

**Rafał Wiśniowski\*, Krzysztof Skrzypaszek\***

## **ANALIZA MODELI REOLOGICZNYCH STOSOWANYCH W TECHNOLOGIACH INŻYNIERSKICH\*\***

### **1. WSTĘP**

Rozwój gospodarczy świata cechuje zwiększone zapotrzebowania na dobra konsumpcyjne. Badania naukowe oraz praktyczne wdrożenia ich wyników przyczyniają się do zaspokajania rosnących potrzeb, przez co powodują wzrost komfortu życia zarówno poszczególnych osób jak i całych społeczeństw. Postęp cywilizacyjny stymuluje z kolei rozwój istniejących technik i technologii oraz kreuje nowe dziedziny wiedzy. Jednym z podstawowych zagadnień cywilizacyjnych jest obecnie produkcja, przetwarzanie, wykorzystanie i degradacja substancji płynnych. Niezwykle ważne staje się więc prawidłowe określenie właściwości fizycznych, parametrów reologicznych i technologicznych płynów. Ustalenie związków przyczynowo-skutkowych, powstających w poszczególnych etapach technologicznych aplikacji substancji płynnych, pozwala na optymalny dobór technologii przemysłowej oraz minimalizację kosztów.

Badania właściwości płynów przeprowadza się obecnie w takich obszarach działalności człowieka, jak:

- przemysł spożywczy – w zastosowaniu do opisu parametrów reologicznych żywności w postaci płynnej (napoje, majonezy, musztardy, ketchupy) oraz stałej, ale upłynnianej w procesie produkcyjnym (masło, czekolada, smalec);
- przemysł farmaceutyczny i kosmetyczny – opisując właściwości produktów takich, jak: syropy, ciecze fizjologiczne (kroplówki), żele, maści, kremy, mleczka kosmetyczne;
- przetwórstwo tworzyw sztucznych – podczas produkcji wszelkiego rodzaju plastików i innych materiałów umożliwiających nadawanie kształtów podczas obróbki termicznej;
- ceramika – podczas określania reologii mas ceramicznych dla celów budowlanych, wojskowych, sztuk plastycznych;
- technologia przetwórstwa ropy naftowej – paliwa, smary, oleje, asfalty;

---

\* Wydział Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH, Kraków

\*\* Praca zrealizowana w ramach badań własnych WWNiG AGH

- metalurgia i odlewnictwo – w zastosowaniu do opisu przepływu metali i innych materiałów w postaci płynnej;
- chemia polimerów – w celu określania parametrów cieczy z dodatkami związków wielkocząsteczkowych;
- chemia gospodarcza – farby i lakiery (określanie przepływu, zacieków i rozwarstwień) i inne produkty w formie płynnej (płyny do mycia, rozpuszczalniki, mydła, mleczka do czyszczenia);
- medycyna i inżynieria biomedyczna – opisując przepływ cieczy organicznych ze szczególnym uwzględnieniem przepływu krwi (wprowadzono pojęcie bioreologii);
- dentystyka – gładjonomerowe zaczyny cementowe, stosowane do wypełnienia ubytków zębowych lub osadzania protez.
- zootechnika i rolnictwo – płyny umożliwiające żywienie zwierząt w procesie ciągłym, hydroponiczna hodowla roślin;
- ochrona środowiska – recykling materiałów;
- wiertnictwo, górnictwo i geoinżynieria – cieczy umożliwiające wykonywanie otworów wiertniczych, eksploatację złóż oraz modyfikację właściwości gruntów i skał.

Coraz większy udział wyników badań nad substancjami płynnymi można obecnie zaobserwować w dziedzinie transportu z wykorzystaniem rurociągów:

- paliw płynnych (ropociągi i gazociągi);
- wody i ścieków komunalno-bytowych (wodociągi, kanalizacja, rurociągi ciepłownicze);
- chemikaliów (rurociągi z płynami technologicznymi);
- żywności w postaci płynnej;

Wiele procesów technologicznych, stosowanych w różnych gałęziach przemysłu, jest ściśle związanych z określeniem zależności reologicznych dla konkretnego płynu w poszczególnych etapach technologicznych jego aplikacji. Jako przykłady można wymienić:

- powlekanie papieru;
- smarowanie silników spalinowych;
- sitodruk;
- pokrywanie wykładzin warstwą lateksu;
- wielowarstwowe pokrywanie powierzchni lakierem;

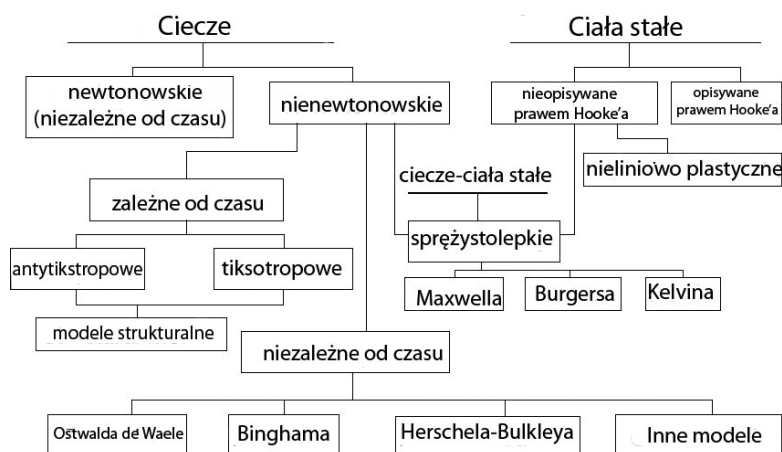
Tworzone nowe substancje płynne oraz opracowywane dla nich technologie znajdują natychmiast zastosowanie w życiu człowieka i są wykorzystywane często w nieplanowanych wcześniej przez twórców obszarach gospodarczych oraz dziedzinach nauki i techniki.

## 2. MODELE REOLOGICZNE CIECZY

Rzeczywiste substancję płynne niejednokrotnie posiadają właściwości zarówno cieczy jak i ciał stałych. Na rysunku 1 przedstawiono podział ciał ze względu na właściwości mechaniczne [2].

W celu opisanie związków przyczynowo-skutkowych, występujących pomiędzy parametrami reologicznymi cieczy a technologią ich stosowania, tworzy się modele reologiczne

ne. Trafność dopasowania modelu reologicznego do zachowania się rzeczywistej cieczy minimalizuje błędy obliczanych wielkości: charakteru przepływu, oporów przepływu cieczy w systemie cyrkulacyjnym, sedimentacji cząstek. W zależności od rodzaju cieczy stosuje się różne wzory matematyczne opisujące jej zachowanie się podczas przepływu.



Rys. 1. Podział ciał ze względu na właściwości mechaniczne

Na podstawie analizy literatury [2, 5] zależności te proponujemy podzielić na dwie grupy:

- 1) związki pomiędzy szybkością ścinania a naprężeniem stycznym.
- 2) związki pomiędzy szybkością ścinania lub naprężeniem stycznym a lepkościami pozornymi.

Do pierwszej grupy zaliczyć należy modele:

- Newtona

$$\tau = \eta \left( -\frac{dv}{dr} \right) \quad (1)$$

- Binghama

$$\tau = \tau_y + \eta_{pl} \left( -\frac{dv}{dr} \right) \quad (2)$$

- Cassona

$$\tau^{\frac{1}{2}} = \tau_y^{\frac{1}{2}} + \eta_{cas}^{\frac{1}{2}} \left( -\frac{dv}{dr} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

– Herschela–Bulkleya

$$\tau = \tau_y + k \left( -\frac{dv}{dr} \right)^n \quad (4)$$

– Ostwalda de Waele

$$\tau = k \left( -\frac{dv}{dr} \right)^n \quad (5)$$

– Vom Berga

$$\tau = \tau_y + B \sinh^{-1} \left( \frac{-\frac{dv}{dr}}{C} \right) \quad (6)$$

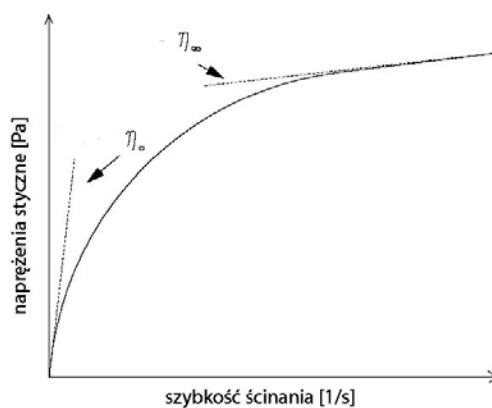
– Eyringa

$$\tau = a \left( -\frac{dv}{dr} \right) + B \sinh^{-1} \left( \frac{-\frac{dv}{dr}}{C} \right) \quad (7)$$

– Robertsona–Stiffa

$$\tau = a \left( -\frac{dv}{dr} + C \right)^h \quad (8)$$

Zaletą matematycznego opisu cieczy nienewtonowskich w postaci równań (1)–(8) jest możliwość analitycznego poszukiwania związków fizycznych z jej udziałem. Wadą zaś niejednokrotnie niemożliwe analityczne rozwiązanie równań konstytutywnych dla ww. cieczy.



**Rys. 2.** Lepkości pozorne dla szybkości ścinania zmierzających do zera i do nieskończoności

Drugą grupę modeli reologicznych stanowią zależności pozwalające określić wartość lepkości cieczy w funkcji szybkości ścinania lub naprężenia stycznego oraz lepkości pozornych wyznaczonych przy granicznych szybkościach ścinania (zbieżających do zera oraz do nieskończoności) (rys. 2).

Wśród tych związków wyróżnić należy modele reologiczne:

- Carreau–Yasuda

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = \left[ 1 + \left( \lambda \left( -\frac{dv}{dr} \right) \right)^a \right]^{\frac{n-1}{a}} \quad (9)$$

- Crossa

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = \frac{1}{\left( 1 + \lambda \left( -\frac{dv}{dr} \right) \right)} \quad (10)$$

- Ellisa

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + \left( \frac{\tau}{\tau_2} \right)^{\alpha-1}} \quad (11)$$

- Kriegera–Dougherty’ego

$$\eta_r = \left( 1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-[\eta]\Phi_m} \quad (12)$$

- Metera

$$\eta = \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + \left( \frac{\tau}{\tau_2} \right)^{\alpha-1}} \quad (13)$$

- Powella–Eyringa

$$\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) = \frac{\sinh^{-1} \left( \tau_{pe} \left( -\frac{dv}{dr} \right) \right)}{\tau_{pe} \left( -\frac{dv}{dr} \right)} \quad (14)$$

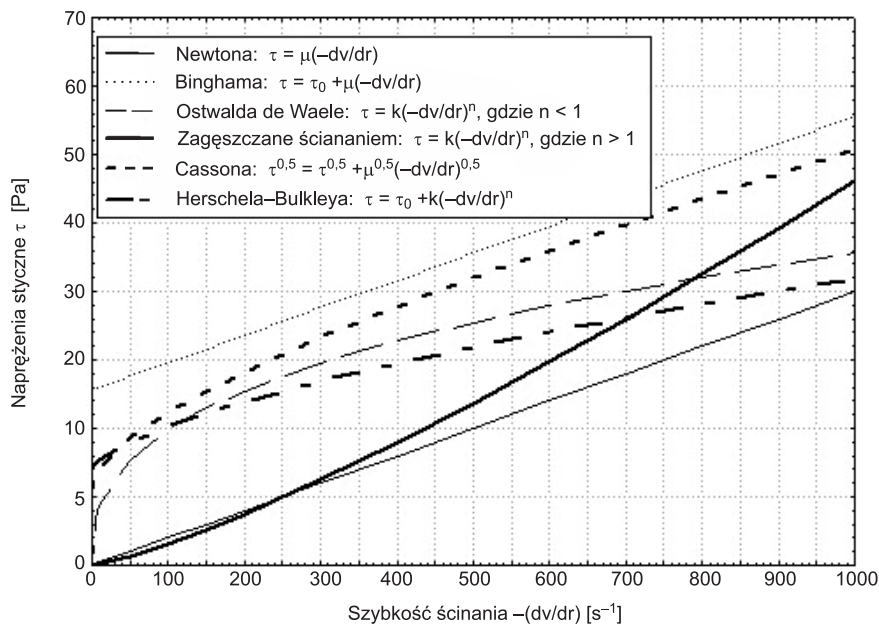
Zaletą matematycznego opisu cieczy nienewtonowskich w postaci równań (10)–(14) jest wyznaczenie jej lepkości pozornej, co znacznie upraszcza procedury algorytmiczne przy programowaniu numerycznym. Do wad zapisu matematycznego w postaci (10)–(14) zaliczyć należy konieczność wyznaczania granicznych lepkości pozornych, co nie zawsze jest technicznie i technologicznie możliwe.

### 3. MODELE REOLOGICZNE STOSOWANE PRZY OPISIE CIECZY WIERTNICZYCH

Jednym z podstawowych zagadnień, rozwiązywanych przez inżynierów mających w swojej praktyce zawodowej do czynienia z przepływem płynów jest ustalenie wzajemnych zależności pomiędzy strumieniem tłoczzonej cieczy a oporami przepływu powstającymi podczas jej przetłaczania. W wiertnictwie znajomość oporów przepływu pozwala na właściwy dobór dysz świdra, mocy pompy płuczkowej, oraz umożliwia optymalizację mechanicznych i hydraulicznych parametrów technologii wiercenia [7].

W obecnej praktyce wiertniczej stosuje się następujące rodzaje cieczy:

- płuczki wiertnicze,
- zaczyny uszczelniające,
- ciecze przemywające,
- ciecze wyprzedzające,
- ciecze przebitkowe,
- ciecze kasujące,
- ciecze szczelinujące i ciecze podpierające szczeliny, ciecze nadpakerowe.



Rys. 3. Krzywe reologiczne cieczy wiertniczych

Do opisu tych cieczy wykorzystuje się modele cieczy: newtonowskie, pseudoplastyczne (Ostwalda de Waelle), zagęszczone ścinaniem, liniowe plastycznolepkie (binghamowskie) i nieliniowe plastycznolepkie (Cassona, Herschela–Bulkleya).

Charakterystyki reologiczne poszczególnych cieczy wiertniczych przedstawiono na rysunku 3.

Większość z cieczy wiertniczych to ciecze nienewtonowskie. Podstawowymi problemami inżynierii wiertniczych cieczy nienewtonowskich są obecnie zagadnienia związane z określaniem oporów przepływu cieczy przez przewody i kanały o różnym kształcie, zużycia mocy przy ich mieszaniu i efektywności mieszania oraz zagadnienia przewodnictwa cieplnego przy przepływie i mieszaniu.

Ciecze wiertnicze to najczęściej zawiesiny mieszanin ciał stałych w wodzie lub roztwory polimerów o dużej masie cząsteczkowej.

W przypadku cieczy wiertniczych rozważanych jako układy dyspersyjne, analizowane zjawiska mogą być wyjaśnione jako wynik: wzajemnego oddziaływania cząstek fazy rozproszonej, oddziaływania między cząstkami i fazą ciągłą, oraz odkształcenia cząstek. Philippoff [6] podał następujące cechy cząstek fazy rozproszonej, które wpływają na właściwości układu:

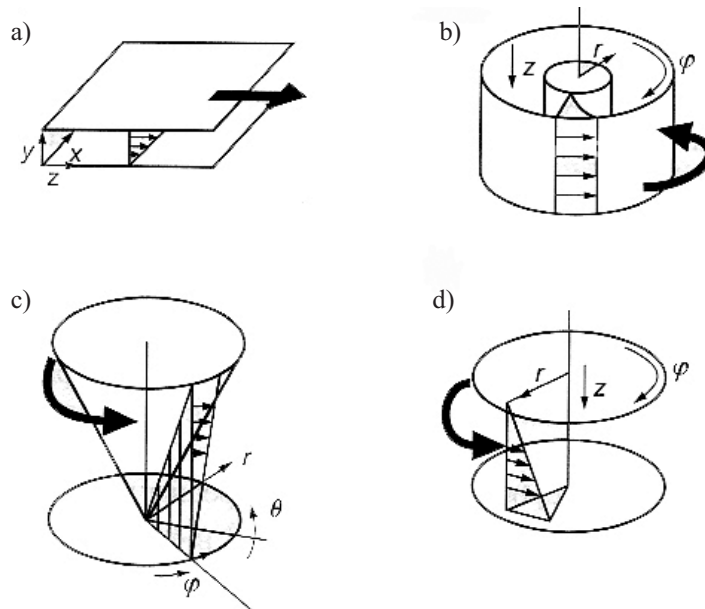
- kształt cząstek,
- rozmiar cząstek,
- giętkość i zdolność do odkształcenia cząstek,
- solwatacja cząstek przez ośrodek rozpraszający,
- obecność i wielkość ładunku elektrycznego w cząstkach.

Ciecze tego typu stają się tym bardziej nienewtonowskie, im większe jest stężenie ciała stałego. Nienewtonowskie zachowanie się zawiesin występuje szczególnie wyraźnie, jeśli ciało stałe ma tendencję do pęcznienia, solwatacji lub w jakikolwiek inny sposób asocjuje z fazą ciekłą.

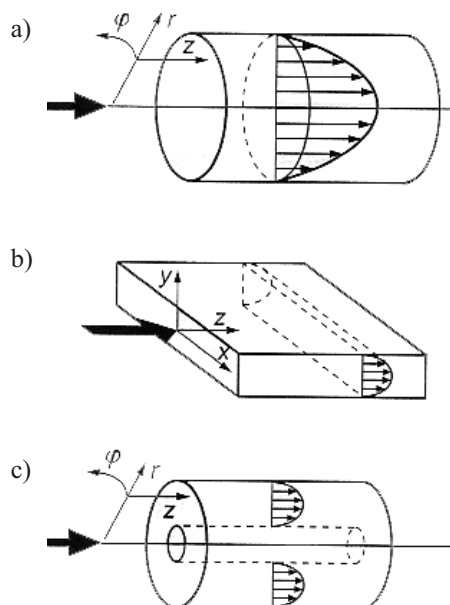
#### 4. REOMETRIA CIECZY WIERTNICZYCH

Nieodzownym warunkiem rozwoju metod obliczeniowych inżynierii cieczy wiertniczych jest znajomość parametrów określających właściwości cieczy w czasie przepływu, czyli tzw. parametrów reologicznych. Ze względu na duże zróżnicowanie cieczy wiertniczych, opracowane zostały różne metody badań reometrycznych. Badania reometryczne są zwykle realizowane przez pomiar sił lub momentów sił, które reprezentują stan naprężenia w materiale oraz pomiar przemieszczeń lub prędkości, reprezentujących odkształcenia. W trakcie badań analizuje się wleczony lub ciśnieniowy przepływ cieczy wiertniczej. Przepływem wleczonym nazywa się przepływ zachodzący między dwiema powierzchniami, z których jedna jest ruchoma, a druga nieruchoma (rys. 4). Natomiast przepływem ciśnieniowym określa się przepływ, który zachodzi w zamkniętym kanale w wyniku różnicy ciśnienia, występującej wzdłuż tego kanału (rys. 5).

Odpowiednio do przedstawionych na rysunkach 4 i 5 schematów przepływów wiskozymetrycznych, skonstruowane zostały różne typy reometrów.



**Rys. 4.** Rodzaje przepływów wleczonych: a) przepływ między równoległymi płaszczyznami; b) przepływ między współosiowymi cylindrami; c) przepływ między stożkiem i płytką; d) przepływ między dwoma płytkami



**Rys. 5.** Rodzaje przepływów ciśnieniowych: a) przepływ w kanale cylindrycznym; b) przepływ w kanale płaskim; c) przepływ w kanale pierścieniowym



Najważniejsze z nich to [5]:

- reometry rotacyjne:
  - ze współosiowymi cylindrami,
  - typu stożek – płytką,
  - typu płytką – płytką;
- reometry ciśnieniowe (wyływowe):
  - kapilarne,
  - szczelinowe.

Zasada działania reometrów rotacyjnych polega na ścinaniu badanego płynu w szczelinie między dwoma powierzchniami, z których jedna wykonuje ruch obrotowy, a druga jest nieruchoma. Szczeliny te mogą być tworzone przez dwa współosiowe walce, stożek i płytkę lub dwie równoległe tarcze. Pomiar polega na określeniu związku między prędkością kątową obracającego się elementu pomiarowego a momentem skręcającym, związanym z tym obrotem. Znajomość tego związku umożliwia określenie zależności między prędkością ścinania i naprężeniem ścinającym, czyli pozwala na wyznaczenie krzywej płynięcia badanej cieczy.

Istota działania reometrów ciśnieniowych polega na przetłaczaniu badanej cieczy przez kanały (cylindryczne lub szczelinowe). Pomiar polega na określeniu zależności między objętościowym natężeniem przepływu cieczy a spadkiem ciśnienia wywołanym tarcie wewnętrzne. Znajomość tej zależności umożliwia wyznaczenie krzywej płynięcia.

Zasadnicza różnica pomiędzy reometrami rotacyjnymi a ciśnieniowymi polega na tym, że w przypadku reometrów rotacyjnych nie występuje ograniczenie czasowe pomiaru. Umożliwiają więc one wyznaczenie dynamicznych charakterystyk reologicznych. Korzystając z reometrów rotacyjnych, można też wyznaczać różnice naprężeń normalnych. Ograniczeniem tego typu reometrów jest natomiast możliwość stosowania tylko w zakresie małych szybkości ścinania. Reometry ciśnieniowe mają prostszą budowę i umożliwiają pomiar w szerokim zakresie, ale od wyższych szybkości ścinania [5].

W celu określania parametrów reologicznych cieczy wiertniczych stosuje się różne rozwiązania konstrukcyjne reometrów. Począwszy od prostych konstrukcji wyływowych (lejek Marscha), poprzez rotacyjne o współosiowych cylindrach (Fann, Chan) do układów stożek – płytką (np. Brookfield DV II Pro) czy płytką – płytką (np. RheoStress 600 firmy HAAKE).

Znając zależności pomiędzy szybkością ścinania a naprężeniami stycznymi, można wyznaczyć parametry reologiczne cieczy wiertniczych za pomocą metodyki opisanej w pracy [8].

## 5. PODSUMOWANIE

Procesy związane z produkcją, przetwarzaniem, wykorzystaniem i degradacją substancji płynnych wykorzystywane są w wielu obszarach działalności człowieka. Prawidłowe określenie właściwości fizycznych i parametrów reologicznych płynów umożliwia optymalny dobór technologii przemysłowej oraz minimalizację kosztów.

Dopasowanie modelu reologicznego do właściwości rzeczywistej cieczy wiertniczej pozwala na minimalizację błędów obliczanych wielkości (charakteru przepływu, oporów przepływu cieczy w systemie cyrkulacyjnym, sedymentacji cząstek).

Parametry reologiczne cieczy wiertniczych należy wyznaczać, stosując reometry ciśnieniowe lub rotacyjne.

#### SPIS OZNACZEŃ

- $\tau$  – naprężenia styczne
- $\tau_y$  – granica płynięcia
- $dv/dr$  – gradient prędkości ścinania
- $\eta$  – lepkość
- $\eta_{pl}$  – lepkość plastyczna
- $\eta_{pl}$  – lepkość Cassona
- $\eta_0$  – lepkość zerowa
- $\eta$  – lepkość przy szybkości ścinania dążącej do nieskończoności
- $k$  – współczynnik konsystencji
- $n$  – wykładnik potęgowy
- $\Phi$  – stopień upakowania cząstek dla modelu Kriegera–Daugherty’ego
- $\Phi_m$  – maksymalny stopień upakowania cząstek dla modelu Kriegera–Daugherty’ego,
- $\lambda$  – stała czasowa
- $\alpha$  – wykładnik potęgowy

#### LITERATURA

- [1] Bourgoyne A.T., Milheim K.K., Chenevert M.E., Young F.S.: *Applied Drilling Engineering*. SPE Textbook, 1986
- [2] Steffe J.F.: *Rheological methods in food engineering*. Freeman Press 1999
- [3] Klotz J.A., Brigham W.E.: *To determine Herschel-Bulkley coefficients*. Journal of Petroleum Technology, November 1998
- [4] Raczkowski J.: *Technologia płuczek wiertniczych*. Katowice, Wydawnictwo Śląsk 1981
- [5] Wilczyński K.: *Reologia w przetwórstwie tworzyw sztucznych*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne 2001
- [6] Schramm G.: *Reologia – podstawy i zastosowanie*. Ośrodek Wydawnictw Naukowych 1998
- [7] Wiśniowski R.: *Metodyka określania modelu reologicznego cieczy wiertniczej*. Rocznik AGH Wiertnictwo Nafta Gaz, t. 18/1, 2001
- [8] Skrzypaszek K.: *Komputerowe wspomaganie wyznaczania modelu reologicznego cieczy – Program Flow-Fluid Coef*. NTTB 2-3, 2001