AUTOMATYKA • 2009 • Tom 13 • Zeszyt 3

Leszek Kotulski*, Adam Sędziwy*

Zastosowanie gramatyk grafowych typu *double pushout* w środowisku GRADIS

1. Wprowadzenie

Grafy i ich transformacje stanowią dobrze rozpoznane i często używane narzędzie opisu i specyfikacji struktury i zachowania systemów w wielu dziedzinach, na przykład w syntaktycznych metodach rozpoznawania obrazów, wizualnym modelowaniu, specyfikacji systemów rozproszonych. Istnieje wiele formalizmów opartych o transformacje grafowe (zob. *Handbook of Graph Grammars and Computing by Graph Transformation* [1, 2, 7]). Jeden z najbardziej obiecujących kierunków badań w tym zakresie, związany jest z wykorzystaniem gramatyk typu *double pushout* (DPO) z uwagi na ich moc opisową. Niestety, słabą stroną tego podejścia jest złożoność obliczeniowa.

Z punktu widzenia złożoności obliczeniowej w obszarze naszych zainteresowań znajdują się problemy z klasy problemów NP-zupełnych. Do tej klasy należą takie zagadnienia jak istnienie cyklu Hamiltona w grafie czy k-kolorowalność. Dla problemów tych znane są algorytmy o czasie wielomianowym wykonywane na równoległej maszynie Turinga, natomiast nie znaleziono algorytmów o tej złożoności dla maszyny sekwencyjnej. Kreowski wykazał w swojej pracy [6], że zastosowanie równoległych transformacji grafowych wykonywanych na multizbiorach grafów redukuje złożoność obliczeniową dla problemu Hamiltona do czasu wielomianowgo. Formalnie oznacza to, że problem klasy NP jest równy złożonościowo problemowi P_{GPAR}. Wniosek ten stanowi zachętę do opracowywania automatycznych metod zrównoleglenia algorytmów transformacji grafowych.

Środowisko GRADIS (akronim angielskiej nazwy *GRAph DIStribution toolkit*) [3] pozwala na rozproszenie kontrolowanego grafu bez zmiany reguł transformacyjnych gramatyki grafowej, używanej do opisu problemu w wersji scentralizowanej. GRADIS dostarcza zbioru tzw. lokalnych środowisk transformacji grafowych (LGTE) rozproszonych w sieci, przeznaczonych do realizacji transformacji grafowych na lokalnych grafach i kooperujących ze sobą w celu osiągnięcia wspólnego celu. Przyjmujemy, że działania rozproszonego systemu transformacyjnego jest poprawne, jeżeli w dowolnym monecie czasu po konsoli-

* Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

dacji lokalnych grafów otrzymujemy graf, który da się wywieść z grafu początkowego za pomocą sekwencyjnych transformacji grafowych stosowanych grafie środowisku scentralizowanym.

Zysk z wprowadzenia transformacji równoległych pojawi się jedynie wtedy, gdy udowodnimy, że narzut spowodowany współpracą lokalnych środowisk transformacji grafowych nie będzie istotny. Narzut ten powinien być analizowany zarówno z punktu widzenia komunikacji (mierzony w ilości wymienianych komunikatów) jak i złożoności obliczeniowej stosowanych algorytmów. Niestety, narzut ten jest ściśle powiązany z określonym typem gramatyk grafowych. W niniejszym artykule dla gramatyk DPO udowodnimy (w rozdz. 4) wielomianową złożoność algorytmu koordynacji działań między grafami lokalnymi zarządzanymi przez agentów, realizowanym w rozproszonym równoległym środowisku agentowym oraz poprawność tego rozwiązania w kontekście błędów uwarunkowanych czasowo i zakleszczeń. Wcześniej jednak w rozdziale 2 wprowadzona zostanie definicja DPO oraz podany przykład jej zastosowania, a w rodziale 3 naszkicowana zostanie koncepcja komplementarnej formy grafów lokalnych i ich reprezentacji w systemie GRADIS.

2. Gramatyki typu *double pushout*

W niniejszym artykule rozważamy grafy etykietowane (atrybutowane). Niech Σ^v i Σ^e oznaczają odpowiednio zbiory etykiet wierzchołkowych i krawędziowych. Struktura grafu zdefiniowana jest następująco.

Definicja 1. (Σ^v, Σ^e)-graf jest trójką postaci (V, E, φ), gdzie V jest zbiorem niepustym, E jest podzbiorem $V\times\Sigma^e\times V$, natomiast φ: $V \to \Sigma^v$. Rodzinę (Σ^v, Σ^e)-grafów będziemy oznaczać symbolem $\boldsymbol{G}$.

Dla każdego $(V, E, \varphi) \in \boldsymbol{G}$, V jest zbiorem wierzchołków, E jest zbiorem krawędzi, natomiast φ funkcją etykietującą wierzchołki.

Obiektem naszego zainteresowania są gramatyki DPO. Produkcja P tej gramatyki ma następującą postać: $L \leftarrow K \rightarrow R$, $L \supseteq K \subseteq R$, gdzie graf K jest tzw. interfejsem, natomiast L, R są odpowiednio lewą i prawą stroną produkcji; dodatkowo zakładamy, że $L, K, R \in \boldsymbol{G}$.

Zastosowanie produkcji P do grafu G może być opisane w sposób nieformalny następująco. Najpierw należy znaleźć wystąpienie grafu L w G, a dokładniej morfizmu $m(L)$ w G. Morfizm m musi spełniać tzw. warunek sklejania (*gluing condition*) zbudowany z dwóch poniższych własności:

1) $\forall x, y \in V(L) : m(x) = m(y) \Leftrightarrow x = y \vee x, y \in L \cap R$ (warunek identyfikacji – *identification condition*),
2) $\forall x \in V(G - m(L))\ \ \forall y \in m(L) - m(K) \forall \mu \in \Sigma^e \Rightarrow (x, \mu, y) \notin E(G) \wedge (y, \mu, x) \notin E(G)$ (warunek zachowania krawędzi – *dangling condition*).

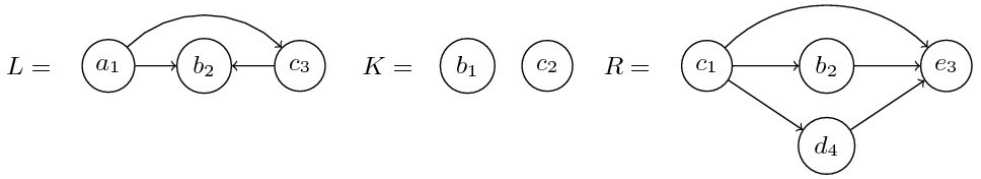
Po znalezieniu wystąpienia $m(L)$ w grafie G usuwamy z G wszystkie węzły należące do $m(L) - m(K)$ razem z incydentnymi do nich krawędziami. Na koniec dodajemy do G

węzły $m(R) - m(K)$ wraz z odpowiednimi krawędziami. W powyższych krokach używamy lokalnej indeksacji wierzchołków w grafach L, K, R.

Należy zauważyć, iż warunek zachowania krawędzi powoduje, jeżeli kasujemy wierzchołek to musimy też usunąć wszystkie krawędzie z nim incydentne. Fakt ten ma wpływ na strategię inkorporacji wierzchołków, realizowana przez agentów w środowisku rozproszonym. Formalna definicja gramatyki DPO znajduje się w [7].

2.1. Przykład

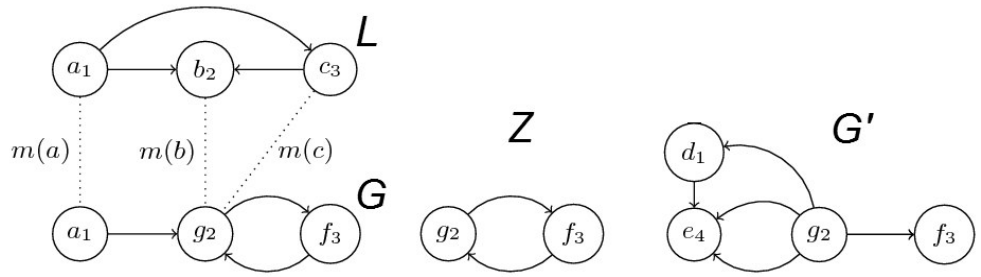
Poniższy przykład ilustruje zastosowanie produkcji gramatyki DPO. Produkcja P zdefiowana jest poprzez grafy L, K, R z rysunku 1 i zastosowana jest do grafu G z rysunku 2 przy morfizmie m określonym następująco $m(a_1) = a_1$, $m(b_2) = m(c_3) = g_2$.



Rys. 1. Przykładowa postać produkcji DPO: $L \leftarrow K \rightarrow$ R

Operacja ta przebiega w trzech krokach:

1. Znajdowane jest wystąpienie L w G, wg morfizmu m. Na rysunku 2 (po lewej) pokazano morfizm m odwzorowujący węzły L w węzły G.
2. Węzeł $a_1 = m(L) - m(K)$ zostaje usunięty z G, w wyniku czego powstaje tymczasowy graf Z (rys. 2, środek). Należy zauważyć, że zostaje zachowany warunek sklejania.
3. Węzły i odpowiednie krawędzie $m(R) - m(K)$ zostają dodane do Z. Otrzymany w wyniku operacji graf G' pokazano na rysunku 2 (po prawej).



Rys. 2. Zastosowanie produkcji DPO (zob. rys.1) do grafu G.
Kropkowane linie oznaczają morfizmy węzłów L w G. Od lewej:
graf G i morfizm $m(L)$ w G, tymczasowy graf Z, graf wynikowy G'

3. Grafy częściowe

Kluczowym krokiem prowadzącym do rozproszonych transformacji grafowych DPO jest dekompozycja grafu G opisującego dany system, na zbiór tzw. *grafów częściowych*, G_i, i zarządzanych przez agentów. W następnym kroku grafy częściowe zostają rozproszone do różnych lokalizacji, gdzie są przetwarzane. Transformacje wykonywane na każdym z grafów G_i są nadzorowane przez lokalnych agentów $LGTA_i$ (*Local Graph Transformations Agent*). W rozdziale 4 opisano schemat współpracy między agentami w środowisku realizującym rozproszone transformacje DPO.

W celu zachowania spójności między grafem scentralizowanym G a jego rozproszoną formą, grafami częściowymi, wprowadza się pojęcie tzw. węzłów brzegowych. Są to zwykłe węzły, które są wspólne dla dwóch lub więcej grafów częściowych; zostają one zreplikowane i umieszczone w odpowiednich G_i. Graficznie oznaczone są one podwójną linią.

Wprowadza się następującą notację: Border(G_i) oznacza zbiór wszystkich węzłów brzegowych grafu G_i; PathS(G, v, w) jest funkcją zwracającą zbiór wszystkich węzłów leżących na dowolnej acyklicznej ścieżce łączącej wierzchołki v i w w grafie G. Przykładowo, dla grafu G przedstawionego na rysunku 4 mamy: PathS(G, a, g) = {a, b, d, e, f, g}.

W trakcie dekompozycji grafu G należy zapewnić, że żądna krawędź łącząca dwa wierzchołki nie przecina granicy pomiędzy dwoma grafami częściowymi.

Definicja 2. Zbiór grafów częściowych $G_i = (V_i, E_i, \varphi_i)$, dla $i = 1, 2, \ldots k$, jest *komplementarną formą* grafu G, jeśli istnieje zbiór iniektywnych homomorfizmów s_i: $G_i \rightarrow G$ takich, że:

1) $\bigcup_{i=1,\ldots k} s_i(G_i) = G$

2) $\forall 1 \le i, j \le k : s_i(V_i) \cap s_j(V_j) = s_i(Border(G_i)) \cap s_j(Border(G_j))$

3) $\forall w \in V_i, \nu \in V_{j \neq i} : \exists p = PathS(G, w, \nu) \Rightarrow \exists b \in Border(G_i) : s_i(b) \in p$

4) $\forall 1 \le i \le k : [v \in Border(G_i) \Leftrightarrow (\exists w \in V(G_i) : w \text{ jest sasiadem } v) \vee V(G_i) = \{v\}]$

Grafy częściowe określa się też mianem komplementarnych. Powyższa formalna definicja może być trudna do praktycznego zastosowania w trakcie konstruowania zbioru grafów częściowych. Efektywny algorytm dekompozycji grafu G na dwa grafy komplementarne znajduje się w pracy [3]. Dekompozycja G na dowolną ilość grafów komplementarnych odbywa się poprzez rekurencyjne wywołanie podstawowego algorytmu. Przykładowy zbiór grafów częściowych otrzymanych dla zadanego G pokazano na rysunku 4, przy zachowaniu następujących założeń:

1) Wprowadza się następującą konwencję dotyczącą indeksacji wierzchołków w zbiorze grafów częściowych. Indeks wierzchołka składa się z pary liczb.
   – W przypadku węzłów brzegowych pierwsza z nich równa jest –1, natomiast druga stanowi globalny identyfikator węzła brzegowego. Wszystkie repliki danego węzła brzegowego mają ten sam indeks globalny postacji (–1, j).

– Dla pozostałych wierzchołków (tzw. wewnętrznych) pierwsza liczba jest unikalnym numerem grafu częściowego, druga zaś unikalnym numerem wierzchołka w tym grafie.

2) Dla lepszej czytelności zakłada się, że w dalszej części morfizm m jest odwzorowaniem identycznościowym ($\forall v \in V(H)\ m(v) = v$).

Dla dowolnego węzła brzegowego *v* należącego do grafu częściowego G_i możliwe jest takie przesunięcie granic między G_i a sąsiednimi grafami częściowymi, że węzeł *v* staje się węzłem wewnętrznym w G_i (pozostałe repliki *v* usuwamy), natomiast jego węzły sąsiednie, należące do innych grafów częściowych, stają się węzłami brzegowymi, jeśli już wcześniej takimi nie były, a ich repliki zostają przyłączone do G_i. Operację tę realizuje procedura Incorporate(*v*, *i*). Formalna definicja procedury Incorporate przedstawiona jest w [3]. Na rysunku 5(A) pokazano zbiór grafów częściowych po wywołaniach procedur Incorporate ((–1, 1), 2), Incorporate ((–1, 2), 2) wykonanych przez agenta zarządzającego grafem częściowym numer 2 z rysunku 4.

4. Operacje na grafie rozproszonym

Głównym założeniem środowiska agendowego GRADIS jest stworzenie możliwości zastosowania produkcji zdefiniowanych dla wspomagania modyfikacji grafu scentralizowanego również w stosunku do grafów częściowych. Bez modyfikacji tych produkcji jest to jednak możliwe jedynie wtedy, gdy graf lewej strony produkcji L zawiera się całkowicie w pewnym grafie PG_i. W przypadku, gdy L jedynie częściowo zawiera się w grafie częściowym PG_i, agent zarządzający PG_i negocjuje z innymi agentami, badając, czy nie uda się tak przesunąć granic pomiędzy grafami częściowymi, by nowy graf PG_i' już zawierał graf L. Po ewentualnym zlokalizowaniu brakujących fragmentów grafu L w sąsiednich grafach częściowych, agent stosuje procedurę Incorporate, aby włączyć do G_i wszystkie węzły należące do L. Po zainkorporowaniu wszystkich węzłów należących do L, produkcja P może być wykonana lokalnie.

Szczegółowa dyskusja dotycząca problemów odnajdywania wystąpienia grafu L dla produkcji P: $L \leftarrow K \rightarrow R$ oraz mechanizmu negocjacji między agentami przedstawiona jest w dalszej części.

W niniejszej pracy zakładamy, iż każdy graf częściowy zarządzany jest przez swojego agenta. W szczególności, jeden z tych grafów, oznaczony jako PG_0 jest zarządzany przez agenta A_0, który ma za zadanie zastosować produkcję gramatyki DPO, P: $L \leftarrow K \rightarrow R$ na PG_0. W celu realizacji tego zadania agent musi wykonać następujące trzy kroki:

1. znaleźć wystąpienie całości lub fragmentu L w PG_0,
2. upewnić się, że jego środowisko lokalne może uzyskać dostęp do L (po ewentualnej inkorporacji odpowiednich węzłów),
3. wykonać produkcję we współpracy z innymi agentami.

Pierwszym krokiem jest znalezienie wystąpienia L w PG_0 lub w PG_0 i innych grafach częściowych. Agent A_0 wykonuje tą operację startując z określonego węzła *v* należącego do V(L), i przeszukując sąsiedztwo *v*. Wiadomo, że $L \subseteq B = k - neighborhood(v)$, gdzie *k* jest średnicą niekierowanego grafu $L^{\star}$ pochodnego do L; $k \leq |V(L)|$.

Ponieważ wierzchołki zbioru B mogą znajdować się w innych grafach częściowych, zbiór B jest wyznaczany we współpracy z innymi agentami (ozn. A_1, A_2,…. An). A_0 wysyła żądanie do A_i (i = 1, 2, … n) i otrzymuje wymagane dane (w postaci zbiorów B_i, i = 1, 2 …., n). Należy podkreślić, że te fragmentaryczne dane są ulotne, tzn. już po ich dostarczeniu do A_0 informacja, że w grafie PG_i znajdują się węzły podane w B_i, może być nieaktualna. Zbiór B rekonstruowany jest następująco: $B = \bigcup_i B_i$, gdzie wskaźnik *i* przebiega po danych zwracanych przez poszczególnych agentów. Podzbiorem B istotnym dla wykonania produkcji P jest $B' = B \cap L$. Kiedy wystąpienie L w B jest znalezione, wówczas agent A_0 może przejść do kolejnego kroku. Ze względu na warunek zachowania krawędzi (*dangling condition*) wierzchołki graniczne należące do B' nie będą usuwane (bo musielibyśmy usunąć też krawędzie, które nie należą do L), a więc nie musimy ich inkorporować.

W drugim kroku agent A_0 musi upewnić się, że graf L jest dostępny dla produkcji P. Zgodnie z semantyką protokołu zatwierdzania dwufazowego (2PC), w pierwszej fazie A_0 wysyła do wszystkich agentów A_i uczestniczących w operacji, żądanie zablokowania węzłów w zbiorach B_i'. Agent A_i blokuje węzły w B_i' (**`agreement=yes`**) lub odrzuca żądanie w dwóch możliwych przypadkach:

1) Niektóre węzły B_i' są już zablokowane (**`agreement=noaccess`**) lub
2) Niektóre węzły B_i' nie istnieją w grafie częściowym PG_i zarządzanym przez agenta A_i (**`agreement=nonexist`**), tj. zostały one właśnie zainkorporowane przez innego agenta.

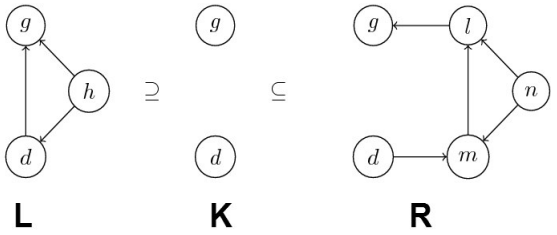
Druga faza zależy od informacji zwrotnej, jaką A_0 otrzymał od pozostałych agentów. Może przebiegać ona według jednego z trzech scenariuszy:

1) Jeśli wszystkie odpowiedzi są **`agreement=yes`**, wówczas agent A_0 wysyła do wszystkich A_i żądanie **`commit`**. Agenci w odpowiedzi odsyłają do A_0 swoje zbiory B_i'.
2) Jeśli chociaż jedną z odpowiedzi jest **`agreement=nonexist`**, wówczas agent A_0 wysyła żądanie **`abort`** do wszystkich A_i, a następnie ponawia wyszukiwanie B (B').
3) Jeśli chociaż jedną z odpowiedzi jest **`agreement=noaccess`**, wówczas agent A_0 wysyła żądanie **`abort`** do wszystkich A_i, a następnie ponawia pierwszą fazę po losowym opóźnieniu.

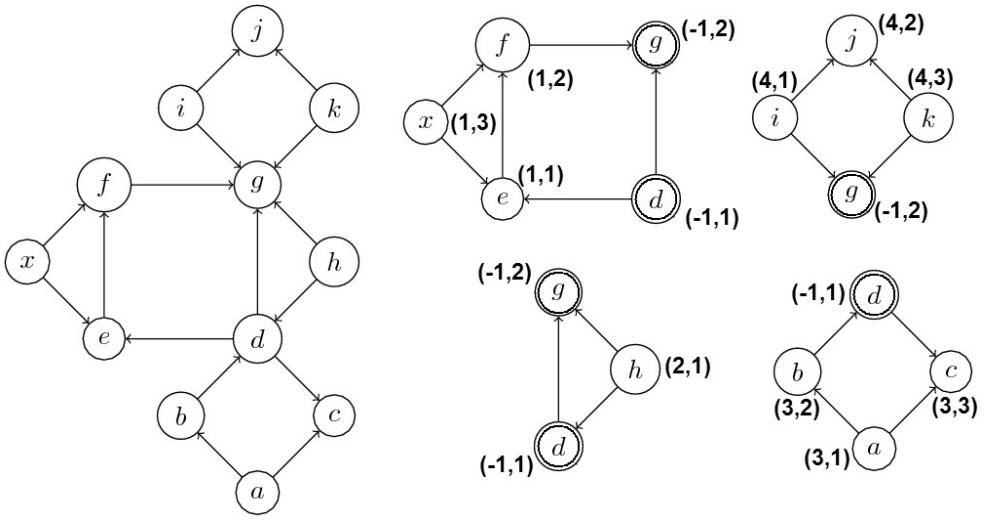
W trzecim kroku, kiedy wszystkie odpowiedzi są **`agreement=yes`**, agent A_0 przesuwa granice swojego grafu częściowego poprzez inkorporację poszczególnych B_i'. Należy zauważyć, że wszystkie węzły B_i' stają się węzłami wewnętrznymi w PG_0. Po tej operacji możliwe już jest lokalne zastosowanie produkcji P w grafie PG_0.

Przykład

Rozważmy zastosowanie produkcji przedstawionej na rysunku 3, na rozproszonym grafie G, którego komplementarną postać przedstawia rysunku 4. Dla prostoty przyjmuje się, że morfizm *m*, o którym mowa w definicji gramatyk DPO, jest w tym przypadku odwzorowaniem identycznościowym, a zatem dla dowolnego węzła *v* mamy: $m(v) = v$.



Rys. 3. Produkcja P: $L \leftarrow K \rightarrow R$, gramatyki typu DPO



Rys. 4. Graf G (po lewej) i jego postać komplementarna. Węzły brzegowe oznaczono podwójną linią. Obok wierzchołków podano indeksację zgodną z konwencją przyjętą dla grafów częściowych

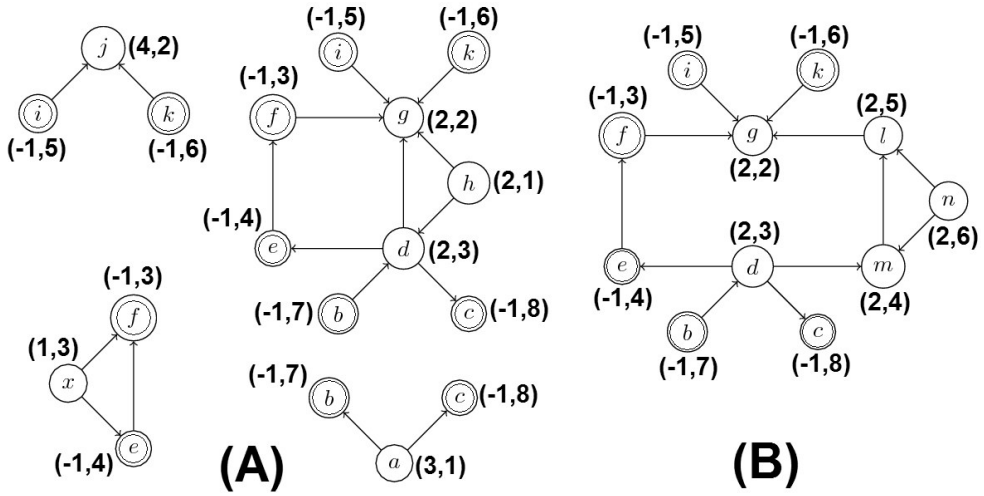
Zakładamy, że agentem inicjującym operację jest agent A_2, zarządzający grafem częściowym nr 2. Początkowym węzłem poszukiwań grafu L dla agenta A_2 jest wierzchołek (2,1) o etykiecie h. Ponieważ średnica grafu $L^\star$ wynosi 2, agent A_2 musi otrzymać do wyłącznej dyspozycji wszystkie węzły zbioru $B = 2 -$ *neighborhood*((2,1)). W tym celu, do odpowiednich agentów sąsiadujących z A_2 wysyłane są żądania udostępnienia brakujących fragmentów B. Tabela 1 przedstawia wykaz węzłów, które dostarczyć muszą do A_2 poszczególni agenci. Zauważyć trzeba, że po zidentyfikowaniu wystąpienia L w B, wystarczy,

że A_2 zainkorporuje jedynie węzły zbiorów $B_i' = L \cap B_i$. Tabela 1 ilustrująca przykład pokazuje, iż daje to znaczącą oszczędność w ilości wywołań operacji Incorporate. Ostatecznie, A_2 musi inkorporować jedynie dwa wierzchołki: (–1, 1), (–1, 2). Są to węzły brzegowe, których repliki znajdują się w grafach częściowych 1, 3, 4. Komplementarną postać G, po tym kroku pokazano na rysunku 5(A). Węzły (–1, 1), (–1, 2) jako węzły wewnętrzne w grafie 2 zmieniają indeksację na odpowiednio (2, 2) i (2, 3). Węzły, które dotychczas były wewnętrznymi w grafach PG_1, PG_3, PG_4, zostają zreplikowane, a ich indeksacja ulega zmianie, zgodnie z przyjętą konwencją. Posiadając wszystkie węzły L (jako węzły wewnętrzne), agent A_2 może przystąpić do lokalnego wykonania produkcji P. Wynikowy graf częściowy 2 przedstawia rysunku 5(B).

Uwaga 1. Dla dostatecznie dużego k, może istnieć graf częściowy PG_i, będący sąsiadem PG_0, który w całości pokryty jest zbiorem $B = k - neighborhood(v_0)$, czyli $PG_i \subseteq B$. W takim przypadku, w celu obsłużenia żądania wysłanego przez agenta A_0, A_i zarządzający grafem PG_i musi przesłać dalej (do swoich sąsiadów) żądanie wygenerowane przez A_0.

Tabela 1
Listy węzłów, inkorporowanych przez A2

Agent–dawca	B_i	$B_{\cdot i}$
A_1	(–1,1), (–1,2), (1,1), (1,2)	(–1,1), (–1,2)
A_3	(–1,1), (3,2), (3,3)	(–1,1)
A_4	(–1,2), (4,1), (4,3)	(–1,2)



Rys. 5. (A) Zbiór grafów częściowych po zainkorporowaniu przez agenta A_2 węzłów potrzebnych do wykonania lokalnego produkcji P (rys. 3). (B) Graf 2 po zastosowaniu P

4.1. Efektywność

Efektywność formalizmu dla transformacji grafowych jest ograniczona w praktycznych zastosowaniach z uwagi na wysoką złożoność czasową dla problemów parsingu i przynależności. Efektywność ta może być poprawiona poprzez przejście do paradygmatu przetwarzania równoległego. Jedną z wydajniejszych metod obejścia problemu wydajności jest zatem automatyczne rozproszenie scentralizowanego grafu opisującego dane zagadnienie i równoległe wykonanie określonych algorytmów na lokalnych podgrafach. Takie podejście dogodne jest dla projektantów systemów, którzy nie muszą interesować się problemami równoległości i niejawnej synchronizacji.

Środowisko GRADIS wspiera takie podejście poprzez wprowadzenie pojęcia grafów komplementarnych i środowiska agentowego realizującego współpracę w trakcie transformacji grafów komplementarnych. Rozważając równoległe transformacje grafowe wiadomo, że możemy za ich pomocą rozwiązywać w czasie wielomianowym problemy NP-zupełne (np. istnienie cyklu Hamiltona w grafie [6]). Z drugiej jednak strony do złożoności należy doliczyć narzut wynikający z komunikacji i synchronizacji w środowisku rozproszonym.

Rozważmy złożoność operacji wyznaczania *k*-sąsiedztwa, czyli zbioru $k-neighborhood(v_0)$. W pierwszym kroku musimy odwiedzić wszystkich bezpośrednich sąsiadów węzła v_0, ich zbiór oznaczamy określamy jako *warstwa 1*. Dla każdego węzła należącego do *warstwy j* (j < k) odwiedzamy wszystkich jego bezpośrednich sąsiadów nie należących do niższej lub tej samej warstwy. Algorytm zatrzymujemy w sytuacji wyznaczenia *warstwy k* lub odwiedzenia wszystkich węzłów rozważanego grafu. Zauważmy, że algorytm ten eliminuje cykle i nawroty w trakcie odwiedzania wierzchołków, a jego pesymistyczna złożoność wynosi O(n), gdzie n jest liczbą węzłów w grafie scentralizowanym.

Oszacowanie ilości komunikatów potrzebnych do zestawienia informacji z danych rozproszonych jest nieco trudniejsza. W najgorszym przypadku, agent A_0 wysyła komunikaty do wszystkich pozostałych agentów (zakładamy, że informacja dotycząca kilku węzłów brzegowych należących do jednego grafu częściowego może być spakowana w jednej wiadomości); zauważmy, iż ze względu na uwagę 1 może zajść sytuacja, kiedy pewien agent, ozn. A_k, zarządzający grafem zawierającym węzeł u, przy czym u jest bezpośrednim sąsiadem v_0, wyśle informację do swoich sąsiadów będącą duplikatem żądania wysłanego uprzednio przez A_0. Biorąc pod uwagę powyższe rozumowanie, można określić górne ograniczenie na ilość komunikatów wysłanych przez p agentów: $p(p-1)...(p-k+1) \in O(p^k)$. W sytuacji, kiedy węzeł v otrzymuje kilka żądań mających na celu przyłączenie go do zbioru B, tylko pierwsze z nich jest realizowane, pozostałe zostają natomiast zignorowane. v może otrzymać nie więcej niż p–2 kolejnych żądań od innych agentów (zakładając, że agent pamięta swoją lokalną aktywność i nie wysyła do zewnętrznego węzła dwukrotnie tego samego żądania), lecz nie wywołują one żadnych dodatkowych działań agenta, przez co jego ograniczenie na ilość wysłanych żądań wynosi n·p. Rozważamy oba powyższe ograniczenia, gdyż w praktyce pozwalają one na ograniczenie wysłanych komunikatów. Otrzymane grafy B_i są zwracane bezpośrednio do agenta A_0, co powoduje, że akcje **`prepare`** i **`commit`**/**`abort`** są realizowane z wysłaniem O(p) komunikatów.

5. Wnioski

Środowisko GRADIS wprowadza reguły dla równoległych transformacji grafowych typu double pushout (przygotowanych dla rozwiązań scentralizowanych) w środowisku rozproszonym, kontrolowanym przez system wieloagentowy. Wprowadzenie równoległości obliczeń zwiększa efektywność systemu pod warunkiem, że narzut związany z komunikacją wynikającą z koordynacji agentów, nie jest zbyt wysoki. Z formalnego punktu widzenia wystarczy pokazać, że złożoność obliczeniowa algorytmu koordynacji jest wielomianowa (choć potęga wielomianu nie powinna być zbyt duża). W praktyce użyteczność rozważanych metod musi być zweryfikowana przez stworzenie aplikacji pracujących w danych obszarach zastosowań. Środowisko GRADIS było badane pod w efektywnym wyszukiwaniu wzorców w problemie rozpoznawania obrazu [4] i projektowania adaptacyjnego [5].

Literatura

[1] Ehrig H., Engels G., Kreowski H.-J., Rozenberg G., *Handbook of Graph Grammars and Computing by Graph Transformation: Volume II, Application, Languages and Tools*. Ed. World Scientific Publishing Co., River Edge, NJ, 1999.

[2] Ehrig H., Kreowski H.-J., Montanari U., Rozenberg G., *Handbook of Graph Grammars and Computing by Graph Transformation: Volume III, Concurrency, Parallelism and Distribution*. Ed. World Scientific Publishing Co., River Edge, NJ, 1999.

[3] Kotulski L., *Distributed Graphs Transformed by Multiagent System*. Artificial Intelligence and Soft Computing ICAISC 2008, LNAI 5097, 1234–1242.

[4] Kotulski L., *On Effeicient Finding Subpatterns with Help ETPL(k) Graph Grammar* – in preparation, 2009.

[5] Kotulski L., Strug B., *Parallel Graph Transformation in Adaptive Design*. Second Intenational Workshop Graph Computation Models, Leicester 2008, 43–50.

[6] Kreowski H.J., Kluske S., *Graph Multiset Transformation as a Framework for Massie Parallel Computation*. 4-th International Conference ICGT 2008, LNCS 5214, 351–365.

[7] Rozenberg G., *Handbook of Graph Grammars and Computing by Graph Transformation: Volume I, Foundations*. Ed. World Scientific Publishing Co., River Edge, NJ, 1997.