

Kazimierz Twardowski*, Ryszard Drożdżak**

**BADANIE POPRAWNOŚCI
WYBRANYCH WZORÓW EMPIRYCZNYCH
DO OCENY WSPÓLCZYNNIKA FILTRACJI GRUNTÓW*****

1. WPROWADZENIE

Jednym z najbardziej atrakcyjnych ze względów ekonomiczno-technicznych sposobów określania współczynnika filtracji gruntów, w szczególności we wstępnej fazie prac dokumentacyjno-projektowych hydrogeologicznych bądź geotechnicznych, jest pośredni sposób polegający na wykorzystywaniu opracowanych przez różnych autorów empirycznych wzorów prognostycznych [1, 6, 7, 8, 15]. W praktyce może się on jednak wiązać ze znacznymi kłopotami dotyczącymi wyboru właściwego wzoru (lub kilku wzorów), adekwatnego do konkretnej sytuacji geologicznej i konkretnego gruntu. Wzory te, których można się bez trudu doliczyć kilkanaście, stanowią *de facto* mniej lub bardziej złożone modele petrofizyczne, umożliwiające prognozowanie ilościowe współczynnika filtracji gruntu. Niestety uzyskuje się na ich podstawie prognozy punktowe, które są trudne do jednoznacznej oceny, jeżeli chodzi o ich trafność. Kwestia ta, w szczególności w odniesieniu do złożonych modeli wieloargumentowych (wieloczynnikowych), ma zasadnicze znaczenie [2, 6, 16]. Wiąże się przede wszystkim z dokładnością ocen, rozumianą zgodnie z aktualną wykładnią metrologiczną i specyfiką jednowariantowego prognozowania jako poprawność prognostycznych ocen, tj. ich zgodność z przyjętą wartością odniesienia, co w praktyce oznacza brak obciążenia ich błędem (rozejściem) systematycznym [12, 13].

Podwyższenie dokładności wyników empirycznego prognozowania może być uzyskane przez wykorzystanie wielowariantowego podejścia, polegającego na powtórnym niezależnym rozwiązywaniu tego samego zadania kilkoma różnymi sposobami. Opiera się ono na założeniu, że losowa zgodność wyników dwu lub więcej niezależnych rozwiązań jest najczęściej mało prawdopodobna i jeśli taki fakt ma miejsce, to z reguły przyczyną tego może być brak popraw-

* Wydział Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH, Kraków

** doktorant, Wydział Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH, Kraków

*** Praca wykonana częściowo w ramach badań własnych Wydziału Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH

ności tych wyników. Innymi słowy, również niezależne sposoby rozwiązywania zadania oraz końcowa porównawcza analiza jego wyników sprzyjają podwyższeniu prawdopodobieństwa prawidłowości uzyskanych wniosków. Zatem w sprzyjających warunkach potrzebną dokładność (poprawność) prognozowania można uzyskać przez zwiększenie liczby wariantów wykorzystywanych rozwiązań.

W odniesieniu do prognozowania współczynnika filtracji gruntów wiąże się to z koniecznością wcześniej sygnalizowanej oceny poprawności dopasowania poszczególnych empirycznych wzorów prognostycznych do konkretnych gruntów.

W niniejszej pracy prezentowane są wyniki testowych obliczeń ocen prognostycznych współczynnika filtracji w odniesieniu do trzech zróżnicowanych pod względem właściwości petrofizycznych gruntów modelowych, wykorzystywanych w pracach naukowo-badawczych realizowanych w ramach badań własnych i statutowych na Wydziale Wiertnictwa, Nafty i Gazu Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie.

2. CHARAKTERYSTYKA GRUNTÓW MODELOWYCH

Wspomniane grunty modelowe były przygotowane z wykorzystaniem materiałów produkowanych przez Zakłady Kruszywa w Nieznanowicach (okolice Krakowa). Poszczególne grunty modelowe reprezentowały:

- model G0/100/8, który według normy [11] może być zaliczony do piasku,
- model G8, reprezentujący według normy [11] pył,
- pośredni model **G30/70/8**, będący mieszaniną w 30% obj. gruntu G8 oraz w 70% obj. piasku G0/100/8, który według normy [11] może być zaliczony do **gliny piaszczystej**.

Badania laboratoryjne tych gruntów, umożliwiają ich ogólną charakterystykę petrofizyczną.

Model **G0/100/8** o średnicy efektywnej ziaren $d_{ef} = 0,376$ mm i porowatości $n = 30,1\%$ wykazuje wartości współczynnika filtracji K rzędu 10^{-4} m/s, co charakteryzuje utwory o dobrej przepuszczalności poziomej i bardzo dobrej przesiąkalności pionowej [8].

Model **G8** o średnicy efektywnej ziaren $d_{ef} = 0,00793$ mm i porowatości $n = 42,5\%$ cechuje się współczynnikiem filtracji K rzędu 10^{-8} m/s, co odpowiada bardzo słabej wodoprzepuszczalności poziomej oraz dobrej przesiąkalności pionowej [8].

Model pośredni **G30/70/8** o średnicy efektywnej ziaren $d_{ef} = 0,0261$ mm i porowatości $n = 33,5\%$ wykazuje wartości współczynnika filtracji K rzędu 10^{-6} m/s, co charakteryzuje utwory o słabej przepuszczalności poziomej i bardzo dobrej przesiąkalności pionowej [8].

Do celów prognozowania współczynnika filtracji gruntów modelowych wykonano dodatkowo dokładne badania laboratoryjne dotyczące ich składu granulometrycznego. W przypadku gruntów modelowych: G30/70/8 oraz G0/100/8 wykonano analizę sitową na sucho, natomiast w przypadku modelu G8 wykorzystano analizator cząstek ANALYSETTE 22. Badania prowadzono, wykorzystując trzy niezależne próbki gruntów reprezentujących każdy z gruntów modelowych, zgodnie z aktualnymi normami z zakresu geotechniki, w szczególności z normą [11].

Granice frakcji ziarnowych ustalono, wykorzystując logarytmiczną skalę Krumbeina [5], w której wielkość ziarna (d) w mm wyraża się w jednostkach ϕ ($\phi = -\log_2 d$ [mm], $d = 2^{-\phi}$ w celu normalizacji danych ziarnowych). Zastosowanie jednostek ϕ (przekształcenie logarytmiczne) powoduje symetryzację rozkładu uziarnienia, gdyż rozkłady wielkości ziaren najczęściej są logarytmiczno-normalne, a ich logarytmiczne przekształcenie zbliża ich rozkład do normalnego.

W celu wykrycia w seriach pomiarowych ewentualnych wyników pomiarów obarczonych błędem grubym, dotyczących tzw. wartości odstających¹ lub tzw. wyników wątpliwych², wykorzystano zasady zawarte w normie [9]. Używano testu służącego do weryfikacji pojedynczego wyniku wątpliwego w serii pomiarowej. W wyniku testowania przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie stwierdzono występowania błędów grubych.

Uśrednione wyniki analizy granulometrycznej wykazały, że grunty modelowe G0/100/8 i G8 są statystycznie jednorodne, zaś model G30/70/8 zgodnie z oczekiwaniami wykazuje wyraźną niejednorodność, co wyraża się rozkładem bimodalnym (dwuwierzchołkowym).

Uśrednione dane z badań granulometrycznych zostały następnie wykorzystane do obliczania ocen współczynnika filtracji na podstawie analizowanych modeli petrofizycznych gruntów

3. ANALIZA STATYSTYCZNA WYNIKÓW PROGNOZOWANIA

Uzyskane z obliczeń oceny prognostyczne wartości współczynnika filtracji w przypadku różnych gruntów modelowych i wg różnych wzorów empirycznych przedstawione są w tabelach 1–3.

Wyniki obliczeń w odniesieniu do poszczególnych modelowych gruntów poddano analizie statystycznej w celu przede wszystkim wykrycia ewentualnych ocen obarczonych błędem grubym.

Po sprawdzeniu zgodności rozkładów ocen prognostycznych z rozkładem normalnym, przeprowadzono weryfikację wyników pod kątem wykrycia ewentualnych wyników obarczonych błędem grubym. Wykorzystano zasady zawarte w normie [9], używając testu służącego do weryfikacji zespołu wyników w próbie statystycznej – przypadek nieznanego odchylenia standardowego. W celu zweryfikowania zespołu wyników w próbie, w tym w szczególności wyników skrajnych x_1 i x_n w uporządkowanej w kolejności niemalejącej próbie, należy obliczyć:

- średnią arytmetyczną \bar{x} oraz odchylenie standardowe z próby S ,
- wartość statystyki U_n^* wg wzoru, $U_n^* = \max_{1 \leq k < n} \left| \frac{x_k - \bar{x}}{S} \right|$ (1)

gdzie x_k oznacza k -ty wynik pomiaru w serii ($k = 1, 2, \dots, n$).

¹ Wartości odstające – obserwacje, których wartości zgodnie z normą krajową [9] tak dalece odbiegają od pozostałych, iż sugeruje to, że mogą pochodzić z innej populacji lub mogą być spowodowane błędem grubym pomiaru.

² Wynik wątpliwy – wynik, który zgodnie z normą międzynarodową [13] różni się od pozostałych wyników w stopniu przewyższającym różnice, jakie w stosowanej metodzie pomiarów są spodziewane.

Tabela 1

Weryfikacja wątpliwych ocen prognostycznych współczynnika filtracji
w odniesieniu do piasku – grunt modelowy G0/100/8

Lp.	Wzory empiryczne do oceny współczynnika filtracji	Ocena współczynnika filtracji K, m/s	Ocena współczynnika filtracji logK, m/s	$U_{13}^{(*)}$
1	Alyamaniego i Şena	1,730E-05	-4,76	1,85
2	Hazena	2,864E-04	-3,54	0,18
3	Hazena – uproszczony	2,392E-04	-3,62	0,05
4	Seelheima	2,231E-04	-3,65	0,00
5	Sheparda	5,208E-04	-3,28	0,62
6	USBSC „amerykański”	6,689E-05	-4,17	0,87
7	Krügera	8,644E-04	-3,06	0,98
8	Zaubreja	5,272E-05	-4,28	1,04
9	Zunckera	2,422E-04	-3,62	0,06
10	Faira i Hatcha	1,076E-04	-3,97	0,52
11	Kozeny–Carmana	1,771E-04	-3,75	0,16
12	Slichtera	3,421E-04	-3,47	0,31
13	Terzaghiego	4,832E-03	-2,32	2,23
14	Hazena–Tkaczukowej	niestosowany	–	–

(*) wartość krytyczna h statystyki testowej $U_{13} = 2,33$

Tabela 2

Weryfikacja wątpliwych ocen prognostycznych współczynnika filtracji
w odniesieniu do gliny piaszczystej – grunt modelowy G30/70/8

Lp.	Wzory empiryczne do oceny współczynnika filtracji	Ocena współczynnika filtracji K, m/s	Ocena współczynnika filtracji logK, m/s	$U_{13}^{(*)}$
1	Alyamaniego i Şena	6,509E-07	-6,19	0,16
2	Hazena	**	–	–
3	Hazena – uproszczony	2,336E-07	-6,63	0,58
4	Seelheima	1,282E-04	-3,89	2,04
5	Sheparda	2,207E-07	-6,66	0,61
6	USBSC „amerykański”	1,565E-07	-6,81	0,75
7	Krügera	7,370E-05	-4,13	1,81
8	Zaubreja	1,047E-07	-6,98	0,92
9	Zunckera	9,197E-07	-6,04	0,01
10	Faira i Hatcha	6,797E-07	-6,17	0,14
11	Kozeny–Carmana	1,203E-06	-5,92	0,10
12	Slichtera	4,095E-07	-6,39	0,35
13	Terzaghiego	7,010E-06	-5,15	0,83
14	Hazena–Tkaczukowej	4,681E-08	-7,33	1,25

(*) wartość krytyczna h statystyki testowej $U_{13} = 2,33$

(**) nie stosuje się, jeśli współczynnik niejednorodności uziarnienia $U \geq 5$

Tabela 3

Weryfikacja wątpliwych ocen prognostycznych współczynnika filtracji
w odniesieniu do pyłu – grunt modelowy G8

Lp.	Wzory empiryczne do oceny współczynnika filtracji	Ocena współczynnika filtracji K, m/s	Ocena współczynnika filtracji logK, m/s	$U_{14}^{(*)}$
1	Alyamaniego i Šena	6,505E-08	-7,19	0,23
2	Hazena	2,330E-08	-7,63	0,61
3	Hazena – uproszczony	5,839E-08	-7,23	0,27
4	Seelheima	1,897E-07	-6,72	0,16
5	Sheparda	4,013E-08	-7,40	0,41
6	USBSC „amerykański”	6,451E-09	-8,19	1,09
7	Krügera	3,801E-05	-4,42	2,12
8	Zaubreja	2,358E-08	-7,63	0,61
9	Zunckera	1,551E-06	- ,81	0,94
10	Faira i Hatcha	1,493E-07	-6,83	0,07
11	Kozeny–Carmana	2,458E-07	-6,61	0,26
12	Slichtera	2,467E-07	-6,61	0,26
13	Terzagiego	3,999E-06	-5,40	1,29
14	Hazena–Tkaczukowej	7,314E-10	-9,14	1,89

(*) wartość krytyczna h statystyki testowej $U_{14} = 2,37$

Jeżeli $U_n^* \leq h$, gdzie h oznacza krytyczną wartość tablicową testu, należy uznać, że próba nie zawiera błędów grubych; jeżeli $U_n^* > h$, należy uznać wynik za obarczony błędem grubym. Po jego wyeliminowaniu z próby procedurę testową należy powtórzyć dla liczebności próby zmniejszonej z n do $n - 1$.

Przyjęto poziom istotności testowania $\alpha^* = 0,10$ oraz wartość krytyczną testu dla próby o liczebności $n = 13$ równą $h = 2,33$ oraz dla $n = 14$ równą $2,37$. Jak wynika z tabel 1–3, weryfikacja uzyskanych ocen prognostycznych współczynnika filtracji nie wykazała występowania błędów grubych w żadnym z modeli gruntowych.

Na podstawie zweryfikowanych wyników prognozowania współczynnika filtracji dla poszczególnych gruntów modelowych określono wg ogólnie znanych zasad (np. [14]) 95-procentowe przedziały ufności w odniesieniu do średniej uwzględniającej wszystkie oceny prognostyczne. Zasada wyznaczania przedziału ufności wynika ze wzoru:

$$P \left\{ \bar{x} - t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right\} = 1 - \alpha. \quad (2)$$

gdzie: μ – wartość oczekiwana zmiennej losowej X , której oceną z próby jest średnia \bar{x} ,
 S – odchylenie standardowe z próby,

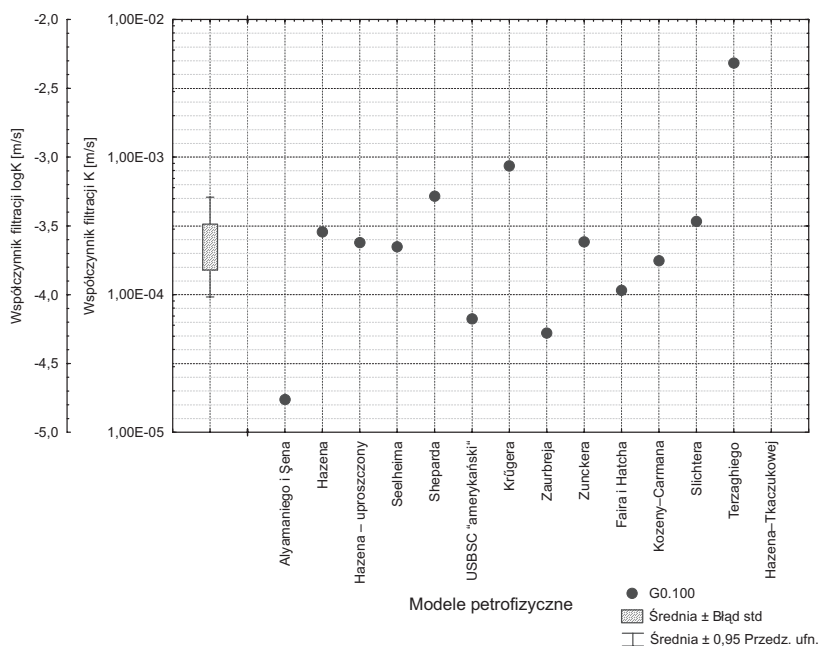
$t_{\alpha/2, n-1}$ – krytyczna wartość tablicowa rozkładu t -Studenta dla poziomu istotności testowania $\alpha = 0,05$ (dla testu dwustronnego) i $n = 12$ lub 13 stopni swobody.

Wyniki obliczeń przedstawione są w tabeli 4 i na rysunkach 1, 2 i 3.

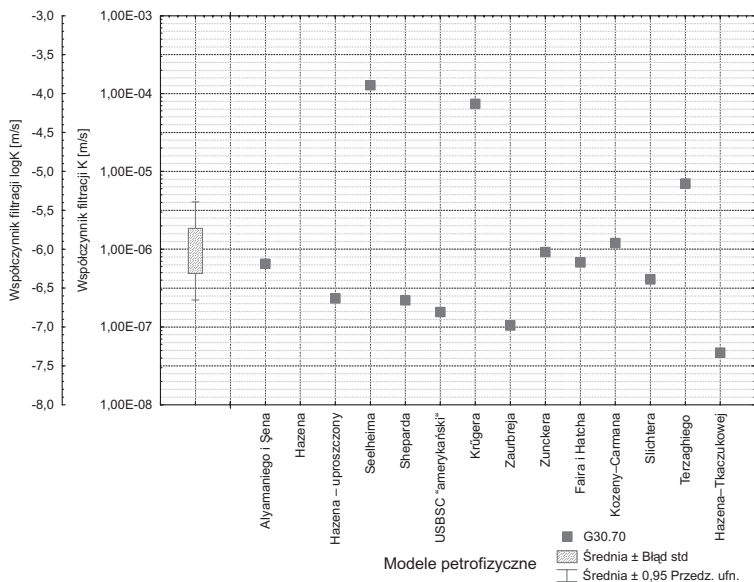
Tabela 4

Oceny prognostyczne współczynnika filtracji logK (w m/s) wraz z oszacowanymi 95-procentowymi przedziałami ufności wartości średnich

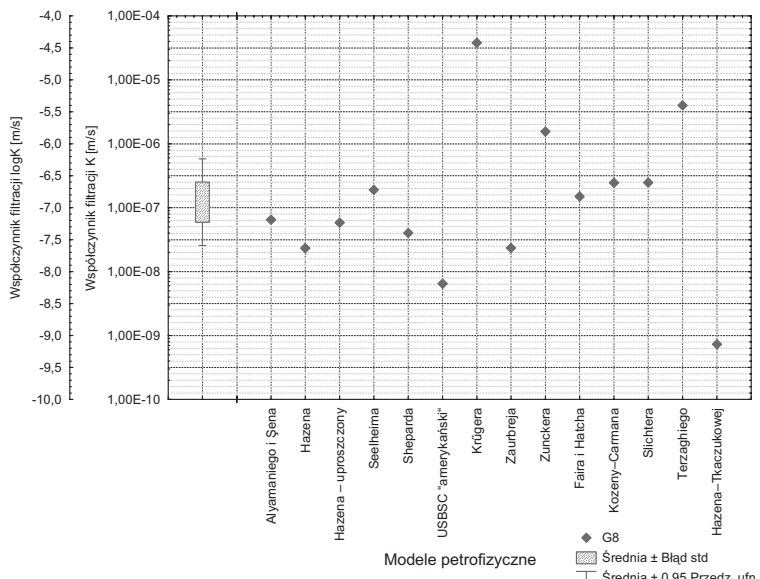
Model gruntowy	Współczynnik filtracji logK, m/s							
	N	Średnia	Dolna granica przedziału ufności	Górna granica przedziału ufności	Min.	Maks.	Odchylenie standardowe	Standardowy błąd
Piasek G0/100/8	13	-3,65	-4,02	-3,29	-4,76	-2,32	0,60	0,17
Gлина piaszczysta G30/70/8	13	-6,02	-6,65	-5,39	-7,33	-3,89	1,04	0,29
Pył G8	14	-6,91	-7,59	-6,24	-9,14	-4,42	1,18	0,31



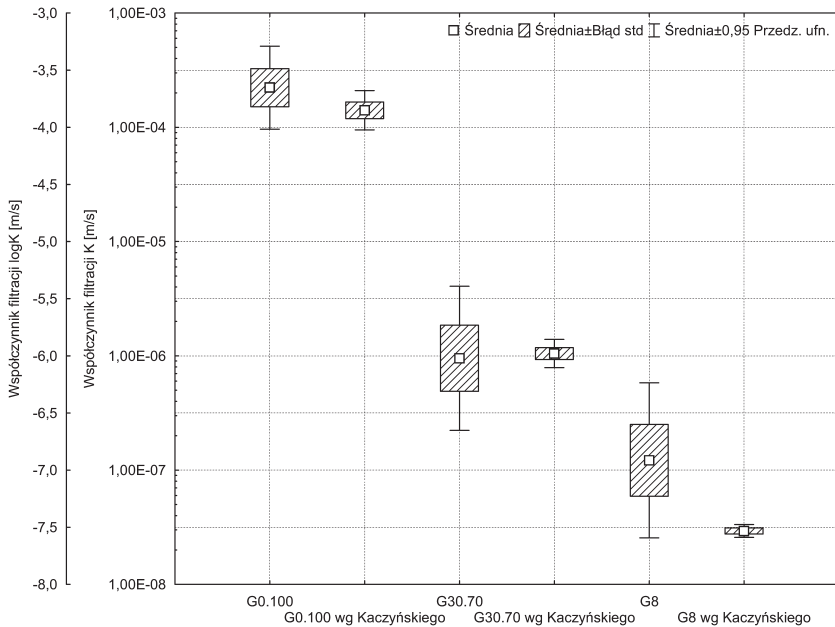
Rys. 1. Zestawienie ocen prognostycznych, uzyskanych na podstawie różnych wzorów empirycznych oraz 95-procentowego przedziału ufności dla wartości średniej współczynnika filtracji w przypadku piasku G0/100/8



Rys. 2. Zestawienie ocen prognostycznych, uzyskanych na podstawie różnych wzorów empirycznych oraz 95-procentowego przedziału ufności dla wartości średniej współczynnika filtracji w przypadku gliny piaszczystej G30/70/8



Rys. 3. Zestawienie ocen prognostycznych, uzyskanych na podstawie różnych wzorów empirycznych oraz 95-procentowego przedziału ufności dla wartości średniej współczynnika filtracji w przypadku pyłu G8



Rys. 4. Wyniki porównawcze współczynnika filtracji wyznaczonego metodą Kaczyńskiego oraz obliczone na podstawie modeli petrofizycznych dla trzech modeli gruntowych

W przypadku wyżej wymienionych modeli gruntowych został także laboratoryjnie wyznaczony współczynnik filtracji na podstawie metody Kaczyńskiego [6]. Wyniki porównawcze zestawiono na rysunku 4.

4. WNIOSKI

Przeprowadzona analiza porównawcza wyników prognozowania wartości współczynnika filtracji dla trzech gruntów modelowych z wykorzystaniem różnych wzorów empirycznych wykazała bardzo duże zróżnicowanie uzyskiwanych ocen; obserwowane różnice sięgają nawet w przypadku gruntu G30/70/8 (głina piaszczysta) ponad trzech rzędów wartości.

Wykorzystany sposób statystycznej weryfikacji wyników prognozowania, z uwzględnieniem identyfikacji wyników obarczonych błędami grubymi, nie wpłynął na ocenę adekwatności poszczególnych ocen. Wpłynął na to fakt symetryzacji rozkładów w wyniku zlogarytmowania ocen prognostycznych. W celu wyboru najbardziej adekwatnych, poprawnych wzorów w odniesieniu do różnych typów gruntów zastosowano test *t*-Studenta.

W wyniku przeprowadzonej weryfikacji statystycznej ocen prognostycznych stwierdzono, że uzyskane wyniki cechują się właściwą spójnością i wartościami, które można uznać za reprezentujące statystycznie jednorodny zbiory.

Na szczególną uwagę zasługują najważniejsze wnioski praktyczne wynikające z przeprowadzonej analizy.

W odniesieniu do piasku G8 najbardziej poprawne wyniki prognozowania, lokujące się w pobliżu wartości średniej, uzyskuje się na podstawie wzorów: Hazena, Hazena – uproszczony, Seelheima, Zunckera oraz Kozeny–Carmana. Potwierdza to fakt, iż modele te są najbardziej adekwatne w odniesieniu do gruntów piaszczystych. Największe rozbieżności wykazują modele Alyamaniego i Şena oraz Terzagiego; modelu Hazena–Tkaczukowej nie wykorzystano, gdyż w badanym gruncie nie stwierdzono wymaganego progu zawartości frakcji ilastej dla tego modelu.

Dla gliny piaszczystej G30/70/8 najlepsze oceny prognostyczne uzyskuje się na podstawie wzorów Alyamaniego i Şena, Zunckera, Faira i Hacha oraz Kozeny–Carmana. Do modeli dających najbardziej rozbieżne wyniki zaliczyć można wzory Seelheima, Krügera oraz Hazena–Tkaczukowej.

W przypadku pyłu G8 najbardziej poprawne oceny zapewniają wzory Alyamaniego i Şena, Hazena – uproszczony, Seelheima oraz Faira i Hacha, natomiast najbardziej odbiegają od poprawnych prognoz oparte na modelu Terzagiego i Hazena–Tkaczukowej.

Do najbardziej uniwersalnych wzorów empirycznych, które polecić można do prognozowania współczynnika filtracji różnych gruntów, reprezentujących piaski oraz gliny piaszczyste, zaliczyć należy w świetle otrzymanych wyników przede wszystkim wzory Hazena, Kozeny–Carmana, Zunckera, a w odniesieniu do gliny piaszczystej i pyłu także Alyamaniego i Şena.

W przypadku pyłu poprawne wyniki powinien także zapewniać wzór Hazena w wersji uproszczonej oraz wzór Faira i Hacha. Model Hazena–Tkaczukowej, który przeznaczony jest do prognozowania współczynnika filtracji gruntów ilastych w przypadkach zarówno gliny piaszczystej, jak i pyłu, dał wyniki znacznie zaniżone.

Porównanie ocen prognostycznych z laboratoryjną metodą Kaczyńskiego wykazało dużą zgodność wyników w odniesieniu do piasku oraz gliny piaszczystej, chociaż w odniesieniu do piasku metoda Kaczyńskiego nie jest zalecana ze względów metodycznych.

W odniesieniu do pyłu wyniki różnią się o około pół rzędu wartości – badania laboratoryjne wykazują wartości niższe od prognozowanych. Przy czym różnica ta przy poziomie istotności testowania $\alpha = 0,05$ statystycznie nie jest istotna.

LITERATURA

- [1] Batu V.: *Aquifer hydraulics. A comprehensive guide to hydrogeologic data analysis*, John Wiley & Sons, Inc New York/Chichester/Weinheim/Brisbane/Suqappre/Toronto 1998
- [2] Błaszczyk D.: *Wstęp do prognozowania i symulacji*, Wyd. Nauk. PWN, Warszawa 2006
- [3] Chłopek Z., Dobrociński S., Piaseczny L.: *Uwagi o modelowaniu obiektów technicznych*, Mat. XXV Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu pn. „Geotechnika i budownictwo specjalne”, Zakopane 2002
- [4] Fałara Z., Twardowski K.: *Uwagi dotyczące laboratoryjnego modelowania procesu rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń ropopochodnych w gruntach*, Prace nauk.-dyd. PWSZ, z. 10, Krosno 2004

- [5] Gradziński R., Kostecka A., Radomski A. *et. al.*: *Zarys sedymentologii*, Wyd. Geolog., Warszawa 1986
- [6] Kozerski B.: *Zasady obliczeń hydrogeologicznych ujęć wód podziemnych. Wytyczne określanie współczynnika filtracji metodami pośrednimi i laboratoryjnymi*, Wyd. Geolog., Warszawa 1977
- [7] Marciniak M., Przybyłek J., Herzig J., Szczepańska J.: *Laboratoryjne i terenowe oznaczanie współczynnika filtracji utworów półprzepuszczalnych*, Wyd. Uniw. im. A. Mickiewicza, Poznań 1998
- [8] Pazdro Z., Kozerski B.: *Hydrogeologia ogólna*, Wyd. Geolog., Warszawa 1990
- [9] PN-87/N-01052/13: *Badania statystyczne. Zasady wykrywania w próbcie wyników obarczonych błędami grubymi*, Polski Komitet Normalizacji, Miar i Jakości, Warszawa 1987
- [10] PN-98/B-02481: *Geotechnika. Terminologia podstawowa, symbole literowe i jednostki miar*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 1998
- [11] PN-98/R-04033: *Gleby i utwory mineralne. Podział na frakcje i grupy granulometryczne*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 1998
- [12] PN-ISO 3534-1: *Statystyka. Terminologia i symbole. Sekcja 3: Ogólne terminy dotyczące obserwacji i wyników badań*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2002
- [13] PN-ISO 5725-1: *Dokładność (poprawność i precyzja) metod pomiarów i wyników pomiarów, Część 1: Ogólne zasady i definicje*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2002
- [14] Sobczyk M.: *Statystyka*, Wyd. Nauk. PWN, Warszawa 1997
- [15] Twardowski K., Drożdżak R.: *Pośrednie metody oceny właściwości filtracyjnych gruntów*, „Wiertnictwo Nafta Gaz” (rocznik AGH) 2006, t. 23, z. 1
- [16] Wojna A.: *Analiza statystyczna oraz prognozowanie w modelach ekonomicznych, cz. 2*, Wyd. Ucz. Polit. Kosz., Koszalin 2004