

Lidia Dutkiewicz\*, Edyta Kucharska\*

## Dwupoziomowy algorytm dla problemu udostępniania pól eksploatacyjnych

### 1. Wprowadzenie

Celem niniejszego artykułu jest zaprezentowanie algorytmu rozwiązującego skomplikowany problem szeregowania zadań związany z udostępnieniem pól eksploatacyjnych (problem UPE). W problemie tym należy wykonać pewien zbiór zadań z nieprzekraczalnymi terminami ich zakończenia. Każde zadanie polega na wykonaniu (wydrażeniu) przez maszynę odcinka drogi. Wykonana droga staje się nowym zasobem, tj. drogą niezbędną dla transportu maszyn realizujących pozostałe zadania. W związku z tym zasoby, niezbędne do realizacji zadań, są zmienne i ich dostępność zależy od aktualnego stanu systemu. Jest to problem NP-trudny.

Przedstawiony w artykule algorytm optymalizujący problem UPE należy do szerokiej klasy algorytmów dwupoziomowych opartych na metodzie zadań zastępczych (MZZ). Jest to heurystyczna metoda należąca do obszaru sztucznej inteligencji, której idea polega na przybliżonym zdekomponowaniu zadania generowania rozwiązania na szereg dynamicznie tworzonych zadań zastępczych [4].

Do przedstawienia algorytmu oraz formalnego opisu problemu zastosowany został ogólny algebraiczno-logiczny model problemu optymalizacji sterowania dyskretnego procesu produkcyjnego. Model algebraiczno-logiczny został zaproponowany w [1, 3]. Istotą tej klasy modeli jest fakt, że wykorzystywane są w nich różnorodne formy opisu, a więc obok opisu analitycznego stosowany jest opis za pomocą formuł logicznych. Równocześnie model ten odpowiada pewnej formalnej postaci wieloetapowego procesu decyzyjnego połączonego z symulacją dyskretnego procesu produkcyjnego. Model ten określa poniższa definicja.

#### Definicja 1

*Dyskretny proces P* jest to proces jednoznacznie określony przez czwórkę

$$P = (s_0, f, S_N, S_G) \quad (1)$$

---

\* Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

gdzie:  $f : U \times S \rightarrow S$  jest funkcją częściową (a więc określoną tylko dla pewnych par  $(u, s) \in U \times S$ ), zwaną funkcją przejścia, przy czym:

- $U$  – zbiór decyzji sterujących lub sygnałów sterowania,
- $S = X \times T$  – zbiór stanów uogólnionych,
- $X$  – zbiór stanów właściwych,
- $T \subset \mathbb{R}^+$  – podzbiór nieujemnych liczb rzeczywistych reprezentujących chwile czasowe,
- $s_0 = (x, t)$  – uogólniony stan początkowy,  $s_0 \in S$ ,
- $S_N \subset S$  – zbiór uogólnionych stanów niedopuszczalnych,
- $S_G \subset S$  – niepusty zbiór uogólnionych stanów docelowych, a więc stanów, w których proces powinien się znaleźć w wyniku działania właściwych sterowań.

Zadanie poszukiwania rozwiązania dopuszczalnego polega na znalezieniu ciągu decyzji wyznaczającego trajektorię dopuszczalną. Zadanie optymalizacji sterowania procesem polega na znalezieniu takiego ciągu sterowań dopuszczalnych, który ekstremalizuje pewien funkcjonal  $Q$ .

## 2. Opis problemu

Problem UPE polega na realizacji prac przygotowawczych w kopalniach podziemnych. Prace te wykonywane są bezpośrednio przed przystąpieniem do wydobywania surowców, jako jeden z etapów działalności górniczej. Aby odpowiednio przygotować złoża do eksploatacji, drążona jest w nim sieć wyrobisk korytarzowych (chodników). Ich zadaniem jest udostępnienie złoża i jednocześnie podzielenie go na mniejsze części, zwane parcelami (polami). Ze względu na terminy oddawania pól do eksploatacji, dla niektórych chodników określone są pewne nieprzekraczalne terminy, do których muszą być one wydrążone. Drążenie wyrobisk korytarzowych może odbywać się za pomocą technologii o zróżnicowanej wydajności i kosztach eksploatacji. Technologie te można rozpatrywać jako maszyny o różnych parametrach pracy.

Specyfika drążenia sieci wyrobisk korytarzowych polega na tym, że po skończeniu drążenia w jednym chodniku, maszyna często wymaga przetransportowania w inne miejsce, skąd może rozpocząć drążenie następnego. Transport taki może odbywać się wyłącznie chodnikami już wydrążonymi. W związku z tym, nie zależy on wyłącznie od punktu początkowego i docelowego, ale również od aktualnego stanu wydrążenia całej sieci. Transport maszyny jest zazwyczaj kosztowny i wymaga czasu, dlatego też trasa potrzebna do przemieszczenia maszyny jest odpowiednio dobierana spośród dróg możliwych w danym momencie.

Celem planistów jest opracowanie harmonogramu wykonywania prac przygotowawczych, czyli określenie kolejności drążenia poszczególnych wyrobisk korytarzowych oraz przydzielenie do nich odpowiednich technologii (maszyn). Harmonogram powinien być tak utworzony, aby nie przekroczyć określonych wcześniej terminów krytycznych dla chodników. Równocześnie harmonogram ten powinien być zrealizowany przy minimalnym koszcie całkowitym prac. Na koszt ten składają się koszty drążenia, transportu oraz postoju poszczególnych maszyn.

Na podstawie powyższego opisu określony został proces decyzyjny odpowiadający problemowi szeregowania, w którym zadania polegają na wykonaniu (wydrążeniu) poszczególnych chodników. Zbiór zadań odpowiada zatem zbiorowi chodników w sieci wyrobisk i oznaczony jest jako  $C$ . Każdy chodnik scharakteryzowany jest poprzez numer  $c$ . Dla niektórych chodników określony jest ponadto nieprzekraczalny czas  $deadline(c)$ , do którego musi zostać ukończony drażenie tego chodnika. Zbiór chodników, dla których jest określony termin krytyczny  $deadline(c)$ , oznaczany jest  $C_{deadl}$ .

Drażenie chodników wykonywane jest równoległe przez jednorodne maszyny  $m$  należące do zbioru  $M$ ,  $m = 1, 2, \dots, |M|$ . Maszyny te podzielone są na dwa podzbiory  $M_I$  i  $M_{II}$  różniące się parametrami pracy, m.in. prędkością drażenia  $V_{dr}(m)$  oraz kosztem drażenia (na jednostkę czasu)  $K_{dr}(m)$ . Maszyny typu I ( $m \in M_I$ ) mają większą prędkość drażenia, ale też wyższe koszty eksploatacji. Dodatkowo również transport tych maszyn jest drogi oraz czasochłonny. Natomiast maszyny typu II ( $m \in M_{II}$ ) pracują wolniej, ale koszt ich eksploatacji jest dużo mniejszy.

Rozwiązanie problemu polega na określeniu ciągu decyzyjnego wyznaczającego kolejność wykonywania poszczególnych zadań, przyporządkowującego zadania konkretnym maszynom i określającego ewentualne drogi transportowe. Jak już zostało wspomniane, transport może odbywać się chodnikami. W rozważanym procesie zostało przyjęte, że wyznaczając drogę transportu dla maszyny, oprócz aktualnie wydrążonych chodników, brane są pod uwagę też takie, których terminy ukończenia są znane. Są to chodniki, co do których podjęto wcześniej decyzję o drażeniu i jest ona w trakcie realizacji. Może się zdarzyć zatem, że transportowana maszyna będzie musiała czekać na ukończenie chodnika będącego składnikiem jej drogi przejazdu. Sytuację taką można traktować jako oczekiwanie maszyny na udostępnienie zasobu.

W danym stanie procesu istnieje bardzo duża liczba możliwych dróg transportowych. Należy zauważyć, że jeżeli rozpatrywana jest sieć dróg wcześniej wykonanych, to dla tej sieci najkrótsza droga jest jednocześnie drogą najszybszą. Inaczej przedstawia się sytuacja, gdy nie cała sieć jest wykonana i należy czekać na ukończenie rozpatrywanej drogi. Wtedy czas przemieszczenia pomiędzy dwoma węzłami jest sumą czasu przejazdu oraz czasu oczekiwania na ukończenie jakiegoś odcinka (odcinków) wchodzącego w skład tej drogi. Droga transportowa o najmniejszej długości nie zawsze jest zatem jednocześnie drogą, którą transport odbywa się w najkrótszym czasie. **Najkrótszą drogą transportową** dla maszyny  $m$  do chodnika  $c$  jest ta spośród wszystkich dróg transportowych, dla której suma długości chodników wchodzących w jej skład jest najmniejsza. **Najszybszą drogą transportową** dla maszyny  $m$  do chodnika  $c$  jest ta spośród wszystkich dróg transportowych dla maszyny, którą maszyna  $m$  osiągnie jeden z węzłów chodnika  $c$  w najkrótszym czasie, uwzględniając zarówno czas przejazdu jak i oczekiwanie maszyny na udostępnienie chodników wchodzących w skład tej drogi.

### 3. Model procesu dla problemu UPE

Dla rozważanego problemu szeregowania zadań zbudowany został model algebraiczno-logiczny, uwzględniający konieczność oczekiwania maszyn na zasoby. Jest on przedstawiony szczegółowo w pracach [5, 6]. Poniżej pokrótce opisane zostaną najistotniejsze

elementy modelu, tzn. postać stanu systemu, zbiory stanów docelowych oraz stanów niedopuszczalnych, postać decyzji oraz funkcja przejścia.

Dla problemu UPE stan procesu  $s = (x, t)$  w danej chwili czasu  $t$  opisany jest poprzez aktualny stan wszystkich maszyn oraz zbiór ukończonych chodników. Stan systemu  $x$  jest więc określany następująco

$$x = (x^0, x^1, x^2, \dots, x^{|M|}) \quad (2)$$

gdzie:

- $x^0$  – zbiór chodników, które zostały wykonane do chwili  $t$ ,
- $x^m$  – stan  $m$ -tej maszyny, dla  $m = 1, 2, \dots, |M|$ .

Stan maszyny opisany jest poprzez następujące informacje:

- działanie, jakie maszyna wykonuje (drażenie, transport, postój);
- chodnik, który został danej maszynie przydzielony do drażenia;
- miejsce, w którym maszyna się znajduje;
- ilość pracy, jaka pozostała maszynie do ukończenia aktualnego działania;
- ewentualny czas oczekiwania maszyny na zasoby niezbędne do wykonania bieżącego zadania.

Zbiór stanów niedopuszczalnych  $S_N$  jest zbiorem stanów  $s = (x, t)$  takich, że czas  $t$  jest równy lub większy od terminu krytycznego  $deadline(c)$  pewnego chodnika  $c$ , zaś chodnik ten nie jest jeszcze wydrażony:

$$S_N = \left\{ s = (x, t) : \exists c \in C_{deadl} \left( c \notin x^0(s) \wedge deadline(c) \leq t \right) \right\} \quad (3)$$

gdzie  $x^0(s)$  to wartość współrzędnej  $x^0$  w stanie  $s$ .

Zbiór stanów docelowych  $S_G$  jest zbiorem wszystkich stanów  $s = (x, t)$ , dla których proces prac przygotowawczych został zakończony (czyli wszystkie chodniki zostały wydrażone i dla żadnego nie został przekroczony jego termin krytyczny)

$$S_G = \left\{ s = (x, t) : s \notin S_N \wedge \forall c \in C \left( c \in x^0(s) \right) \right\} \quad (4)$$

Decyzje polegają na wyznaczeniu chodników, które mają być przydzielone poszczególnym maszynom do drażenia oraz na wyznaczeniu ewentualnych dróg transportowych dla tych maszyn. W przypadku maszyny realizującej wcześniej podjętą decyzję dozwolone jest tylko podjęcie decyzji o kontynuacji działania. Przydzielenie jednego z jeszcze niewykonanych chodników możliwe jest tylko maszynie **wolnej**, czyli nie mającej aktualnie przydzielonego żadnego chodnika do drażenia (ukończyła ona ewentualne wcześniejsze drażenie). Maszyna taka stoi w jednym ze skrzyżowań sieci wyrobisk.

Struktura decyzji  $u$  definiowana jest jako  $|M|$ -elementowy wektor

$$u = (u^1, u^2, \dots, u^{|M|}) \quad (5)$$

gdzie kolejne współrzędne oznaczają odrębne decyzje dla poszczególnych maszyn  $m$ .

Każda współrzędna  $u^m$  koduje dwie informacje:

- 1) przydzielony maszynie chodnik,
- 2) typ drogi transportowej.

Zatem  $u^m$  ma postać dwójki  $(\varepsilon, \eta)$ , gdzie  $\varepsilon \in C \cup \{0\}$  i oznacza:

- numer chodnika, w którym maszyna  $m$  ma rozpocząć drażenie po ewentualnym do-transportowaniu, gdy  $\varepsilon = c$ ;
- kontynuację podjętego wcześniej działania maszyny, gdy  $\varepsilon = 0$ ;

$\eta \in \{KT, ST, NO\}$  i określa rodzaj drogi transportowej, przy czym:

- $KT$  oznacza najkrótszą drogę transportową,
- $ST$  oznacza najszybszą drogę transportową,
- $\eta$  przybiera wartość  $NO$  (nie jest określany rodzaj trasy), w przypadku gdy  $\varepsilon = 0$ .

Podczas generowania decyzji nie jest sprawdzane, czy droga transportowa jest konieczna, zatem nie przewiduje się tu kodowania braku drogi transportowej. Sprawdzanie i ewentualne wyznaczenie takiej drogi następuje przy obliczaniu funkcji przejścia i wykonywane jest za pomocą specjalnych algorytmów wyznaczania najkrótszej oraz najszybszej drogi w sieci o dynamicznie zmiennej strukturze. Algorytmy te podane zostały w [7]. Oprócz długości drogi transportowej algorytmy te podają informację, czy maszyna będzie musiała oczekiwać na ukończenie pewnych chodników, a jeśli tak, to jak długo. Oparte są na one na algorytmie Dijkstry szukania w grafie drogi o minimalnej długości.

Na podstawie aktualnego stanu  $s = (x, t)$  i decyzji  $u$  podjętej w tym stanie, generowany jest za pomocą funkcji przejścia  $f$  następny stan  $s' = (x', t')$

$$(x', t') = f(u, x, t) \quad (6)$$

W pierwszej kolejności wyznaczany jest moment  $t'$  wystąpienia następnego stanu, czyli najbliższy moment, w którym co najmniej jedna maszyna zakończy drażenie chodnika. Po wyznaczeniu chwili  $t'$  obliczane są nowe wartości współrzędnych stanu. Do zbioru  $x^{0'}$  reprezentującego zbiór ukończonych chodników, włączane są dodatkowo te chodniki, których drażenie zostaje ukończone w momencie  $t'$ . Następnie wyznaczane są stany w jakich będą się znajdować poszczególne maszyny w chwili  $t'$ .

#### 4. Algorytm dla problemu UPE

Jak już wspomniano, prezentowany algorytm należy do szerokiej klasy algorytmów opartych na metodzie zadań zastępczych. Algorytmy te wyznaczają jedną trajektorię. Jeśli trajektoria otrzymana za pomocą wybranego algorytmu jest niedopuszczalna, to stosuje się inny algorytm z tej klasy. W artykule opisany jest jeden z szeregu algorytmów, które zostały zaproponowane w [5].

Algorytm działa następująco: podczas generowania rozwiązania (trajektorii), w każdym rozważanym stanie  $s$  procesu, decyzja wyznaczana jest na podstawie specjalnie skonstruowanego zastępczego zadania optymalizacji. W różnych stanach procesu zadanie to

może mieć inną postać. Celem tworzenia takich zadań jest ułatwienie wyznaczenia decyzji w danym stanie poprzez zastąpienie optymalizacji zadania globalnego prostszym zadaniem lokalnym.

Po wyznaczeniu decyzji  $u^*(s)$ , najlepszej z punktu widzenia zadania zastępczego, generowany jest kolejny stan trajektorii  $s'$ . Następnie przeprowadzana jest „automatyczna analiza” nowego stanu procesu, w wyniku której określane jest nowe, zmodyfikowane zadanie zastępcze. Tak więc w każdej iteracji obliczenia prowadzone są na dwóch poziomach:

- 1) Automatycznej analizy procesu i konstruowania zadania zastępczego.
- 2) Wyznaczania możliwie dobrej decyzji dla zrealizowania zadania zastępczego i obliczania następnego stanu.

Każde zadanie zastępcze związane jest z odpowiednim dla niego zestawem tzw. celów pośrednich. Jako cel pośredni  $d$  rozumie się osiągnięcie wyróżnionego podzbioru stanów  $S_d$  przy pewnym kryterium, najczęściej czasowym lub kosztowym. Zbiór celów pośrednich  $d$  oznaczany jest jako  $D$ .

Algorytm składa się z dziewięciu poniżej opisanych kroków.

#### **Krok 1.**

##### **Ustalenie początkowego stanu procesu**

Ustalany jest stan początkowy:  $s := s_0$ .

#### **Krok 2.**

##### **Wyznaczenie celów pośrednich**

W danej sieci chodników wyszukiwane są chodniki  $c_d \in C_{deadl}$ , czyli takie, dla których został określony termin krytyczny  $deadline(c_d)$ . Na podstawie każdego z tych chodników  $c_d$  wyznaczany jest jeden cel pośredni  $d$ . Liczba celów pośrednich  $k$  jest zatem równa liczbie chodników z  $deadline$ .

$$D = \{d_1, d_2, \dots, d_k\} \quad (7)$$

Każdy cel  $d$  polega na osiągnięciu jak najszybciej podzbioru stanów  $S_d$  zdefiniowanego następująco

$$S_d = \left\{ s = (x, t) : c_d \in x^0(s) \wedge c_d \in C_{deadl} \right\} \quad (8)$$

#### **Krok 3.**

##### **Wyznaczenie priorytetów celów pośrednich**

Każdemu celowi  $d$  nadawany jest priorytet  $p(d)$  związany z terminem krytycznym odpowiadającego mu chodnika  $c_d$ . Im bliższy termin  $deadline(c_d)$ , tym wyższy priorytet celu  $d$ .

#### **Krok 4.**

##### **Wyznaczenie zbioru $D_W(s_0)$ w stanie początkowym**

Na podstawie wszystkich celów pośrednich  $d$  wyznaczany jest zbiór  $D_W(s_0)$  celów pośrednich wybranych do realizacji. W zbiorze tym umieszczanych jest  $|M|$  celów pośred-

nich o najwyższych priorytetach (gdzie  $|M|$  to ilość maszyn w systemie). Jeżeli zbiór  $D$  jest mniej liczny niż zbiór  $M$ , to w zbiorze  $D_W(s_0)$  znajdzie się  $|D|$  celów pośrednich.

### Krok 5.

#### Wyznaczanie decyzji dla danego stanu

Aby wyznaczyć decyzję w danym stanie  $s$ , należy wyznaczyć wszystkie współrzędne tej decyzji  $u(s) = (u^1, u^2, \dots, u^{|M|})$ .

Zadanie jest częściowo zdekomponowane poprzez określenie celów pośrednich  $d \in D_W(s)$ . W związku z tym, realizacja poszczególnych celów związana jest z kolejnymi współrzędnymi decyzji  $u(s) = (u^1, u^2, \dots, u^{|M|})$ , czyli dedykowana poszczególnym maszynom  $m$ . Wyznaczanie współrzędnych  $u^m(s)$  wykonywane jest w takiej kolejności, jaka wynika z prędkości drażenia odpowiadających im maszyn  $m$  (im  $V_{dr}(m)$  jest większe, tym wcześniej nastąpi wyznaczenie wartości  $u^m(s)$ ). Zachowanie kolejności jest istotne ze względu na dobór celów pośrednich do  $u^m(s)$  oraz sposób rozwiązywania ewentualnych konfliktów. Aby wyznaczyć poszczególne wartości współrzędnych decyzji  $u^m(s)$ , analizowany jest stan procesu (stan maszyn, stopień wydrażenia sieci) i na tej podstawie realizowane są działania odpowiedniego, z wyszczególnionych poniżej, przypadku.

#### Przypadek I

Maszyna  $m$  jest zajęta (został jej już wcześniej przydzielony chodnik do drażenia). Dla takiej maszyny można podjąć jedynie decyzję o kontynuacji dotychczasowego działania:

$$u^m = (0, NO) \quad (9)$$

#### Przypadek II

Maszyna  $m$  jest wolna i ma dedykowaną realizację celu pośredniego  $d \in D_W(s)$ . Jeżeli chodnik  $c_d$  związany z celem  $d$ :

- jest osiągalny (tzn. maszyna może do niego dojechać, gdyż istnieje prowadząca do niego wydrażona droga w sieci wyrobisk) lub z zapewnioną osiągalnością (prowadząca do niego droga jest wykonywana i znany jest już czas jej ukończenia);
- nie został już wcześniej przydzielony (czyli nie występuje w jednej z wcześniej ustalonych już w tym kroku współrzędnych decyzji  $u^m(s)$ ),

to podejmowana jest dla rozważanej maszyny  $m$  decyzja o drażeniu chodnika  $c_d$ , z ewentualnym transportem najszybszą trasą.

$$u^m = (c_d, ST) \quad (10)$$

Jeżeli chodnik  $c_d$  nie jest chodnikiem osiągalnym lub z zapewnioną osiągalnością, to należy wydrażyć takie chodniki, które umożliwią jak najszybsze dotarcie do niego. Szukana jest zatem najkrótsza droga w sieci chodników od tego chodnika  $c_d$  do dowolnego węzła, który w danym stanie jest osiągalny lub z zapewnioną osiągalnością. Wykorzystywany jest do tego celu algorytm będący zmodyfikowanym algorytmem Dijkstry szukania najkrótszej drogi w grafie. Ostatni chodnik na znalezionej drodze (łączy się z węzłem osiągalnym lub z zapewnioną osiągalnością) jest pierwszym chodnikiem, od którego należy zacząć draże-

nie. Chodnik ten oznaczany jest  $c_f$ . Jeżeli chodnik  $c_f$  nie został przydzielony wcześniej rozpatrywanej maszynie, to podejmowana jest dla maszyny  $m$  decyzja o jego drażeniu z ewentualnym transportem najszybszą trasą.

$$u^m = (c_f, ST) \quad (11)$$

Natomiast jeżeli odpowiednio chodnik  $c_d$  lub  $c_f$  został już przydzielony do drażenia maszynie wcześniej rozpatrywanej w tym kroku, to maszynie  $m$  nie można go już przydzielić. Podejmowana jest wtedy dla maszyny  $m$  decyzja o kontynuowaniu postoiu w skrzyżowaniu.

$$u^m = (0, NO) \quad (12)$$

### Przypadek III

Maszyna  $m$  jest wolna i nie ma dedykowanej realizacji celu pośredniego, ale w zbiorze  $D_W(s)$  są jeszcze takie cele, których realizacja nie została dedykowana żadnej maszynie. Spośród takich celów wybierany jest wtedy ze zbioru  $D_W(s)$  cel pośredni  $d$  z najwyższym priorytetem  $p(d)$ . Realizacja tego celu dedykowana jest maszynie  $m$ , po czym postępuje się tu jak dla przypadku II.

### Przypadek IV

Maszyna  $m$  jest wolna i nie ma dedykowanej realizacji żadnego celu pośredniego, ale w zbiorze  $D_W(s)$  nie ma celów, które można by było jej dedykować. Sytuacja taka występuje kiedy albo zbiór  $D_W(s)$  jest pusty (nie pozostał już żaden niewykonany lub nieprzydzielony chodnik z terminem krytycznym), albo realizacja wszystkich celów pośrednich została już dedykowana jakiejś maszynie. Można wtedy skupić się na minimalizowaniu kosztów i do drażenia pozostałych chodników wyznaczać tylko maszynę (maszyny), której koszt drażenia jest najtańszy. Jeśli zatem rozważana maszyna  $m$  jest maszyną o najmniejszym koszcie  $K_{dr}(m)$ , to podejmowana jest dla niej decyzja o drażeniu. Wybierany jest w tym celu chodnik  $c$  taki, który jest możliwy do przydzielenia (jest niewydrażony oraz osiągalny lub z zapewnioną osiągalnością) i który nie został przydzielony wcześniej rozpatrywanym w tym kroku maszynom. Jeżeli maszyna najtańsza nie jest typu II to, aby zmniejszyć koszty transportu, wybierany jest chodnik leżący najbliżej.

$$u^m = (c, ST) \quad (13)$$

Natomiast jeżeli maszyna  $m$  nie jest maszyną o najmniejszym koszcie drażenia, to podejmowana jest dla niej decyzja o kontynuacji postoiu

$$u^m = (0, NO) \quad (14)$$

Po wyznaczeniu wszystkich współrzędnych  $u^m(s)$  otrzymuje się decyzję  $u^*(s)$ , która posłuży do przeprowadzenia procesu do następnego stanu.

Powyższy algorytm postępowania, wyznaczający jedną współrzędną  $u^m(s)$  (decyzję dla danej maszyny  $m$ ), przedstawiony jest na rysunku 1.





Rys. 1. Schemat algorytmu wyznaczania  $u^m(s)$

**Krok 6.****Obliczenie następnego stanu**

Mając wyznaczoną decyzję  $u^*(s)$  można obliczyć następny stan procesu  $s'$  za pomocą funkcji przejścia  $f : U \times S \rightarrow S$

$$s' = f(u^*, s) \quad (15)$$

**Krok 7.****Sprawdzenie warunków stopu**

Jeżeli stan  $s'$  należy do stanów docelowych lub niedopuszczalnych, to generowanie trajektorii zostaje zakończone i wypisywany jest odpowiedni wynik. W przeciwnym przypadku należy przejść do kroku 8.

**Krok 8.****Aktualizacja zbioru  $D$  i wyznaczenie zbioru  $D_W(s')$** 

Po wyznaczeniu następnego stanu aktualizowany jest zbiór  $D$  celów pośrednich. Usuwany jest z niego każdy taki cel  $d$ , dla którego odpowiadający mu chodnik  $c_d$  został wykonany bądź przydzielony (decyzji nie można zmienić ani przerwać, zatem przydzielone chodnika jest – jeśli nie natrafi się na stan niedopuszczalny – jednoznacznie z jego wydrążeniem w najbliższym czasie). Cele usunięte ze zbioru  $D$  usuwane są automatycznie również ze zbioru  $D_W(s)$ .

W algorytmie tym cele pośrednie wybierane są do realizacji jednorazowo, tzn. są umieszczane w kolejnych zbiorach  $D_W(s)$  aż do zrealizowania. W zbiorze  $D_W(s')$  będą znajdować się zatem te cele pośrednie, które pozostały w zbiorze  $D_W(s)$  po aktualizacji (nie zostały z niego usunięte). Jeżeli liczba tych celów jest mniejsza od  $|M|$ , czyli liczby maszyn w systemie, to należy uzupełnić zbiór  $D_W(s')$ . Dobierane są w tym celu ze zbioru  $D$  cele pośrednie  $d \notin D_W(s')$  z najwyższymi priorytetami. Jeżeli w zbiorze  $D$  nie ma wystarczającej liczby takich celów, to moc zbioru  $D_W(s')$  jest odpowiednio mniejsza.

**Krok 9.****Inicjowanie następnej iteracji algorytmu**

Należy podstawić  $s := s'$ , a następnie należy przejść do kroku 5, czyli do wyznaczania decyzji  $u^*(s)$ .

**5. Eksperymenty**

Zaproponowany algorytm został przebadany na zestawie sieci testowych. Obliczenia prowadzone były dla przypadku z dwoma maszynami. Testowane sieci zawierają po 20 krawędzi (reprezentujących chodniki) i oparte są na danych podanych w [2]. W tabeli 1 podane są wyniki (koszty drążenia sieci wyrobisk), jakie uzyskano za pomocą proponowanego algorytmu. Dodatkowo przedstawiono też rezultaty powstałe dzięki modyfikacji algorytmu. Modyfikacja ta polegała na zmianie kolejności ustalania współrzędnych decyzji (krok 5 algorytmu), tzn. najpierw decyzja wyznaczana była dla maszyny tańszej, ale wol-

niejszej. W przypadku algorytmu zmodyfikowanego otrzymywane rozwiązania są lepsze (o niższym koszcie), ale nie we wszystkich przypadkach uzyskane zostały rozwiązania dopuszczalne.

**Tabela 1**  
Wyniki eksperymentów

Sieć	Koszt uzyskany przez algorytm proponowany	Koszt uzyskany przez algorytm zmodyfikowany	Koszt optymalny	Błąd znalezionego rozwiązania	Czas uzyskania rozwiązania optymalnego
<b>B1</b>	15580,50	14419,20	13942,80	3,42%	20 h 1 min 49 s
<b>B2</b>	15919,50	–	15042,07	5,83%	12 h 6 min 27 s
<b>B3</b>	15580,50	–	15403,30	1,15%	49 s
<b>C1</b>	16246,90	15202,30	14777,20	2,88%	29 h 1 min 55 s
<b>C2</b>	16246,90	–	16204,20	0,26%	12 s

W tabeli 1 podany został także koszt rozwiązania optymalnego oraz czas trwania obliczeń (na komputerach klasy Pentium IV) dla algorytmu przeglądu zupełnego. Porównanie wyników dla obu algorytmów pozwala na wyciągnięcie wniosku, że zaproponowany algorytm znajduje rozwiązania z dość dobrym przybliżeniem, błąd nie przekracza kilku procent. Czas obliczeń algorytmu w każdym przypadku wyniósł poniżej 1 s, zatem jest nieporównywalnie mniejszy niż czas trwania przeglądu zupełnego. Otrzymane rezultaty pozwalają stwierdzić, że zastosowanie proponowanego w artykule algorytmu dwupoziomowego jest korzystne w przypadku rozwiązywania skomplikowanego problemu szeregowania, jakim jest problem udostępniania pól eksploatacyjnych.

## Literatura

- [1] Dudek-Dyduch E.: *Formalizacja i analiza problematyki dyskretnych procesów produkcyjnych*. Zesz. Nauk. AGH, s. Automatyka, z. 54, Kraków 1990
- [2] Dudek-Dyduch E.: *Learning based algorithm in scheduling*. Journal of Intelligent Manufacturing (JIM), vol. 11, no 2, Cluver Academic Publishers 2000, 135–143
- [3] Dudek-Dyduch E.: *Systemy informacyjne zarządzania produkcją*. Kraków, Wydawnictwo Poldex 2002
- [4] Dudek-Dyduch E., Dutkiewicz L.: *Metoda zadań zastępczych do rozwiązywania NP-trudnych problemów szeregowania*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z. 143, Gliwice 2006, 57–66
- [5] Dutkiewicz L.: *Dwupoziomowe algorytmy optymalizacji procesów wytwarzania z zasobami zależnymi od stanu systemu*. Kraków 2005 (rozprawa doktorska)
- [6] Dutkiewicz L., Kucharska E.: *Model dla problemu szeregowania zadań z zasobami zależnymi od stanu systemu*. Półrocznik AGH Automatyka, t. 9, z. 1–2, 2005, 67–77
- [7] Dutkiewicz L., Kucharska E.: *Algorytmy wyznaczania dróg transportu w problemie szeregowania zadań z zasobami zależnymi od stanu*. Półrocznik AGH Automatyka, t. 9, z. 3, 2005, 713–721