – kąt obciążenia,

$\rho_s$  – kąt pomiędzy osią stojana a  $\underline{\Psi}_S$ ,

$p_b$  – liczba par biegunów silnika,  
 $\omega_m$  – prędkość kątowa wirnika,  
 $\omega_{mS}$  – pulsacja (prędkość) strumienia  $\Psi_S$ ,

$$\sigma = 1 - \frac{L_\mu^2}{L_S L_R} \quad \text{– całkowity współczynnik rozproszenia.}$$

#### MODEL OBWODU STRUMIENIA STOJANA

$$\Psi_S = f(u_{Sd})$$

Podstawą wyprowadzenia modelu matematycznego jest równanie (2c), do którego podstawią się przekształcone zależności (2a), (2e), (2f), (2g). W wyniku uzyskuje się równanie:

$$R_R L_S u_{Sd} + \sigma L_S L_R \frac{du_{Sd}}{dt} = R_R R_S \Psi_S + \\ + \underbrace{\sigma L_S L_R}_{L_S L_R - L_\mu^2} \frac{d^2 \Psi_S}{dt^2} + (R_R L_S + R_S L_R) \frac{d\Psi_S}{dt} + \\ + \underbrace{(\omega_{mS} - p_b \omega_m) \sigma L_S L_R i_{Sq}}_{\approx 0} \quad (3)$$

i po zastosowaniu transformaty Laplace'a otrzymuje się transmitancję obwodu strumienia skojarzonego stojana [2, 8, 30]:

$$G_\Psi(s) = \frac{\Psi_S(s)}{u_{Sd}(s)} = \frac{s + A_\Psi}{s^2 + B_\Psi s + C_\Psi} \quad (4a)$$

gdzie:

$$A_\Psi = \frac{R_R}{\sigma L_R} = \frac{1}{\sigma T_R} \quad (4b)$$

$$B_\Psi = \frac{R_R L_S + R_S L_R}{\sigma L_S L_R} = \frac{1}{\sigma} \left( \frac{1}{T_R} + \frac{1}{T_S} \right) \quad (4c)$$

$$C_\Psi = \frac{R_R R_S}{\sigma L_S L_R} = \frac{1}{\sigma T_R T_S} \quad (4d)$$

#### MODEL WYTWARZANIA MOMENTU ELEKTRYCZNEGO $M_e = f(u_{Sq})$

Podstawą wyprowadzenia modelu matematycznego jest równanie (2d), do którego podstawią się przekształcone zależności (2b), (2e), (2f), (2g), (2h). W wyniku uzyskuje się równanie:

$$(R_R L_S + R_S L_R) i_{Sq} + \sigma L_S L_R \frac{di_{Sq}}{dt} = L_R u_{Sq} + \\ - p_b \omega_m \Psi_S L_R + (p_b \omega_m - \omega_{mS}) \sigma L_S L_R i_{Sd} \quad (5)$$

W pracach [2, 8, 30] przyjęto:

$$(p_b \omega_m - \omega_{mS}) \sigma L_S L_R i_{Sd} \approx 0 \quad (6)$$

Po założeniu  $M_m = 0$  oraz wyznaczeniu podstawień z równań (2i) i (2j):

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{3}{2} \frac{1}{J} p_b^2 \Psi_S^2 i_{Sq}, \quad i_{Sq} = \frac{3}{2} \frac{1}{p_b \Psi_S} M_e \quad (7)$$

Podstawienia użyto do zróżniczkowanego obustronnie równania (5) i po zastosowaniu transformaty Laplace'a uzyskano (**wersja 1**):

$$G_M(s) = \frac{M_e(s)}{u_{Sq}(s)} = \frac{A_{mz}s}{s^2 + B_{mz}s + C_{mz}} \quad (8a)$$

gdzie:

$$A_{mz} = \frac{3}{2} \frac{p_b \Psi_S}{\sigma L_S} \quad (8b)$$

$$B_{mz} = \frac{R_R L_S + R_S L_R}{\sigma L_S L_R} = \frac{1}{\sigma T_R} + \frac{1}{\sigma T_S} \quad (8c)$$

$$C_{mz} = \frac{3}{2} \frac{p_b^2 \Psi_S^2}{\sigma L_S J} \quad (8d)$$

Założenie (6) oznacza błąd dokładności modelu matematycznego (8). Z tego powodu wskazane jest dalsze przekształcanie zależności (5). Na podstawie (2b), (2e) można obliczyć:

$$(p_b \omega_m - \omega_{mS}) \sigma L_S L_R i_{Sd} = p_b \omega_m \Psi_S \sigma L_R - \sigma L_R u_{Sq} + \sigma L_R R_S i_{Sq} - (p_b \omega_m - \omega_{mS}) \sigma L_R L_\mu i_{Rd} \quad (9)$$

Wrównaniu (9) za błąd liniowego modelu matematycznego przyjmuje się

$$(p_b \omega_m - \omega_{mS}) \sigma L_R L_\mu i_{Rd} \approx 0 \quad (10)$$

Następnie zależność (9) podstawi się do (5) oraz wykorzystuje się (7). W wyniku otrzymuje się transformatę Laplace'a:

$$\frac{3}{2} p_b \Psi_S L_R (1-\sigma) s u_{Sq} = \left[ \frac{3}{2} \frac{1}{J} p_b^2 \Psi_S^2 L_R (1-\sigma) + (R_R L_S + R_S L_R (1-\sigma)) s + \sigma L_S L_R s^2 \right] M_e \quad (11)$$

i transmitancję w postaci (wersja 2):

$$G_M(s) = \frac{M_e(s)}{u_{Sq}(s)} = \frac{A_{ms}s}{s^2 + B_{ms}s + C_{ms}} \quad (12a)$$

gdzie:

$$A_{ms} = \frac{3}{2} \frac{p_b \Psi_S (1-\sigma)}{\sigma L_S} \quad (12b)$$

$$B_{ms} = \frac{R_R L_S + R_S L_R (1-\sigma)}{\sigma L_S L_R} = \frac{1}{\sigma T_R} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_S} \quad (12c)$$

$$C_{ms} = \frac{3}{2} \frac{p_b^2 \Psi_S^2 (1-\sigma)}{\sigma L_S J} \quad (12d)$$

Przedstawione transmitancje można zapisać w postaci równania stanu:

$$\dot{x}(t) = \tilde{A}x(t) + \tilde{B}u(t) \quad (13)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (14)$$

i dla transmitancji (4) macierze są w postaci:

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -C_\Psi & -B_\Psi \end{pmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{pmatrix} -1/C_\Psi \\ A_\Psi \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

natomiast dla transmitancji (8) i (12) macierze można przyjąć jako:

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -C_m & -B_m \end{pmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ A_m \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Dla postaci równania stanu można w optymalizacji parametrów regulatorów strumienia i momentu wykorzystać metody opisane w [21, 27].

Transmitancje momentu elektrycznego (8) i (12) opisują obiekty różniczkujące drugiego rzędu i różnią się współczynnikami.

Błędami obydwóch modeli matematycznych są lewe strony wyrażeń (6) oraz (10). Linearyzację modelu (2) silnika, badania symulacyjne oraz analizę błędów przedstawiono w następnym punkcie.

#### 4. SYMULACYJNE BADANIA PORÓWNAWCZE

Badania symulacyjne zostały przeprowadzone w środowisku MATLAB-Simulink z wykorzystaniem biblioteki SimPowerSystems, w której znajduje się nieliniowy model silnika indukcyjnego. Sygnały wyjściowe tego modelu zostały przyjęte jako wzorcowe w porównaniu z transmitancjami (4), (8) i (12).

Schemat symulacyjny układu został przedstawiony na rysunku 3.

W badaniach symulacyjnych wykorzystano parametry silników indukcyjnych z pracy [8]:

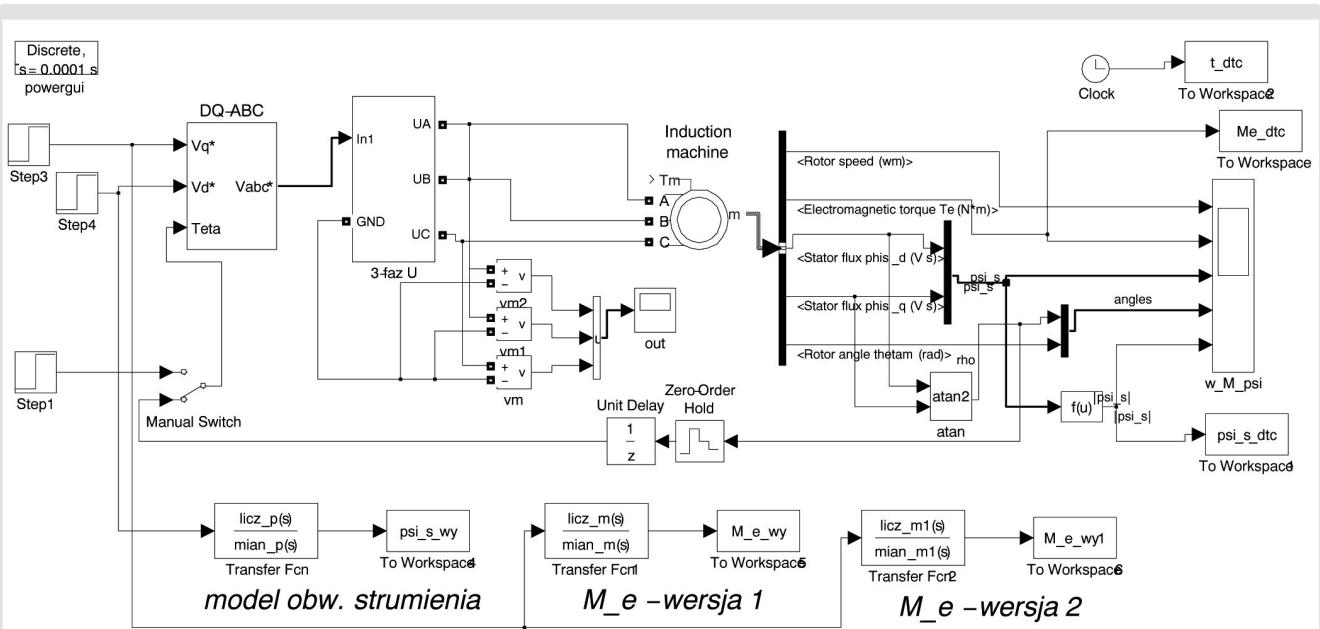
##### Dane napędu N1:

$$P_N = 3 \text{ kW}, \quad U_{SN} = 380 \text{ V}, \quad I_{SN} = 6,9 \text{ A},$$

$$J = 0,007 \text{ kgm}^2, \quad n_N = 1415 \text{ obr/min}, \quad p_b = 2,$$

$$R_S = 1,85 \Omega, \quad R_R = 1,84 \Omega, \quad L_S = 0,17 \text{ H},$$

$$L_R = 0,17 \text{ H}, \quad L = 0,16 \text{ H}, \quad M_N = 20 \text{ Nm}.$$



Rys. 3. Badania porównawcze modeli matematycznych dla układu DTC-SVM

**Dane napędu N2:**

$$\begin{aligned}
 P_N &= 15 \text{ kW}, \quad U_{SN} = 380 \text{ V}, \quad I_{SN} = 28,9 \text{ A}, \\
 J &= 0,875 \text{ kgm}^2, \quad n_N = 1460 \text{ obr/min}, \quad p_b = 2, \\
 R_S &= 0,28 \Omega, \quad R_R = 0,26 \Omega, \quad L_S = 0,0635 \text{ H}, \\
 L_R &= 0,0635 \text{ H}, \quad L = 0,0581 \text{ H}, \quad M_N = 98 \text{ Nm}.
 \end{aligned}$$

Dla obydwóch silników znamionowy strumień stojana wynosi  $\psi_{SN} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{U_{SN}}{100\pi} = 0,98 \text{ Wb}$ .

Na rysunkach 4, 5, 6 i 7 przedstawiono porównania odpowiedzi skokowych transmitancji (4), (8), (12) oraz modelu nieliniowego dla napędu N1 i N2.

W ocenie błędów przybliżenia modeli matematycznych wykorzystano:

$$\Delta\% = \sqrt{\frac{\sum (y_n(t) - y_l(t))^2}{\sum y_n^2(t)}} \cdot 100\% \quad (17)$$

gdzie sygnały  $y_n, y_l$  są odpowiedzią skokową modelu nieliniowego i liniowego (transmitancja).

Zestawienie współczynników transmitancji i błędów liniaryzacji modelu silnika zostało zamieszczone w tabeli 1.

Odpowiedzi skokowe układów przedstawione na rysunkach 4 oraz 6 praktycznie się pokrywają ( $\Delta\% = 0,593\%$  oraz  $\Delta\% = 0,314\%$ ). Oznacza to, że przyjęta postać liniowego przybliżenia modelu obwodu strumienia stojana jest całkowicie wystarczająca.

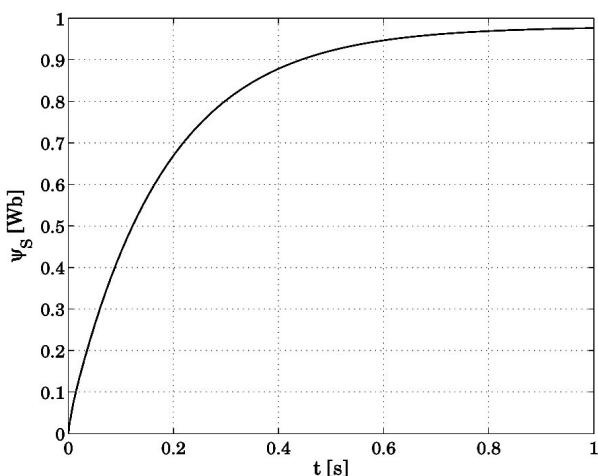
Dodatkowo z tabeli 1 można odczytać, że wartości własne (bieguny) zlinearyzowanego obwodu strumienia stojana są rzeczywiste i znacznie różnią się od siebie. Zróżnicowanie wartości własnych jest również widoczne na przebiegach strumienia (rys. 4 oraz 6), których kształt jest zbliżony do odpowiedzi skokowej obiektu inercyjnego. Z tego powodu można dokonać uproszczenia transmitancji (4) do elementu inercyjnego pierwszego rzędu:

$$G_\Psi(s) = \frac{\psi_S(s)}{u_{Sd}(s)} = \frac{\frac{1}{C_\Psi} s + \frac{A_\Psi}{C_\Psi}}{\frac{1}{C_\Psi} s^2 + \frac{B_\Psi}{C_\Psi} s + 1} \approx \frac{\frac{1}{C_\Psi} s + \frac{A_\Psi}{C_\Psi}}{\frac{1}{C_\Psi} s^2 + 1} \approx \frac{A_\Psi}{C_\Psi} \quad (18)$$

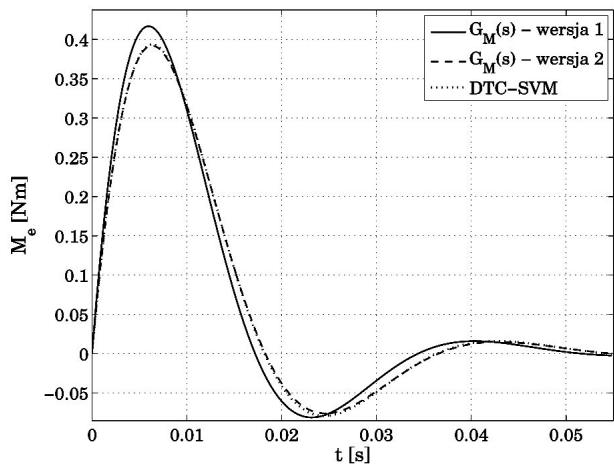
Porównanie odpowiedzi skokowych modelu nieliniowego i poszczególnych liniaryzacji obwodu strumienia stojana przedstawiono na rysunkach 4, 6, 8, 9.

**Tabela 1.** Liniaryzacja

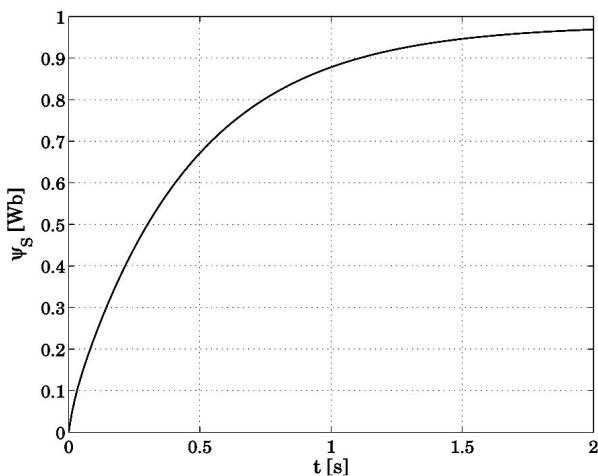
N	$G_\Psi(s)$	bieguny $G_\Psi$	$\Delta\%_\Psi$	$G_{Mz}(s)$ wersja 1	bieguny $G_{Mz}$	$\Delta\%_M$	$G_{Ms}(s)$ wersja 2	bieguny $G_{Ms}$	$\Delta\%_M$
1	$A_\Psi = 94,8$ $B_\Psi = 190,1$ $C_\Psi = 1031$	$\lambda_1 = -184$ $\lambda_2 = -5,59$	0,59	$A_{mz} = 151,5$ $B_{mz} = 190,1$ $C_{mz} = 42407$	$\lambda_{1,2} = -95 \pm j183$	9,94	$A_{ms} = 134,2$ $B_{ms} = 179,2$ $C_{ms} = 37565$	$\lambda_{1,2} = -90 \pm j 172$	1,05
2	$A_\Psi = 25,14$ $B_\Psi = 52,22$ $C_\Psi = 110,9$	$\lambda_1 = -50$ $\lambda_2 = -2,22$	0,31	$A_{mz} = 284,3$ $B_{mz} = 52,22$ $C_{mz} = 636,9$	$\lambda_1 = -32,8$ $\lambda_2 = -19,4$	9,93	$A_{ms} = 238$ $B_{ms} = 47,8$ $C_{ms} = 533,1$	$\lambda_1 = -30,1$ $\lambda_2 = -17,7$	0,996



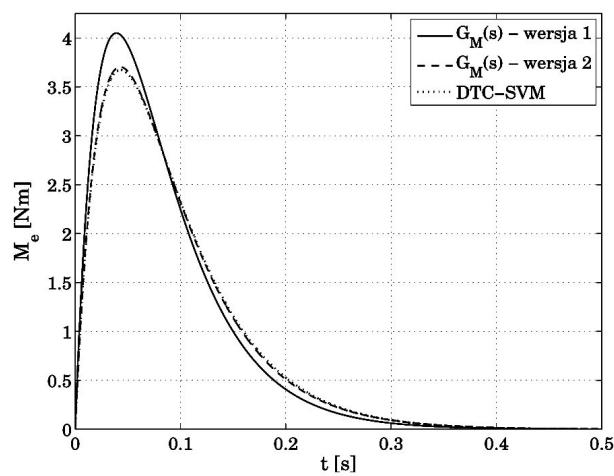
Rys. 4. Odpowiedź skokowa strumienia stojana  
– napęd N1



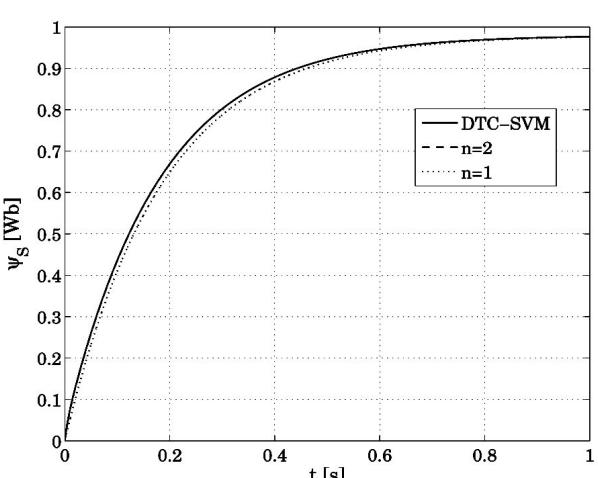
Rys. 5. Odpowiedź skokowa momentu elektrycznego  
– napęd N1



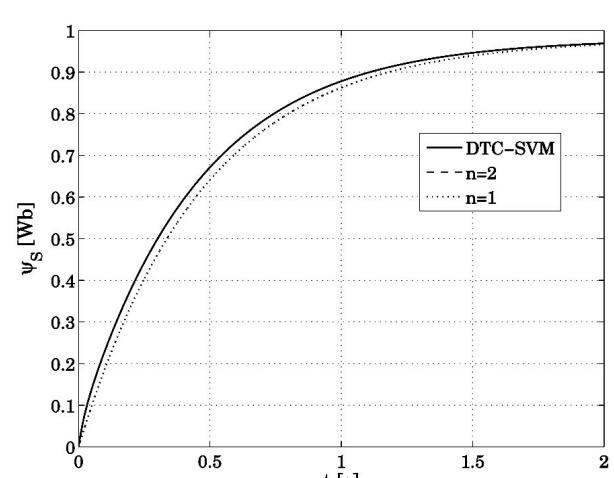
Rys. 6. Odpowiedź skokowa strumienia stojana  
– napęd N2



Rys. 7. Odpowiedź skokowa momentu elektrycznego  
– napęd N2



Rys. 8. Odpowiedź skokowa linearyzacji obwodu strumienia  
stojana ( $n$  jest rzędem transmitancji)  
– napęd N1



Rys. 9. Odpowiedź skokowa linearyzacji obwodu strumienia  
stojana ( $n$  jest rzędem transmitancji)  
– napęd N2

Błędy przybliżenia dla przedstawionych przypadków wynoszą odpowiednio  $\Delta\% = 1,37\%$  oraz  $\Delta\% = 2,39\%$  dla napędu 1. oraz 2.

Uzyskane wyniki symulacyjne świadczą o tym, że transmitancja (18) może zostać wykorzystana w procesie optymalizacji regulatora strumienia. Dobór parametrów regulatora (np. proporcjonalno-całkującego) dla tak prostego modelu matematycznego jest bardzo prosty, co przyspiesza proces projektowania układu automatycznej regulacji silnikiem.

Większe różnice w odpowiedziach modelowanych układów występują dla obwodu wytwarzania momentu elektrycznego (rys. 5 i 7), gdzie błędy dla transmitancji (8) wynoszą odpowiednio  $\Delta\%_{N1} = 9,95\%$  oraz  $\Delta\%_{N2} = 9,93\%$ . Natomiast dla transmitancji (12) błędy są równe  $\Delta\%_{N1} = 1,05\%$  oraz  $\Delta\%_{N2} = 1\%$ , co świadczy o lepszym przybliżeniu modelu silnika indukcyjnego.

## 5. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono liniowe modele matematyczne silnika indukcyjnego. Ukażano je w postaci ciągłej transmitancji operatorowej.

Model obwodu strumienia stojana charakteryzował się błędem mniejszym od 1% (transmitancja (4)) oraz poniżej 2,5% (transmitancja (18)).

W pracy [13] przedstawiono zależności pomiędzy prądem stojana oraz wirnika w funkcji poślizgu i wynika z nich, że moduł prądu  $i_R$  jest zawsze mniejszy od modułu  $i_S$ . Wynika stąd, że liniowy model (12) jest lepszym przybliżeniem nieliniowego modelu silnika (2), co również zostało potwierdzone w badaniach symulacyjnych. Błąd przybliżenia modelu wytwarzania momentu elektrycznego był na poziomie 1%.

Przedstawione uproszczone modele matematyczne mogą zostać wykorzystane w procesie optymalizacji parametrycznej regulatorów strumienia stojana oraz momentu (rys. 2) [2, 8, 21, 22, 30].

## Literatura

- [1] Bisztyna K.: *Sterowanie i regulacja silników elektrycznych*. Warszawa, WNT, 1989
- [2] Blaabjerg G.F., Kaźmierkowski M.P., Zelechowski M., Świerczyński D., Kołomyjski W.: *Design and comparison direct torque control techniques for induction motors*. EPE'05, 11–14.09.2005, Dresden, Germany, page on CD, 2004
- [3] Boldea I., Nasar S.A.: *Electric Drives*. CRC Press, 1999
- [4] Bose B.K.: *Modern Power Electronics and AC Drives*. NJ, Prentice Hall, 2002
- [5] Buja G.S., Kaźmierkowski M.P.: *Direct torque control of PWM converter-fed ac motors-a survey*. IEEE Trans. Ind. Electron., 51(4) (2004) 744–757
- [6] Chiasson J.: *Modeling and High-Performance control of Electric Machines*. NJ: Wiley-IEEE Press, 2005
- [7] Depenbrock M.: *Direct self-control (DSC) of inverter-fed induction machine*. IEEE Transactions on Power Electronics, 3 (1988) 420–429
- [8] Zelechowski M.: *Space Vector Modulated-Direct Torque Controlled (DTC-SVM) Inverter-Fed Induction Motor Drive*. PhD thesis, Faculty of Electrical Engineering Institute of Control and Industrial Electronics, Warsaw University of Technology, 2005
- [9] Holtz J.: *Sensorless Control of Induction Motor Drives*. Preceedings of the IEEE, 80(8) (2002) 1359–1394
- [10] Kaźmierkowski M.P., Zelechowski M., Świerczyński D.: *Dtcsvm an efficient method for control both induction and pm synchronous motor*. page on CD, 2004
- [11] Kaźmierkowski M.P., Krishnan R., Blaabjerg F.: *Control in Power Electronics*. San Diego, Academic Press, 2002
- [12] Kaźmierkowski M.P., Tunia H.: *Automatic Control of Converter-Fed Drives*. Warszawa, Elsevier, 1994
- [13] Krishnan R.: *Electric Motor Drives. Modelling, Analysis and Control*. NJ: Prentice Hall, 2001.
- [14] Lascu C., Andreescu G.-D.: *Sliding-mode observer and improved integrator with dc-offset compensation for flux estimation in sensorless-controlled induction motors*. IEEE Trans. Ind. Electr., 53 (2006) 785–794
- [15] Lascu C., Boldea I., Blaabjerg F.: *A modified direct torque control for induction motor sensorless drive*. IEEE Trans. Ind. Appl., 36(1) (2000) 122–130
- [16] Lascu C., Trzynadlowski A.T.: *A sensorless hybrid dtc drive for high-volume applications using the tms320f243 dsp controller*. Ind. Appl. Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE, 1 (2001) 482–489
- [17] Leonhard W.: *Control of Electrical Drives*. Berlin, Springer-Verlag, 2001
- [18] Orlowska Kowalska T.: *Bezczujnikowe układy napędowe z silnikami indukcyjnymi*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2003
- [19] Piróg S.: *Energoelektronika: układy o komutacji sieciowej i o komutacji twardzej*. Kraków, Wydawnictwa AGH, 2006
- [20] Sieklucki G.: *Automatyka napędu*. Kraków, Wydawnictwa AGH, 2009
- [21] Sieklucki G.: *Pole placement method for dc motor torque*. Archives of Control Sciences, 19(3) (2009) 307–324
- [22] Sieklucki G.: *Problem LQ w optymalizacji regulatora momentu elektromagnetycznego*. Elektrotechnika i Elektronika, t. 29, z. 1–2, 2010
- [23] Sieklucki G., Orzechowski T., Sykulski R.: *Dobór parametrów regulatora prędkości w bezpośrednim sterowaniu momentem silnika indukcyjnego*. Kraków, Elektrotechnika i Elektronika, 24(1) (2005) 85–92
- [24] Takahashi I., Noguchi T.: *A new quick response and high efficiency control strategy of an induction motor*. IEEE Trans. on Industrial Applications, IA-22 (1986) 820–827
- [25] Trzynadlowski A.M.: *Control of Induction Motors*. Academic Press, San Diego, 2000
- [26] Utkin V., Guldner J., Shi J.: *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. London, Taylor & Francis, 1999
- [27] Vaccaro J.R.: *Digital Control. A State-Space Approach*. McGraw-Hill, Inc., 1995
- [28] Vas P.: *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. Oxford University Press, 1998
- [29] Xue X., Xu X., Habetler T.G., Divan D.M.: *A low cost stator flux oriented voltage source variable speed drive*. Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting, 1 (1990) 410–415
- [30] Zelechowski M., Kaźmierkowski M., Blaabjerg F.: *Controller design for direct torque controlled space vector modulated (dtcsvm) induction motor drives*. IEEE ISIE, Dubrovnik, Croatia (2005) 951–956

Wpłynęło: 12.02.2010



Grzegorz SIEKLUCKI

Urodził się 2 lutego 1972 roku. Studia wyższe ukończył w roku 1997 w Akademii Górnictwo-Hutniczej w Krakowie na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki. Stopień naukowy doktora nauk technicznych uzyskał w 2000 roku. Od początku pracuje

w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych AGH. Zajmuje się sterowaniem dyskretnym w układach napędowych.

e-mail: sieklo@kaniup.agh.edu.pl



Tadeusz ORZECHOWSKI

Urodził się 19 października 1946 roku w Krakowie. Studia wyższe ukończył w roku 1970 w Akademii Górnictwo-Hutniczej w Krakowie na Wydziale Elektrotechniki Górnictwa i Hutniczej. Stopień naukowy doktora nauk technicznych uzyskał w roku 1977, a stopień doktora habilitowanego w roku 1992. Od początku pracuje w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych AGH,

w chwili obecnej na stanowisku profesora nadzwyczajnego. Główny kierunek jego zainteresowań naukowo-badawczych obejmuje zagadnienia z zakresu automatyki napędu elektrycznego, a w szczególności: zastosowania techniki mikroprocesorowej w identyfikacji i sterowaniu napędami oraz problematyka napędów synchronicznych jako obiektów regulacji w systemie energo-elektro-mechanicznym. Jest autorem i współautorem ponad 70 publikacji naukowych i 17 patentów.

e-mail: orzech@agh.edu.pl



Rajmund SYKULSKI

Urodził się 1 stycznia 1977 roku. Studia wyższe ukończył w roku 2001 w Akademii Górnictwo-Hutniczej w Krakowie na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki. Od 2001 roku jest asystentem w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych. Zajmuje się sterowaniem w napędach elektrycznych.

e-mail: sykulski@kaniup.agh.edu.pl