

Kazimierz Twardowski*, Ryszard Drożdżak*, Andrzej Glazor**

**ANALIZA PORÓWNAWCZA
POŚREDNICH METOD OCENY
WSPÓŁCZYNNIKA FILTRACJI GRUNTÓW*****

1. WPROWADZENIE

Jednym z najbardziej atrakcyjnych ze względów ekonomiczno-technicznych sposobów określania współczynnika filtracji gruntów, w szczególności we wstępnej fazie prac dokumentacyjno-projektowych hydrogeologicznych bądź geotechnicznych, jest wykorzystywanie opracowanych przez różnych autorów empirycznych wzorów prognostycznych [1, 5–7, 14]. W praktyce może się on jednak wiązać ze znacznymi kłopotami dotyczącymi wyboru właściwego wzoru (lub kilku wzorów), adekwatnego do konkretnej sytuacji geologicznej i danego gruntu. Wzory te stanowią *de facto* mniej lub bardziej złożone modele petrofizyczne umożliwiające prognozowanie ilościowe współczynnika filtracji gruntu. Niestety uzyskuje się na ich podstawie prognozy punktowe, które trudno jednoznacznie ocenić przez pryzmat ich trafności. Kwestia ta, w szczególności w odniesieniu do złożonych modeli wieloargumentowych (wieloczynnikowych), ma zasadnicze znaczenie [2, 5, 15]. Wiąże się przede wszystkim z dokładnością ocen rozumianą zgodnie z aktualną wykładnią metrologiczną i specyfiką jednowariantowego prognozowania, jako poprawność prognostycznych ocen, tj. ich zgodność z przyjętą wartością odniesienia, co w praktyce oznacza nieobciążenie ich błędem (rozejściem) systematycznym [11, 12]. Empiryczne wzory prognostyczne do oceny współczynnika filtracji gruntów mają z reguły charakter statystyczny, rzadziej statystyczno-deterministyczny, i z punktu widzenia rodzaju niezbędnych danych wejściowych mogą być podzielone na trzy grupy [5, 14]:

- 1) wzory uwzględniające wyłącznie średnice charakterystyczne ziaren (wyniki badań granulometrycznych);
- 2) wzory uwzględniające charakterystyczne średnice ziaren oraz porowatość gruntu;

* Wydział Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH, Kraków.

** Były doktorant Wydziału Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH, Kraków.

*** Praca wykonana częściowo w ramach badań własnych Wydziału Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH.

- 3) wzory uwzględniające charakterystyczne średnice ziaren i porowatość gruntu oraz właściwości fizyczne filtrującej wody.

Podwyższenie dokładności wyników empirycznego prognozowania może być uzyskane poprzez wykorzystanie wielowariantowego podejścia, polegającego na powtórnym niezależnym rozwiązywaniu tego samego zadania kilkoma różnymi sposobami. Opiera się ono na założeniu, że losowa zgodność wyników dwu lub więcej niezależnych rozwiązań jest mało prawdopodobna i jeśli obserwujemy tego typu powtarzalność, to najbardziej prawdopodobną jej przyczyną może być poprawność tych wyników. Innymi słowy również niezależne sposoby rozwiązywania zadania oraz końcowa analiza porównawcza jego wyników sprzyja podwyższeniu prawdopodobieństwa prawidłowości uzyskanych wniosków.

Prawdopodobieństwo błędnej oceny końcowej jednocześnie wg wszystkich niezależnych wariantów maleje wraz ze wzrostem ich liczby. A zatem w sprzyjających warunkach potrzebną dokładność (poprawność) prognozowania można uzyskać poprzez zwiększenie liczby wariantów wykorzystywanych rozwiązań.

W prognozowaniu współczynnika filtracji gruntów wiąże się to z koniecznością wcześniej sygnalizowanej oceny adekwatności (dopasowania) poszczególnych empirycznych wzorów prognostycznych do konkretnych gruntów.

W tym celu dokonano testowych obliczeń ocen prognostycznych współczynnika filtracji w odniesieniu do trzech zróżnicowanych z punktu widzenia właściwości petrofizycznych gruntów modelowych, wykorzystywanych na Wydziale Wiertnictwa, Nafty i Gazu Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie do laboratoryjnych badań rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń ropopochodnych w ośrodkach gruntowych [4].

2. CHARAKTERYSTYKA GRUNTÓW MODELOWYCH

Wspomniane grunty modelowe były przygotowane z wykorzystaniem materiałów produkowanych przez Zakłady Kruszywa w Nieznanowicach (okolice Krakowa). Poszczególne grunty modelowe reprezentowały:

- piasek (model nr 1), który – według normy [10] – może być zaliczony do odmiany gruboziarnistej piasku;
- kruszywo zamułkowe z początkowego odcinka linii produkcyjnej (model nr 2), które – według normy [10] – może być zaliczone do odmiany średnioziarnistej piasku;
- kruszywo zamułkowe ze środkowego odcinka linii produkcyjnej (model nr 3), które – według normy [10] – może być zaliczone do odmiany średnioziarnistej gliniastej piasku.

Badania laboratoryjne tych gruntów [4] umożliwiają ich ogólną charakterystykę petrofizyczną. Model nr 1 o średnicy efektywnej ziaren $d_{ef} = 0,460$ mm i porowatości $n = 36,1\%$ cechuje się współczynnikiem filtracji K w granicach $10^{-4} \div 10^{-3}$ m/s, co odpowiada dobrej wodoprzepuszczalności poziomej oraz bardzo dobrej przesiąkalności pionowej [6].

Model gruntu nr 2 o średnicy efektywnej ziaren $d_{ef} = 0,186$ mm i porowatości $n = 38,8\%$ wykazuje wartości współczynnika filtracji K w granicach $10^{-5} \div 10^{-4}$ m/s, co charakteryzuje utwory o średniej przepuszczalności poziomej i bardzo dobrej przesiąkalności pionowej [6].

Model gruntu nr 3 o średnicy efektywnej ziaren $d_{ef} = 0,072$ mm i porowatości $n = 41,7\%$ cechuje się współczynnikiem filtracji K w granicach $10^{-6} \div 10^{-5}$ m/s, co odpowiada słabej wodoprzepuszczalności poziomej i bardzo dobrej przepuszczalności pionowej [6].

W celu prognozowania współczynnika filtracji gruntów modelowych wykonano dodatkowo dokładne badania laboratoryjne dotyczące ich składu granulometrycznego. Badania prowadzono, wykorzystując pięć niezależnych próbek gruntów reprezentujących grunty modelowe nr 1, 2 i 3, zgodnie z aktualnymi normami z zakresu geotechniki [9]. Granice frakcji ziarnowych ustalono, wykorzystując logarytmiczną skalę Wentfortha do normalizacji danych ziarnowych.

Do wykrywania w seriach pomiarowych ewentualnych wyników pomiarów obarczonych błędem grubym, dotyczących tzw. wartości odstających¹ lub tzw. wyników wątpliwych² wykorzystano zasady zawarte w normie [8].

Używano testu służącego do weryfikacji zespołu wyników próbie (serii pomiarowej) – przypadek nieznanego odchylenia standardowego. Przyjęto poziom istotności testowania $\alpha^* = 0,10$, co dla próby o liczebności $n = 5$ daje krytyczną wartość testu wynoszącą $h = 1,67$.

W celu zweryfikowania zespołu wyników w próbie, w tym w szczególności wyników skrajnych x_l i x_n w próbie uporządkowanej w kolejności niemalejącej, należy obliczyć:

- średnią arytmetyczną \bar{x} oraz odchylenie standardowe z próby S ,
- wartość statystyki U_n^* według wzoru

$$U_n^* = \max_{1 \leq k < n} \left| \frac{x_k - \bar{x}}{S} \right|, \quad (1)$$

gdzie:

- x_k – k -ty wynik pomiaru w serii,
- $k = 1, 2, \dots, n$.

Jeżeli $U_n^* \leq h$, należy przyjąć, że próba nie zawiera błędów grubych; jeżeli $U_n^* > h$, należy uznać wynik za obarczony błędem grubym. Po jego wyeliminowaniu z próby procedurę testową należy powtórzyć ponownie w odniesieniu do próby o liczebności zmniejszonej z n do $n - 1$.

Weryfikację statystyczną wyników analizy granulometrycznej w odniesieniu do badanych gruntów modelowych przedstawiono w tabelach 1–3. W seriach pomiarowych dotyczących gruntów nr 2 i 3 (tab. 2 i 3) nie stwierdzono występowania błędów grubych, natomiast w wypadku gruntu nr 1 (tab. 1) odrzucono z dalszej analizy oba skrajne wyniki w serii pomiarowej tj. x_5 i x_1 .

Uśrednione dane badań granulometrycznych zostały wykorzystane do obliczenia ocen współczynnika filtracji wg analizowanych różnych wzorów empirycznych.

¹ Wartości odstające – wartości tak dalece odbiegające od pozostałych, iż sugeruje to, że mogą pochodzić z innej populacji lub być wynikiem błędu pomiaru [11].

² Wynik wątpliwy – wynik odbiegający od pozostałych w stopniu przewyższającym różnice, które w stosowanej metodzie pomiarów są spodziewane [8].

Tabela 1

Weryfikacja wyników analizy granulometrycznej gruntu modelowego nr 1

Numer klasy	Granice przedziału klasowego [mm]		Masowa względna zawartość frakcji ziarnowych poszczególnych próbek gruntu [%]					U_5^*	U_4^*
1	0,03125	0,0625	0,51	0,47	0,43	0,49	0,38	0,966	–
2	0,0625	0,125	3,39	3,08	2,92	3,07	2,45	1,009	–
3	0,125	0,25	13,80	12,66	12,74	13,54	11,91	1,071	–
4	0,25	0,5	26,12	25,30	25,91	25,46	25,54	1,288	–
5	0,5	1,0	37,27	38,28	38,29	37,68	38,94	1,181	–
6	1,0	2,0	15,50	16,37	16,27	16,28	16,84	1,020	–
7	2,0	4,0	2,84	3,17	2,81	2,74	3,49	1,488	–
8	4,0	8,0	0,52	0,61	0,57	0,56	0,41	0,884	–
9	8,0	16,0	0,06	0,06	0,06	0,19	0,04	1,674	1,500

* Wartości krytyczne h statystyki testowej $U_5 = 1,67$ i $U_4 = 1,46$.**Tabela 2**

Weryfikacja wyników analizy granulometrycznej gruntu modelowego nr 2

Numer klasy	Granice przedziału klasowego [mm]		Masowa względna zawartość frakcji ziarnowych poszczególnych próbek gruntu [%]					U_5^*
1	0,03125	0,0625	7,33	7,96	6,53	6,46	7,48	1,253
2	0,0625	0,125	17,67	13,70	13,28	14,68	13,78	1,615
3	0,125	0,25	12,75	13,70	16,71	15,71	15,12	1,124
4	0,25	0,5	17,68	18,57	18,85	19,05	18,70	0,815
5	0,5	1,0	27,51	27,29	26,96	27,03	27,66	1,229
6	1,0	2,0	13,75	16,61	14,58	14,88	14,13	1,480
7	2,0	4,0	2,59	1,75	2,19	1,61	2,39	1,149
8	4,0	8,0	0,47	0,42	0,90	0,22	0,74	1,197
9	8,0	16,0	0,25	0,00	0,00	0,36	0,00	1,537

* Wartość krytyczna h statystyki testowej $U_5 = 1,67$.

Tabela 3

Weryfikacja wyników analizy granulometrycznej gruntu modelowego nr 3

Numer klasy	Granice przedziału klasowego [mm]		Masowa względna zawartość frakcji ziarnowych poszczególnych próbek gruntu [%]					U_5^*
1	0,03125	0,0625	19,30	19,33	20,61	19,11	19,59	1,584
2	0,0625	0,125	27,69	26,13	26,30	26,17	26,01	1,187
3	0,125	0,25	12,42	14,28	13,77	15,08	13,66	1,082
4	0,25	0,5	11,92	12,23	12,13	12,52	11,51	1,055
5	0,5	1,0	18,37	19,15	19,13	18,05	17,37	0,962
6	1,0	2,0	7,09	7,79	7,38	8,30	9,11	1,354
7	2,0	4,0	3,11	0,94	0,52	0,62	2,63	1,388
8	4,0	8,0	0,10	0,09	0,08	0,15	0,12	1,395
9	8,0	16,0	0,00	0,10	0,07	0,00	0,00	1,535

* Wartość krytyczna h statystyki testowej $U_5 = 1,67$.

3. ANALIZA STATYSTYCZNA WYNIKÓW PROGNOZOWANIA

Uzyskane z obliczeń oceny prognostyczne wartości współczynnika filtracji różnych gruntów modelowych i wg różnych wzorów empirycznych przedstawiono w tabelach 4–6. Wyniki obliczeń w odniesieniu do poszczególnych modelowych gruntów poddano analizie statystycznej przede wszystkim w celu wykrycia ewentualnych ocen obarczonych błędem grubym.

Podobnie jak w wypadku analizy granulometrycznej, zastosowano zasady zawarte w normie PN-87/N-01052/13 [8]. Wykorzystano test służący do weryfikacji zespołu wyników w próbie statystycznej – przypadek nieznanego odchylenia standardowego. Przyjęto poziom istotności testowania $\alpha^* = 0,10$ oraz wartość krytyczną testu w wypadku próby o liczebności $n = 13$ równą $h = 2,33$.

Tabela 4

Weryfikacja wątpliwych ocen prognostycznych współczynnika filtracji w odniesieniu do piasku gruboziarnistego (grunt modelowy nr 1)

Lp.	Wzory empiryczne do oceny współczynnika filtracji	Ocena współczynnika filtracji [m/s]	U_{13}^*
1	Alyamaniego i Šena	2,623E – 05	1,037E + 00
2	Hazena	3,254E – 04	3,210E – 01
3	Hazena uproszczony	4,056E – 04	1,290E – 01

Tabela 4 cd.

Lp.	Wzory empiryczne do oceny współczynnika filtracji	Ocena współczynnika filtracji [m/s]	U_{13}^*
4	Seelheima	1,315E – 03	2,048E + 00
5	Sheparda	1,039E – 04	8,513E – 01
6	USBSC „amerykański”	2,023E – 04	6,157E – 01
7	Krúgera	1,216E – 03	1,811E + 00
8	Zaubreja	2,206E – 04	5,719E – 01
9	Zunckera	5,729E – 04	2,716E – 01
10	Faira i Hatcha	7,353E – 04	6,604E – 01
11	Kozeny–Carmana	5,962E – 04	3,273E – 01
12	Slichtera	9,496E – 05	8,727E – 01
13	Terzagiego	1,588E – 04	7,199E – 01

* Wartość krytyczna h statystyki testowej $U_{13} = 2,33$.

Tabela 5

Weryfikacja wątpliwych ocen prognostycznych współczynnika filtracji w odniesieniu do piasku średnioziarnistego (grunt modelowy nr 2)

Lp.	Wzory empiryczne do oceny współczynnika filtracji	Ocena współczynnika filtracji [m/s]	U_5^*
1	Alyamaniego i Šena	2,474E – 05	6,882E – 01
2	Hazena	5,780E – 05	5,744E – 01
3	Hazena uproszczony	6,352E – 05	5,547E – 01
4	Seelheima	7,101E – 04	1,671E + 00
5	Sheparda	2,250E – 05	6,959E – 01
6	USBSC „amerykański”	2,905E – 05	6,734E – 01
7	Krúgera	7,200E – 04	1,705E + 00
8	Zaubreja	5,105E – 05	5,976E – 01
9	Zunckera	7,214E – 04	1,710E + 00
10	Faira i Hatcha	2,461E – 04	7,387E – 02
11	Kozeny–Carmana	2,273E – 04	9,150E – 03
12	Slichtera	1,487E – 05	7,222E – 01
13	Terzagiego	3,192E – 05	6,635E – 01

* Wartość krytyczna h statystyki testowej $U_{13} = 2,33$.

Tabela 6

Weryfikacja wątpliwych ocen prognostycznych współczynnika filtracji w odniesieniu do piasku średnioziarnistego gliniastego (grunt modelowy nr 3)

Lp.	Wzory empiryczne do oceny współczynnika filtracji	Ocena współczynnika filtracji [m/s]	U_{13}^*	U_{12}^*	U_{11}^*
1	Alyamaniego i Šena	1,747E – 05	4,564E – 01	4,222E – 01	4,912E – 01
2	Hazena	2,200E – 05	4,393E – 01	3,885E – 01	3,774E – 01
3	Hazena uproszczony	2,145E – 05	4,414E – 01	3,926E – 01	3,912E – 01
4	Seelheima	8,688E – 05	1,954E – 01	9,316E – 02	1,252E + 00
5	Sheparda	9,188E – 06	4,875E – 01	4,837E – 01	6,991E – 01
6	USBSC „amerykański”	4,952E – 06	5,034E – 01	5,151E – 01	8,055E – 01
7	Krűgera	4,847E – 04	1,300E + 00	3,047E + 00	–
8	Zaurbreja	1,966E – 05	4,481E – 01	4,059E – 01	4,361E – 01
9	Zunckera	9,130E – 04	2,911E + 00	–	–
10	Faira i Hacha	1,070E – 04	1,197E – 01	2,425E – 01	1,757E + 00
11	Kozeny–Carmana	9,989E – 05	1,465E – 01	1,897E – 01	1,579E + 00
12	Slichtera	5,021E – 06	5,032E – 01	5,146E – 01	8,038E – 01
13	Terzagiego	1,378E – 05	4,702E – 01	4,496E – 01	5,838E – 01

* Wartości krytyczne h statystyki testowej $U_{13} = 2,33$, $U_{12} = 2,29$ i $U_{11} = 2,23$.

Na podstawie zweryfikowanych wyników prognozowania współczynnika filtracji dla poszczególnych gruntów modelowych określono wg ogólnie znanych zasad [13] 95-procentowe przedziały ufności w odniesieniu do średniej uwzględniającej wszystkie (poza odrzuconymi dla gruntu nr 3) oceny prognostyczne. Zasada wyznaczania przedziału ufności wynika ze wzoru:

$$P \left\{ \bar{x} - t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right\} = 1 - \alpha \quad (2)$$

gdzie:

μ – wartość oczekiwana zmiennej losowej X , której oceną z próby jest średnia \bar{x} ;

S – odchylenie standardowe z próby;

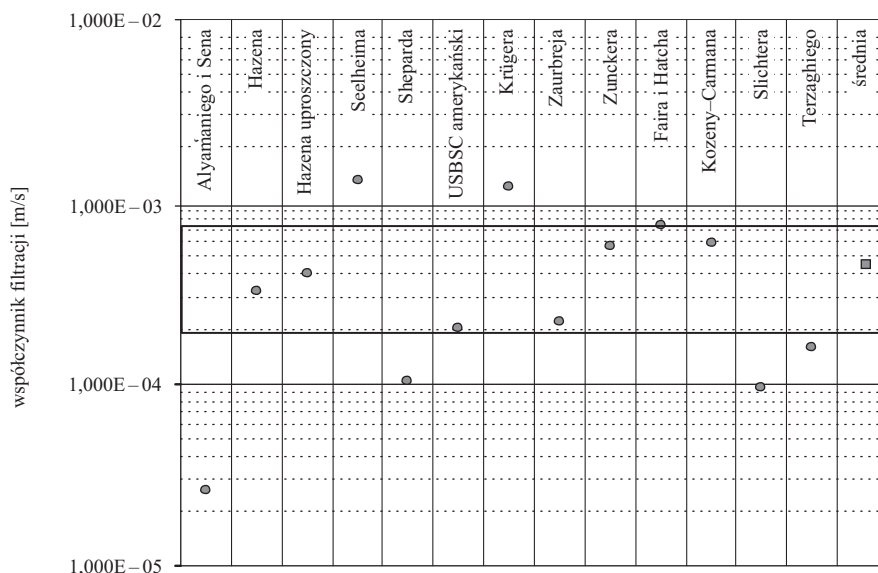
$t_{\alpha/2, n-1}$ – krytyczna wartość tablicowa rozkładu t -Studenta przy poziomie istotności testowania $\alpha = 0,05$ (w odniesieniu do testu dwustronnego) i $n = 12$ stopni swobody.

Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 7 i na rysunkach 1, 2 i 3.

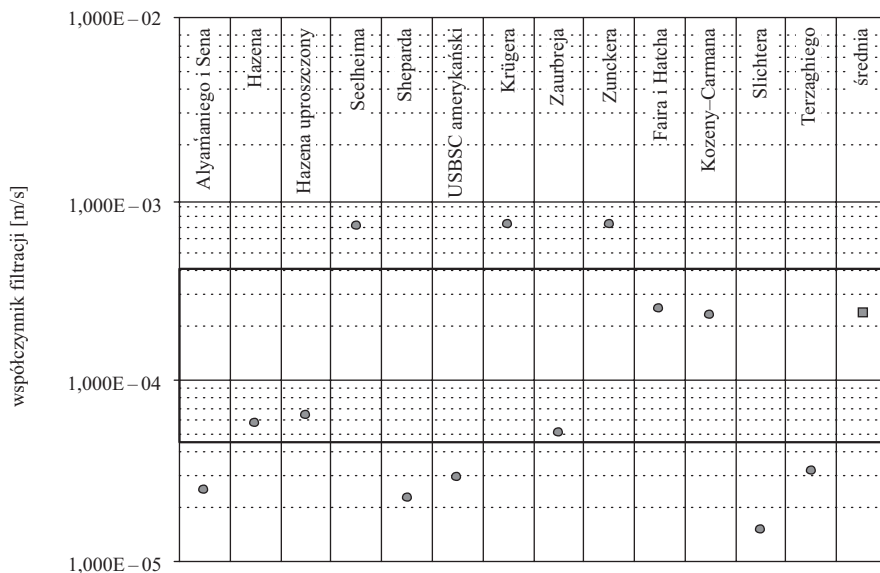
Tabela 7

Oceny prognostyczne współczynnika filtracji [m/s]
wraz z oszacowanymi 95-procentowymi przedziałami ufności

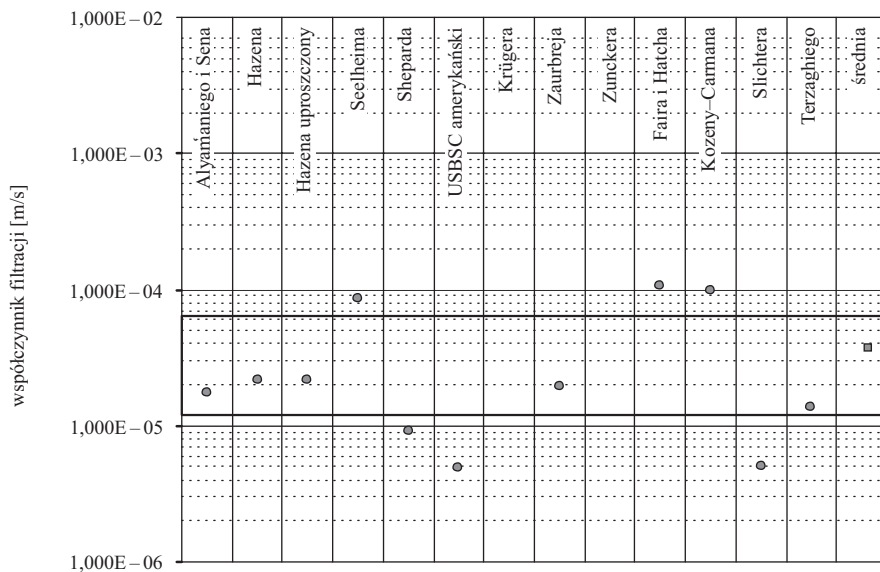
Lp.	Wzory empiryczne	Grunt modelowy nr 1	Grunt modelowy nr 2	Grunt modelowy nr 3
1	Alyamaniego i Šena	2,623E – 05	2,474E – 05	1,747E – 05
2	Hazena	3,254E – 04	5,780E – 05	2,200E – 05
3	Hazena uproszczony	4,056E – 04	6,352E – 05	2,145E – 05
4	Seelheima	1,315E – 03	7,101E – 04	8,688E – 05
5	Sheparda	1,039E – 04	2,250E – 05	9,188E – 06
6	USBSC amerykański	2,023E – 04	2,905E – 05	4,952E – 06
7	Krúgera	1,216E – 03	7,200E – 04	–
8	Zaurbreja	2,206E – 04	5,105E – 05	1,966E – 05
9	Zunckera	5,729E – 04	7,214E – 04	–
10	Faira i Hacha	7,353E – 04	2,461E – 04	1,070E – 04
11	Kozeny–Carmana	5,962E – 04	2,273E – 04	9,989E – 05
12	Slichtera	9,496E – 05	1,487E – 05	5,021E – 06
13	Terzagiego	1,588E – 04	3,192E – 05	1,378E – 05
Średnia oraz granice przedziału ufności	średnia	4,595E – 04	2,246E – 04	3,703E – 05
	dolna granica	1,968E – 04	4,194E – 05	1,198E – 05
	górna granica	7,222E – 04	4,073E – 04	6,207E – 05



Rys. 1. Zestawienie ocen prognostycznych współczynnika filtracji piasku gruboziarnistego uzyskanych na podstawie różnych wzorów empirycznych: ● – oceny punktowe, ■ – średnia arytmetyczna



Rys. 2. Zestawienie ocen prognostycznych współczynnika filtracji piasku średnioziarnistego uzyskanych na podstawie różnych wzorów empirycznych: ● – oceny punktowe, ■ – średnia arytmetyczna



Rys. 3. Zestawienie ocen prognostycznych współczynnika filtracji piasku średnioziarnistego gliniastego uzyskanych na podstawie różnych wzorów empirycznych
● – oceny punktowe, ■ – średnia arytmetyczna

4. WNIOSKI

Przeprowadzona analiza porównawcza wyników prognozowania wartości współczynnika filtracji trzech gruntów modelowych z wykorzystaniem różnych wzorów empirycznych wykazała bardzo duże zróżnicowanie uzyskiwanych ocen; obserwowane różnice sięgają dwóch rzędów wartości.

Wykorzystany sposób statystycznej weryfikacji wyników prognozowania z uwzględnieniem identyfikacji wyników obarczonych błędami grubymi umożliwił uzasadniony wybór najbardziej adekwatnych, poprawnych wzorów w odniesieniu do różnych typów gruntów.

Większość ocen prognostycznych cechowała się właściwą spójnością i wartościami, które można uznać za reprezentujące statystycznie jednorodne zbiory.

Na szczególną uwagę zasługują najważniejsze wnioski praktyczne wynikające z przeprowadzonej analizy:

- W odniesieniu do piasku gruboziarnistego najbardziej poprawne wyniki prognozowania uzyskuje się, opierając się na wzorach Hazena, w szczególności w wersji uproszczonej.
- W wypadku piasku średnioziarnistego najlepsze oceny prognostyczne uzyskuje się na podstawie wzorów Kozeny–Carmana oraz Faira i Hatcha. W dolnej strefie przedziału ufności lokują się ponadto oceny wynikające ze wzorów Hazena oraz Zaubreja.
- W wypadku piasku średnioziarnistego gliniastego najbardziej poprawne oceny zapewniają wzory Hazena, Zaubreja, Alyamaniego i Şena oraz Terzagiego.
- Do najbardziej uniwersalnych wzorów empirycznych, które polecić można do prognozowania współczynnika filtracji różnych gruntów, reprezentujących piaski grubo- i średnioziarniste oraz piaski średnioziarniste gliniaste zaliczyć można – w świetle otrzymanych wyników – przede wszystkim wzory Hazena, w szczególności wariant uproszczony oraz wzór Zaubreja, z tendencją do uzyskiwania generalnie nieco zaniżonych ocen. W wypadku czystych piasków grubo- i średnioziarnistych poprawne wyniki powinien także zapewniać wzór Kozeny–Carmana, a w odniesieniu do piasków średnioziarnistych gliniastych wzór Alyamaniego i Şena.

LITERATURA

- [1] Batu V.: *Aquifer Hydraulics. A Comprehensive Guide to Hydrogeologic Data Analysis*. John Wiley & Sons, New York 1998.
- [2] Błaszczuk D.: *Wstęp do prognozowania i symulacji*. Wyd. Nauk. PWN, Warszawa 2006.
- [3] Chłopek Z., Dobrociński S., Piaseczny L.: *Uwagi o modelowaniu obiektów technicznych*. [w:] *Mat. XXV Zimowej Szkoły Mechaniki Górniczej „Geotechnika i budownictwo specjalne”*, Zakopane 2002.
- [4] Fąfara Z., Twardowski K.: *Uwagi dotyczące laboratoryjnego modelowania procesu rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń ropopochodnych w gruntach*. „Prace nauk.-dyd. PWSZ” 2004, z. 10.

- [5] Kozerski B.: *Zasady obliczeń hydrogeologicznych ujęć wód podziemnych. Wytyczne określania współczynnika filtracji metodami pośrednimi i laboratoryjnymi*. Wydawnictwa Geologiczne, Warszawa 1977.
- [6] Marciniak M., Przybyłek J., Herzig J., Szczepańska J.: *Laboratoryjne i terenowe oznaczenie współczynnika filtracji utworów półprzepuszczalnych*. Wyd. UAM, Poznań 1998.
- [7] Pazdro Z., Kozerski B.: *Hydrogeologia ogólna*. Wydawnictwa Geologiczne, Warszawa 1990.
- [8] PN-87/N-01052/13: *Badania statystyczne – Zasady wykrywania w próbcie wyników obciążonych błędami grubymi*. Polski Komitet Normalizacji, Miar i Jakości, Warszawa 1987.
- [9] PN-98/B-02481: *Geotechnika – Terminologia podstawowa, symbole literowe i jednostki miar*. Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 1998.
- [10] PN-98/R-04033: *Gleby i twory mineralne – Podział na frakcje i grupy granulometryczne*. Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 1998.
- [11] PN-ISO 3534-1: *Statystyka – Terminologia i symbole, Sekcja 3, Ogólne terminy dotyczące obserwacji i wyników badań*. Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2002.
- [12] PN-ISO 5725-1: *Dokładność (poprawność i precyzja) metod pomiarów i wyników pomiarów, Część 1, Ogólne zasady i definicje*. Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2002.
- [13] Sobczyk M.: *Statystyka*. Wyd. Nauk. PWN, Warszawa 1997.
- [14] Twardowski K., Drożdżak R.: *Pośrednie metody oceny właściwości filtracyjnych gruntów*. „Wiertnictwo Nafta Gaz” 2006, t. 23, z. 1.
- [15] Wojna A.: *Analiza statystyczna oraz prognozowanie w modelach ekonomicznych, cz. 2*. Wyd. Ucz. Polit. Kosz., Koszalin 2004.