

Roman Vorobel\*, Magdalena Stobińska\*\*

## Przetwarzanie obrazu i jego uogólniony kontrast względny

### 1. Wprowadzenie

Przetwarzanie obrazów zawsze jest prowadzone dla osiągnięcia jakiegoś celu lub wielu celów. Dla większości obrazów najpierw dokonywana jest poprawa ich jakości, sprzyjająca zwiększeniu podobieństwa zarejestrowanej na nich scenie w odniesieniu do rzeczywistości. Mogą być i inne zadania, szczególnie powiązane z konstruowaniem zautomatyzowanych systemów do rozpoznawania anomalii, identyfikacji obiektów lub innego typu. Tradycyjnie takie podejście składa się z podstawowej procedury transformacji nieliniowej obrazu

$$L^* = F(L),$$

gdzie:

- $L$  – obraz wejściowy,
- $L^*$  – obraz po transformacji nieliniowej  $F(L)$ .

Na ogół transformacje nieliniowe mogą być zrealizowane na podstawie teorii decyzji statystycznych, co wymaga wielowymiarowych funkcji rozkładu wszystkich elementów obrazu. Jednak te funkcje obecnie nie są znane. Stąd prawie wszystkie algorytmy nieliniowego przetwarzania obrazów otrzymane są empirycznie. Dla oceny ich efektywności zostały wzięte pod uwagę tylko subiektywne oceny poprawy jakości obrazu. Między innymi, dla pewnych klas transformacji nieliniowych, można otrzymać ich efektywność na podstawie znaczenia kontrastu. Na dzisiaj znane są podejścia do takiej oceny dla przypadków rozpatrywania kontrastu ważonego [4] oraz kontrastu liniowego [5]. Jednak nie jest znane rozwiązanie takiego problemu na podstawie kontrastu względnego [6, 7]. Dlatego celem artykułu jest konstruowanie metody oceny kontrastu względnego dla nieliniowych transformacji statystycznych obrazu. Stąd dalej omówimy podstawowe podejścia takiego rodzaju przetwarzania statystycznych obrazu. W zakończeniu przedstawimy wyniki i wnioski z przeprowadzonych badań.

---

\* Wyższa Szkoła Humanistyczno-Ekonomiczna w Łodzi, Fizyko-Mechaniczny Instytut Ukraińskiej Akademii Nauk, Lwów, Ukraina

\*\* Wyższa Szkoła Humanistyczno-Ekonomiczna w Łodzi

## 2. Nieliniowe statystyczne przetwarzanie obrazu

Niech obraz wejściowy jest zaprezentowany w postaci macierzy  $\|L\|$ . Macierzowy opis obrazu już uwzględnia próbkowanie przy tworzeniu postaci cyfrowej obrazu. Niech  $\Omega(\|L\|)$  – jest operatorem transformacji. Wtedy po transformacji możemy otrzymać nowy obraz  $L^*$  w postaci macierzy

$$L^* = \Omega(\|L\|) \quad (1)$$

Wzór (1) – to bardzo uogólniona forma transformacji obrazów. W praktyce potrzebne jest wyodrębnienie konkretnych podklas tych transformacji, zaznaczając ich szczególności. Najbardziej prostą klasą, według [1], są bezinercyjne, stacjonarne przetwarzania, to znaczy takie, gdzie poziom jasności każdego jednego piksela  $L_k$  obrazu  $\|L\|$  jest transformowany w nowe znaczenie  $L_k^*$  obrazu  $\|L^*\|$  według pewnego (nie uzależnionego od indeksu  $k$ ) prawa:

$$L_k^* = \Omega(L_k), \quad k \in [1, N \cdot M] \quad (2)$$

gdzie:

$\Omega(L_k)$  – jednowymiarowa funkcja – operator transformacji,

$N$  i  $M$  – rozmiary obrazu (ilość elementów w kolumnie i wierszu macierzy  $\|L\|$ ).

Faktycznie oznacza to, iż przy takim podejściu jest zrealizowane przetwarzanie poziomów jasności obrazu metodą „punkt w punkt” lub szerzej znanego podejścia *look-up-table* za pomocą tablic przeglądowych.

Zaznaczmy, iż z bezinercyjności wypływa niezmiennosc treści obrazu  $L^*$  przy zmianie kolejności numeracji pikseli. Faktycznie formowanie poziomów  $L^*$  prowadzi się w pewnej kolejności, według przyjętego sposobu skanowania obrazu podczas jego czytania. Dla teorii to nie ma znaczenia, bo zamiast treści można omawiać ekwiwalentny, według rozkładu poziomów jasności, obraz klina lub znormalizowany histogram  $H(L^*)$ , jako analogię rozkładu prawdopodobieństw poziomów jasności  $p(L^*)$  [3].

Faktycznie funkcja  $\Omega(\|L\|)$  może nie być uzależniona od własności obrazów wejściowego i transformowanego. W tym wypadku wybór  $\Omega(\|L\|)$  musi być zrealizowany przez przebranie dużej ilości funkcji dla osiągnięcia jakiegoś efektu. Ale takie postępowanie nie jest rozsądne. Przetwarzanie musi odzwierciedlać własności obrazów  $L$  i  $L^*$ , bo tylko wtedy można osiągnąć pożądany efekt.

Jak już omawialiśmy, za charakterystykę obrazu wybieramy najłatwiejszą z nich – jednowymiarową dystrybuantę  $F_L(L_k)$  poziomów jasności pikseli  $L_k$  lub rozkłady prawdopodobieństw poziomów jasności  $p_k(L_k)$  pikseli  $L_k$ . Jeśli opieramy się tylko na tej jednej charakterystyce, to i transformowany obraz  $L^*$  będziemy charakteryzować dystrybuantą  $F_{L^*}(L^*)$  jasności pikseli  $L^*$  oraz rozkładem prawdopodobieństwa  $p_{L^*}(L^*)$  poziomów jasności pikseli  $L^*$ .

Ustalimy wymaganie, aby operator  $\Omega$  (2) tak zmienił poziomy jasności pikseli obrazu  $\|L\|$ , żeby ich dystrybuanta  $F_L(L_k)$  transformowała się w pożądaną dystrybuantę  $F_{L^*}(L^*)$ .

Funkcje  $F_L(L_k)$  oraz  $F_{L^*}(L_k^*)$  są niemalejące i przyjmują znaczenia na jednym i tym samym przedziale  $[0, 1]$ . Stąd oczywistym jest to, iż zawsze znajdzie się taka para znaczeń poziomów jasności  $L$  i  $L^*$ , że dla nich będzie się sprawdzała równość

$$F_{L^*}(L_k^*) = F_L(L_k) \quad (3)$$

Stąd otrzymujemy wzór dla operatora bezinercyjnych transformacji, znanych jako statystycznych

$$L_k^* = F_{L^*}^{-1}[F_L(L_k)] \quad (4)$$

gdzie  $F_{L^*}^{-1}$  – to odwrotna do  $F_{L^*}$  funkcja.

Oznaczmy dla uogólnienia

$$\psi(\cdot) = F_{L^*}^{-1}(\cdot) \quad (5)$$

rozszerzając w taki sposób klasę możliwych statystycznych transformacji przez wykorzystanie jednoznacznej funkcji  $\psi(\cdot)$ , jaka jest określona na przedziale  $[0, 1]$  i przyjmuje znaczenia w przedziale  $[0, \infty]$ . Faktycznie to oznacza, iż przetwarzanie (4) przyczynia się do tworzenia obrazu  $L_k^*$  po przetworzeniu przez stosowanie operatora

$$L_k^* = \psi[F_L(L_k)] \quad (6)$$

### 3. Znane podejścia do obliczania uogólnionego kontrastu obrazu po przetwarzaniach statystycznych

W pracach [2, 3] opisano podstawową właściwość klasy statystycznych transformacji nieliniowych obrazu  $L_i$ , jaka wypływa z określenia kontrastu ważonego  $C_{ij}^{wei}$  między jego elementami  $L_i$  i  $L_j$

$$C_{ij}^{wei} = \frac{L_i - L_j}{L_i + L_j} \quad (7)$$

oraz kontrastu dwuelementowego obrazu z adaptacją do poziomu jasności  $L_0$

$$C_{ij0}^{wei} = \frac{L^2 - L_0^2}{L^2 + L_0^2} \quad (8)$$

na podstawie tego, że obraz  $L^*$ , jak i każdy obraz fabularny, może być scharakteryzowany znaczeniem kontrastu

$$C_{gen}^{wei} = \int_0^\infty \left| \frac{(L^*)^2 - M^2[L^*]}{(L^*)^2 + M^2[L^*]} \right| \cdot p_{L^*}(L^*) dL^* \quad (9)$$

lub

$$C_{gen}^{wei} = \int_0^{\infty} \left| \frac{\Omega^2(L) - M^2[\Omega]}{\Omega^2(L) + M^2[\Omega]} \right| \cdot p_{L^*}(L^*) dL^* \quad (10)$$

gdzie  $M[\cdot]$  – to wartość oczekiwana, a  $\Omega(L) = L^*$ .

Jeżeli rozpatrywać ten wzór dla klasy przetwarzań statystycznych i przyjąć, iż

$$p_{L^*}(L^*) dL^* = dF_{L^*}(L^*) = dF_L(L),$$

gdzie  $F_L(L)$  – dystrybuanta poziomów jasności pikseli obrazu wejściowego, to może on być zapisany w postaci całki Stiltjesa

$$C_{gen}^{wei} = \int_0^1 \left| \frac{[F_L^{-1}(F_L)]^2 - M^2[L^*]}{[F_L^{-1}(F_L)]^2 + M^2[L^*]} \right| \cdot dF_L \quad (11)$$

Struktura wzoru (11) jest taka, że funkcja  $F_L$  odgrywa rolę niezależnej zmiennej w całce oznaczonej. To znaczy, że ta całka nie zależy od charakteru funkcji  $F_L$ . Wychodząc z tego, możemy przyjąć, iż  $z = F_L$ , i przepisać (11) jako

$$C_{gen}^{wei} = \int_0^1 \left| \frac{[F_L^{-1}(z)]^2 - M^2[L^*]}{[F_L^{-1}(z)]^2 + M^2[L^*]} \right| \cdot dz \quad (12)$$

oraz stwierdzić, że wielkość  $C_{rel}^{gen}$  nie zależy od kontrastu, rozkładu prawdopodobieństwa (histogramu rozkładu) poziomów jasności pikseli obrazu oraz jego treści, lecz jest charakterystyką konkretnego statystycznego przetwarzania, co określa się pożądaną dystrybuantą  $F_{L^*}$  i może być miarą jego efektywności. Stąd, biorąc pod uwagę wzór (5), na ogół dla całej klasy nieliniowych przetwarzań statystycznych otrzymujemy

$$C_{gen}^{wei} = \int_0^1 \left| \frac{\Psi^2(z) - M^2[L^*]}{\Psi^2(z) + M^2[L^*]} \right| \cdot dz \quad (13)$$

Ze wzoru (13) jest oczywiste to, że dla każdego konkretnego statystycznego przetwarzania  $\Psi(\cdot)$  znaczenie kontrastu uogólnionego  $C_{rel}^{wei}$  może być wcześniej obliczone.

Inne podejście, powiązane z nieco innym obliczaniem kontrastu, opisane jest w pracy [2]. W niej omówione zostało rozwiązanie problemu oceny uogólnionego kontrastu  $C_{abs}^{wei}$  obrazu na podstawie liniowego opisu absolutnego kontrastu elementów

$$C = \frac{L_i - L_j}{LMAX} \quad (14)$$

gdzie  $LMAX$  – to maksymalnie możliwy poziom jasności pikseli obrazu, według wzoru

$$C_{gen}^{abs} = \frac{1}{2LMAX} \int_0^{\infty} \left| 2|L - \bar{L}| + LMAX - |2|L - \bar{L}| - LMAX| \right| \cdot p_L(L) dL \quad (15)$$

gdzie  $\bar{L}$  – to uśrednione znaczenie poziomów jasności pikseli całego obrazu.

Na jego podstawie zostało uzasadnione, iż uogólniony kontrast absolutny obrazu  $L^*$ , po nieliniowych transformacjach statystycznych  $\psi(\cdot)$  obrazu  $L$ , może być obliczony z dwóch składowych

$$C_{gen}^{abs} = C_{gen}^{abs1} + C_{gen}^{abs2} \quad (16)$$

gdzie:

$$C_{gen}^{abs1} = \begin{cases} \frac{2}{LMAX} \int_0^1 |\psi(z) - M[L^*]| dz & \text{gdy } |\psi(z) - M[L^*]| \leq LMAX/2 \\ 0 & \text{gdy } |\psi(z) - M[L^*]| > LMAX/2 \end{cases} \quad (17)$$

$$C_{gen}^{abs2} = \begin{cases} 1 & \text{gdy } |\psi(z) - M[L^*]| > LMAX/2 \\ 0 & \text{gdy } |\psi(z) - M[L^*]| \leq LMAX/2 \end{cases} \quad (18)$$

Analiza składowych (17) i (18) również wskazuje na to, iż uogólniony kontrast  $C_{gen}^{abs}$  (16) nie jest uzależniony od kontrastu, rozkładu prawdopodobieństwa poziomów jasności (histogramu rozkładu) pikseli obrazu, lecz jest charakterystyką konkretnego, statystycznego, nieliniowego przetwarzania obrazu, co wyznacza się pożądanym charakterem dystrybucyjności  $F_{L^*}(L^*)$  poziomów jasności pikseli obrazu transformowanego  $L^*$  i dlatego może być oceną jego efektywności, określoną za pomocą poziomu kontrastu.

Biorąc takie wnioski pod uwagę, można logicznie przypuścić, iż uogólniony kontrast względny obrazu, po jego nieliniowych transformacjach statystycznych, również będzie miał podobne właściwości. Stąd dalej omówimy bezpośrednie podejście do oceny właściwości uogólnionego kontrastu obrazu po nieliniowych przetwarzaniach statystycznych.

#### 4. Uogólniony kontrast względny obrazu po przetwarzaniach statystycznych

W pracy [6] opisana została metoda obliczania uogólnionego kontrastu obrazu  $L$  za pomocą stosowania kontrastu względnego  $C_{ij}^{rel}$  obrazu między jego pikselami

$$C_{ij}^{rel} = \frac{L_i - L_j}{\max\{L_i, L_j\}} \quad (19)$$

oraz przedstawiono wzór dla obliczania uogólnionego kontrastu względnego

$$C_{gen}^{rel} = \int_0^{\infty} \left| \frac{L^2 - \bar{L}^2}{\max\{L^2, \bar{L}^2\}} \right| p(L) dL \quad (20)$$

To znaczy, iż w analogiczny sposób możemy przepisać wzór (20) dla obliczania uogólnionego kontrastu względnego obrazu  $L^*$ , otrzymanego przez nieliniową transformację  $\psi$  (6) dla pól z jednakowymi poziomami jasności pikseli

$$C_{gen}^{rel} = \int_0^{\infty} \left| \frac{\psi^2(L) - M^2[\psi]}{\max\{\psi^2(L), M^2[\psi]\}} \right| p(L^*) dL^* \quad (21)$$

Rozpatrując wzór (21) z pozycji klasycznych transformacji statystycznych i biorąc pod uwagę to, że

$$p_{L^*}(L^*) dL^* = dF_{L^*}(L^*) = dF_L(L),$$

wzór można przedstawić w postaci całki Stiltjesa

$$C_{gen}^{rel} = \int_0^1 \left| \frac{F_{L^*}^{-1}[F_L(L)]^2 - M^2[L^*]}{\max\{F_{L^*}^{-1}[F_L(L)]^2, M^2[L^*]\}} \right| dF_L \quad (22)$$

Struktura wzoru (22) również jest taka, że dystrybuanta  $F_L$  odgrywa rolę zmiennej niezależnej w całce oznaczonej, a to oznacza, że nie zależy od jej charakteru. Stąd, możemy przedstawić wzór (22) jako

$$C_{gen}^{rel} = \int_0^1 \left| \frac{[F_L^{-1}(z)]^2 - M^2[L^*]}{\max\{[F_L^{-1}(z)]^2, M^2[L^*]\}} \right| dz \quad (23)$$

Analiza wzoru (23) pokazuje, że wielkość  $C_{gen}^{rel}$  nie zależy od kontrastu, histogramu oraz treści obrazu wejściowego  $L$ , lecz jest charakterystyką konkretnego, statystycznego przetwarzania jakie określa się dystrybuantą  $F_{L^*}$  i może być miarą jego efektywności.

Analogicznie, dla uogólnionej klasy nieliniowych statystycznych przetwarzań, otrzymujemy

$$C_{gen}^{rel} = \int_0^1 \left| \frac{\psi^2(z) - M^2[L^*]}{\max\{\psi^2(z), M^2[L^*]\}} \right| dz \quad (24)$$

Ze wzoru (24) oczywiste jest to, że dla każdego konkretnego przetwarzania statystycznego  $\psi$  obrazu wejściowego  $L$  znaczenie uogólnionego kontrastu względnego, otrzymanego w taki sposób transformowanego obrazu  $L^*$ , może być wcześniej obliczone.

## 5. Wnioski

Ustalono metodę obliczania uogólnionego kontrastu względnego funkcjonalnie transformowanego obrazu. Analiza otrzymanych przy tym wzorów potwierdza przypuszczenie o tym, że uogólniony kontrast względny (24) jest właściwą tylko konkretnemu przetwarzaniu funkcjonalnemu charakterystyką. On nie zależy od kontrastu, histogramu oraz treści fabularnej obrazu wejściowego. Ta właściwość uogólnionego kontrastu względnego odkrywa nowe możliwości tworzenia takich przetwarzań statystycznych, które mogą tworzyć transformowane za ich pomocą obrazy z naprzód pożądanym kontrastem.

## Literatura

- [1] Miroshnikov M.M.: *Theoretical fundamentals of optical-electronics devices*. Leningrad, Mashynostrojenije 1983
- [2] Nesteruk V.F.: *Optical image transformation and evaluation its quality*. Progress of the Scientific Photography, vol. XXIII, 1985, 93–102
- [3] Nesteruk V.F.: *Statistical image transformation structure in the limited dynamic range*. Proceedings of the GOI, vol. 51, Issue 185, 1982, 13–22
- [4] Nesteryk V.F., Sokolova V.A.: *Problems or the theory of subject image perception and of quantitative estimation of their contrast*. Optics-Mechanical Industry, No. 5, 1980, 11–13
- [5] Vorobel R.A.: *Perception of the subject images and quantitative evaluation of their contrast based on the linear description of elements of contrast*. Reports of the Ukrainian Academy of Sciences, No. 9, 1998, 103–108
- [6] Vorobel R., Stobińska M.: *Histogram transformation using contrast as a function of visual perception*. [w:] Artificial Intelligence and Soft Computing. A. Cader, L. Rutkowski, R. Tadeusiewicz, J. Zurada (Ed.), Academic Publishing House EXIT, Warsaw, 2006, 367–374
- [7] Vorobel R., Stobińska M.: *Quantitative evaluation of image general relative contrast*. Proceedings of the 2nd Polish and International PD Forum-Conference on Computer Science, Łódź, Poland, 2006 (in print)