

Paweł Wojnarowski*

**ZASTOSOWANIE ANALIZY PRZEDZIAŁOWEJ
DO SZACOWANIA ZASOBÓW WĘGLOWODORÓW
PRZY SŁABYM ROZPOZNANIU WŁASNOŚCI ZŁOŻA****

1. WPROWADZENIE

Właściwe określenie zasobów geologicznych złoża węglowodorów we wczesnej fazie rozpoznania jest istotnym zagadnieniem wpływającym na proces projektowania sposobu zagospodarowania złoża. Niepewność związana z oszacowaniem zasobów wpływa bezpośrednio na decyzje ekonomiczne. We wczesnej fazie zagospodarowania złoża, gdy na złożu znajduje się jeden odwiert lub dwa, ilość informacji złożowej jest zazwyczaj ograniczona i niewystarczająca. Do analizy danych możliwe są różne podejścia wykorzystujące odmienne narzędzia analizy, takie jak:

- metody deterministyczne,
- modelowanie stochastyczne,
- logika rozmyta,
- algebra przedziałowa.

Metody deterministyczne bazują głównie na technikach interpolacyjnych i prowadzą do znacznego wygładzenia rozkładu parametrów złożowych przy całkowitym pominięciu analizy niepewności uzyskanych wyników. Jedną z najpopularniejszych metod modelowania stochastycznego bazującego na metodach probabilistycznych jest symulacja Monte Carlo. W metodzie tej zasoby obliczane są najczęściej na podstawie metody wolumetrycznej, lecz wszystkie parametry złożowe traktowane są jako zmienne losowe przy założeniu, iż znane są ich rozkłady prawdopodobieństwa. Zastosowanie tej metody do określania zasobów w warunkach niepewności i ryzyka jest szeroko omawiane w literaturze [1, 4, 7, 8]. W trakcie obliczeń generuje się zbiór realizacji szukanej wielkości (w tym przypadku zasobów) utworzony na

* Wydział Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH, Kraków

** Praca wykonana w ramach badań własnych na WWNiG

podstawie wartości losowych parametrów złożowych uzyskanych z ich funkcji rozkładu prawdopodobieństwa. W rezultacie uzyskuje się krzywą skumulowanego rozkładu prawdopodobieństwa. Jest to metoda bardziej realistyczna od podejścia deterministycznego, stosowana w warunkach ryzyka i pozwalająca określić prawdopodobieństwo uzyskanych wyników, lecz w przypadku małej ilości danych wejściowych wiarygodna analiza statystyczna zmiennych reprezentujących własności złożowe z wyznaczeniem ich rozkładu prawdopodobieństwa jest niemożliwa. W takich przypadkach zazwyczaj stosuje się rozkłady trójkątne, które mogą znacząco odbiegać od rzeczywistych rozkładów i wypaczać uzyskane wyniki.

Metody oparte na teorii logiki rozmytej i algebry przedziałowej mogą okazać się użyteczne w przypadku, gdy metody probabilistyczne nie zapewniają wiarygodnych rezultatów. Zastosowanie metody logiki rozmytej do określania zasobów złóż węglowodorów zaprezentowane zostało w pracy [9]. Algebra przedziałowa obecnie znajduje zastosowanie w rozwiązywaniu zagadnień między innymi z zakresu ekonomii, telekomunikacji i systemów automatycznego sterowania procesami [2]. Ze względu na swoją specyfikę może okazać się również przydatnym narzędziem w rozwiązywaniu zagadnień związanych z analizą złóż węglowodorów. Istnieją pewne podobieństwa między analizą opartą na logice rozmytej i algebrze przedziałowej [3]. Zaletą analizy przedziałowej jest możliwość zastosowania tej metody przy bardzo słabym rozpoznaniu złoża. Uzyskane rezultaty mają formę przedziału, który pozwala na podjęcie decyzji o dalszym zagospodarowaniu złoża, gdy mamy do dyspozycji dwa scenariusze: pesymistyczny i optymistyczny.

W algebrze przedziałowej, gdy obliczana jest liczba A z granicą całkowitego błędu B jako aproksymacja nieznannej liczby X , gdzie $|X - A| \leq B$, to X zawsze leży w przedziale $[A - B, A + B]$ i przedział ten oznaczony jako $[a, b]$ jest zbiorem liczb rzeczywistych $\{x : a \leq x \leq b\}$ [5]. Zdegenerowane przedziały w postaci $[a, a]$ sprowadzają się do liczby rzeczywistej. Podstawowe operacje matematyczne na interwałach przyjmują postać [6]:

$$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d] \quad (1)$$

$$[a, b] - [c, d] = [a - d, b + c] \quad (2)$$

$$[a, b] \cdot [c, d] = [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)] \quad (3)$$

jeżeli $0 \in [c, d]$, to:

$$\frac{[a, b]}{[c, d]} = [a, b] \cdot \left[\frac{1}{d}, \frac{1}{c} \right] \quad (4)$$

W przypadku interwałów zdegenerowanych, arytmetyka przedziałowa sprowadza się do arytmetyki liczb rzeczywistych, dlatego też arytmetykę przedziałową można rozumieć jako uogólnienie arytmetyki liczb rzeczywistych. Ponadto działania takie jak dodawanie i mnożenie interwałów są łączne i przemienne, lecz prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania nie zawsze jest spełnione w arytmetyce przedziałowej. Ponieważ przedział jest również zbiorem liczb rzeczywistych, zależność łącząca dodawanie i mnożenie przedziałów przedstawić można w postaci [6]:

$$I \cdot (J + K) \subset I \cdot J + I \cdot K \quad (5)$$

gdzie I, J, K są interwałami.

Prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania jest spełnione, gdy t jest liczbą rzeczywistą, wtedy:

$$t \cdot (J + J) = t \cdot I + t \cdot J \quad (6)$$

Jeśli J i K zawierają wyłącznie liczby rzeczywiste o tym samym znaku, czyli $JK > 0$, wtedy znak zawierania w równaniu 5 może zostać zastąpiony przez równość.

Powyższe zasady powodują, iż obliczenia algebry przedziałowej nie zawsze są bezpośrednie, jednakże połączenie ich z metodami obliczeń stosowanymi w inżynierii złożowej pozwala wykorzystać niepełne dane złożowe, z uwzględnieniem ich zmienności w uzyskanych rezultatach.

2. ZASTOSOWANIE ALGEBRY PRZEDZIAŁOWEJ DO SZACOWANIA ZASOBÓW

Metoda objętościowa określania zasobów złóż węglowodorów jest wciąż stosowana w przypadku złóż w początkowym stadium rozpoznania głównie ze względu na swoją prostotę. W metodzie tej wykorzystywane są podstawowe parametry złożowe, lecz bezpośrednio deterministyczne podejście do obliczeń obarczone jest zazwyczaj znacznym błędem związanym z niepewnością danych wejściowych. W związku z tym często wykorzystuje się symulację Monte Carlo w celu wyeliminowania tej niedogodności. Jednakże również w przypadku tej metody niezbędny jest na tyle obszerny zbiór danych, aby możliwe było obliczenie rozkładów prawdopodobieństwa dla parametrów złożowych traktowanych jako zmienne losowe. W przypadku analizy przedziałowej do wykonania obliczeń wystarczający jest tylko zakres wykorzystywanych zmiennych, a uzyskany wynik ma formę zbioru reprezentującego możliwe rezultaty.

W pracy przedstawiono zastosowanie algebry interwałowej do określenia zasobów złoża gazu. Uzyskane rezultaty porównano z wynikami symulacji Monte Carlo.

Zależność określającą zasoby gazu w postaci przedziałowej dla złoża wielohoryzontowego przedstawić można w postaci:

$$[G] = \sum_{i=1}^n \frac{[A_i] \cdot [H_i] \cdot [\Phi_i] \cdot [Sg_i]}{[Bg_i]} \quad (7)$$

Wszystkie parametry złożowe w równaniu 7 mają formę przedziałów. W tabeli 1 przedstawiono dane wejściowe dla przykładowego złoża wykorzystane do zilustrowania zastosowania algebry przedziałowej w określaniu zasobów gazu ziemnego. Jest to złożo wielohoryzontowe znajdujące się na Bliskim Wschodzie, w bardzo wczesnej fazie rozpoznania. Charakteryzuje się znaczną niejednorodnością własności złożowych zarówno między horyzontami, jak

i w ich obrębie. Ze względu na stan rozpoznania (trzy odwierty przy znacznym obszarze i niejednorodności) informacja złożowa jest bardzo uboga, co nie pozwala na przeprowadzenie szczegółowej analizy zmienności podstawowych parametrów złożowych. We wstępnej dokumentacji geologicznej złoża określony został zakres zmienności parametrów, lecz zbiór danych nie był wystarczający do przeprowadzenia pełnej analizy statystycznej. Widoczny jest znaczny rozrzut wyznaczonych wartości parametrów złożowych spowodowany niejednorodnością i rozmiarem złoża.

Tabela 1

Dane wejściowe dla algebry przedziałowej

Horyzont	Powierzchnia A , km ²		Porowatość ϕ , %		Miąższość H , m		Nasylenie gazem S_g		Wsp. objętościowy B_g	
	min.	maks.	min.	maks.	min.	maks.	min.	maks.	min.	maks.
1	206,0	214,5	0,4	1,5	33	55	0,2	0,85	0,0032	0,0035
2	137,2	142,8	5,7	9,4	12	13	0,2	0,95	0,0032	0,0035
3	93,1	96,9	0,8	2,8	61	69	0,2	0,85	0,0032	0,0035

Do obliczeń z wykorzystaniem symulacji Monte Carlo konieczne są dodatkowe dane pozwalające określić rozkład prawdopodobieństwa zmiennych. W prezentowanym przykładzie, ze względu na małą ilość dostępnych danych złożowych, przyjęto trójkątny rozkład prawdopodobieństwa dla wszystkich zmiennych, co jest powszechną procedurą w przypadku braku możliwości określenia rzeczywistych rozkładów. Dodatkowo określono wartości najbardziej prawdopodobne dla przyjętych rozkładów zmiennych losowych (tabela 2). Wartości minimalne i maksymalne przyjęto takie same jak w analizie przedziałowej (tabela 1). Tak przyjęte typy rozkładów, ze względu na mały zbiór danych uniemożliwiający dokładne obliczenia statystyczne, mogą znacząco wpływać na wyniki uzyskane za pomocą symulacji Monte Carlo, które mogą okazać się mało wiarygodne.

Tabela 2

Dodatkowe dane dla symulacji Monte Carlo

Horyzont	Powierzchnia A , km ²	Porowatość ϕ , %	Miąższość H , m	Nasylenie gazem S_g	Wsp. objętościowy B_g
	Wartości najbardziej prawdopodobne				
1	210,3	1,3	40,8	0,45	0,0034
2	140,0	7,7	12,3	0,58	0,0034
3	95,0	1,5	63,8	0,45	0,0034

Obliczenia z wykorzystaniem algebry przedziałowej dają wynik w postaci zakresu możliwych zasobów, natomiast symulacja Monte Carlo daje rozkład prawdopodobieństwa zasobów, jednakże uzyskany wynik silnie zależy od przyjętych rozkładów prawdopodobieństwa dla danych wejściowych. W tabelach 3 i 4 przedstawiono wyniki obliczeń. Obliczenia z wykorzystaniem algebry przedziałowej wykonano, wykorzystując wzór 7. Ta sama zależność została wykorzystana do wygenerowania rozkładu prawdopodobieństwa zasobów z użyciem symulacji Monte Carlo.

Tabela 3

Wyniki obliczeń z wykorzystaniem algebry przedziałowej

Horyzont	Min. G 10^9 m^3	Maks G 10^9 m^3	Punkt środkowy przedziału 10^9 m^3
1	1,55	47,00	24,28
2	5,36	51,79	28,57
3	2,60	49,73	26,16

Tabela 4

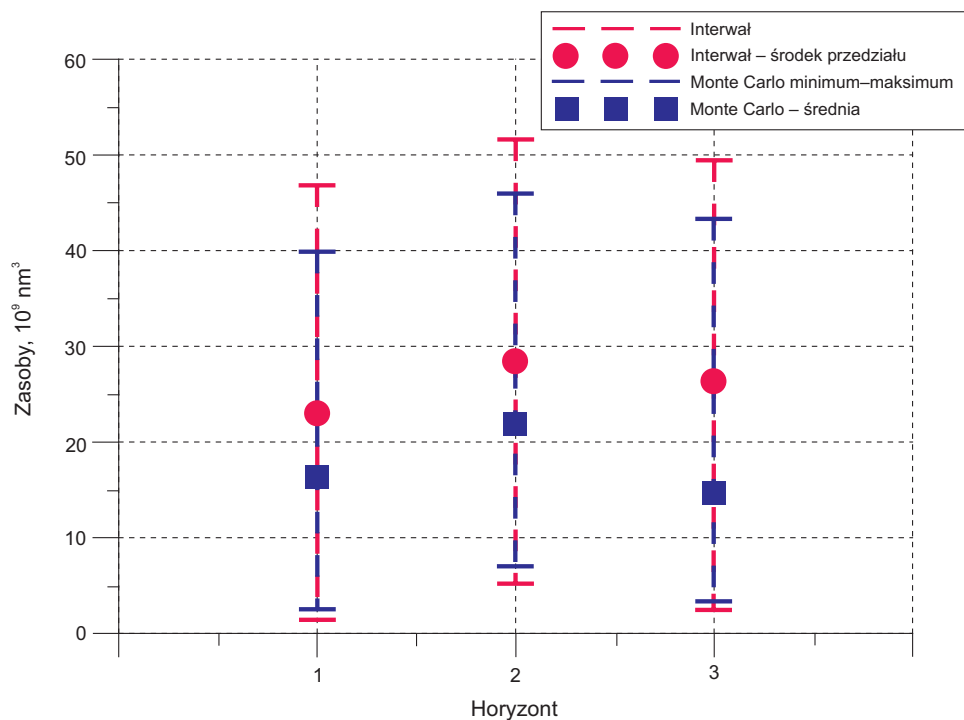
Wyniki symulacji Monte Carlo

Horyzont	Min. G 10^9 m^3	Maks. G 10^9 m^3	Średnia 10^9 m^3	Odch. st. 10^9 m^3	Asymetria –	Splaszczanie –	Mediana 10^9 m^3
1	2,46	40,35	14,32	5,32	0,58	0,13	13,72
2	7,08	46,11	22,70	6,52	0,18	-0,40	22,51
3	3,36	43,28	15,53	5,75	0,73	0,44	14,71

Na rysunku 1 przedstawiono graficzne porównanie wyników analizy.

Rezultaty analizy interwałowej w przedstawionym przypadku dają szerszy zakres możliwych zasobów w porównaniu z wynikami symulacji Monte Carlo (rys. 1.). Uzyskane w tej formie rezultaty mogą być interpretowane w dalszej analizie jako dwa scenariusze: pesymistyczny przy przyjęciu dolnej granicy przedziału i optymistyczny przy jego górnej granicy. W przedstawionym przykładzie stosunek wyznaczonych za pomocą analizy przedziałowej zasobów „optymistycznych” do „pesymistycznych” zmienia się między 10 a 30, co świadczy o bardzo słabym rozpoznaniu złoża (zbliżony rozrzut mają również wartości minimalne i maksymalne z symulacji Monte Carlo). Punkt środkowy przedziału reprezentuje średnia arytmetyczna skrajnych wartości wyznaczonych zasobów. Wartości średnie uzyskane z symulacji Monte Carlo są niższe od punktu środkowego interwału, co

oznacza, że symulacja stochastyczna w przedstawionych przypadkach daje rezultaty zaniżone w porównaniu z analizą przedziałową. Rezultaty symulacji stochastycznej silnie zależą od rozkładów prawdopodobieństwa danych wejściowych przyjętych do obliczeń. Przyjęcie niewłaściwych parametrów może prowadzić do błędnych rezultatów. Rezultaty analizy interwałowej nie dają informacji na temat prawdopodobieństwa uzyskanych wyników, lecz w przypadku małej ilości danych metoda ta może okazać się jedyną możliwą do użycia. Jej podstawową zaletą jest to, że daje możliwość dokonania szybkiej analizy we wczesnej fazie zagospodarowania złoża.



Rys. 1. Zestawienie wyników analizy interwałowej i symulacji Monte Carlo

3. PODSUMOWANIE

W przypadku rozwiązywania wielu zagadnień z zakresu inżynierii złożowej analiza interwałowa może okazać się bardzo przydatnym narzędziem, zwłaszcza wówczas gdy informacja o złożu jest uboga i zastosowanie innych technik obliczeniowych wiąże się z ryzykiem znacznego błędu. Główną zaletą tej metody jest jej prostota. W przeciwieństwie do metod probabilistycznych rezultaty analizy interwałowej pokazują nam zakres zmienności szuka-

nego parametru bez szacowania prawdopodobieństwa jego wystąpienia. W związku z tym cały zbiór otrzymany w wyniku takiej analizy traktować należy jako wartości możliwe do uzyskania, natomiast wartości skrajne można interpretować jako scenariusze pesymistyczne i optymistyczne, co w przypadku złóż we wczesnej fazie rozpoznania umożliwia podjęcie dalszych decyzji dotyczących ich zagospodarowania. Metoda ta może znaleźć zastosowanie w przypadkach, gdy zbiory danych wejściowych są zbyt małe, aby wykonać analizę statystyczną i wyznaczyć rozkłady prawdopodobieństwa. W przypadku wystarczającej ilości danych celowe staje się stosowanie metod probabilistycznych.

LITERATURA

- [1] Behrenbruch P., Turner G.J., Backhouse A.R.: *Probabilistic hydrocarbon reserves estimation: a novel Monte Carlo approach*, SPE 13982, 1985
- [2] Jaulin L. et. al.: *Applied interval analysis: with examples in parameter and state estimation, robust control and robotics*, Springer, London 2001
- [3] Lodwick W.A., Jamison K.D.: *Special issue: interfaces between fuzzy set theory and interval analysis*, „Fuzzy Sets and Systems” 2003, 135
- [4] Meisingset K.K.: *Uncertainties in reservoir fluid description for reservoir modeling*, SPE Reservoir Eval. & Eng., 2 (5), October 1999
- [5] Moore R., Lodowick W.: *Interval analysis and fuzzy set theory*, „Fuzzy Sets and Systems” 2003, 135
- [6] Moore R.: *Interval analysis*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1966
- [7] Stoltz L.R., Jones M.S., Wadsley A.W.: *Probabilistic reserves assessment using a filtered Monte Carlo method in a fractured limestone reservoir*, SPE 39714, 1998
- [8] Truong Truong Thanh: *An improved method for reserves estimation*, SPE 101939, 2002
- [9] Zolotukhin A.B.: *A Novel Approach to Resources and Reserves Determination*, Society of Petroleum Engineers, SPE 63199, 2000