AUTOMATYKA • 2009 • Tom 13 • Zeszyt 3

Joanna Kwiecień*, Bogusław Filipowicz*

# Problemy przydziału w transporcie lotniczym

## 1. Wprowadzenie

Rosnące natężenie ruchu lotniczego stanowi istotny problem dla osób odpowiedzialnych za sprawne planowanie i zarządzanie w transporcie powietrznym. Poprawa organizacji ruchu lotniczego jest przedmiotem wielu prac, głównie ze względu na korzyści finansowe. Aby usprawnić funkcjonowanie transportu lotniczego, zwiększyć przepustowość, podnieść poziom komfortu i bezpieczeństwa pasażerów należy wykorzystać między innymi metody badań operacyjnych. Do istotnych problemów na które napotykają linie lotnicze i porty lotnicze należą problemy przydziału, które w złożonym procesie organizacji ruchu lotniczego występują wielokrotnie. Czas przebywania samolotu na lotnisku, czasy dotarcia pasażera do samolotu i przejścia przez bramki można zminimalizować dzięki racjonalnemu przydzieleniu zasobów. Prawidłowe przydzielenie załogi samolotu czy pasów startowych pozwala również zminimalizować koszty.

Proces organizacji transportu lotniczego dostarcza wielu problemów, które można sprowadzić do matematycznego modelu problemu przydziału. Problemy te posiadają szereg ograniczeń, które musi spełniać rozwiązanie dopuszczalne. Do ich rozwiązania stosowane są zarówno algorytmy dokładne, jak i metody heurystyczne.

W pracy przedstawiono najczęściej występujące problemy przydziału, takie jak problem przydziału bramek na lotnisku, problem przydział pasów startowych do odpowiednich lotów oraz zmodyfikowany przez autorów przydział członków załogi do tablicy lotów.

## 2. Problem przydziału bramek na lotnisku

Poprzez wykorzystanie przydziału bramek lotniczych do zaplanowanych lotów w oparciu o dane o pasażerach oraz miejsca docelowe lotów, można usprawnić działanie linii lotniczych i przepływ pasażerów. Przydział minimalizujący całkowitą odległość, jaką muszą przebyć pasażerowie w określonym przedziale czasu, poprawia znacznie jakość obsługi pasażerów. Na całkowitą drogę przejścia pasażera składa się kilka typów odległości:

* Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

dystans między zdaniem bagażu a bramką odlotu (w przypadku osób rozpoczynających podróż), odległość między bramkami (dla osób przesiadających się w trakcie całej podróży), odległość między bramką przylotu i miejscem odbioru bagaży (dla pasażerów kończących podróż). Istnieje kilka modeli przydziału bramek na lotnisku [1–3]. Jednym z nich jest kwadratowy problem przydziału bramek [5].

Niech *ZL* określa zbiór lotów, *ZB* – zbiór bramek, $f_{ij}$ – przepływ pasażerów między lotami $i$ oraz $j$, $w_{k,l}$ – odległość między bramkami $k$ oraz $l$, $t_i$ – czas $i$-tego przylotu lub odlotu, $T_i$ – średni czas wsiadania lub wysiadania pasażera $i$-tego lotu, $A_i$ – czas między zajęciem bramki a rozpoczęciem wsiadania/wysiadania pasażerów $i$-tego lotu, $B_i$ – czas między zakończeniem wsiadania/wysiadania pasażerów i zwolnieniem bramki przypisanej dla $i$-tego lotu, $D$ – odpowiednio dużą liczbę dodatnią, $x$ oraz $z$ – zmienne decyzyjne:

$$x_{ik} / x_{jl} = \begin{cases} 1 \text{ – lot } i / j \text{ jest przydzielony do bramki } k / l \\ 0 \text{ – w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

$$z_{ijk} = \begin{cases} 1 \text{ – loty } i \text{ oraz } j \text{ przydzielone do bramki } k, \text{ lot } i \text{ wykorzystuje bramkę przed } j \\ 0 \text{ – w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

Kwadratowa funkcja celu ma postać [5]:

$$f_{celu} = \sum_{i \in ZL} \sum_{j \in ZL} \sum_{k \in ZB} \sum_{l \in ZB} f_{ij} w_{kl} x_{ik} x_{jl} \tag{1}$$

przy ograniczeniach:

– przydzielenia każdego lotu do jednej bramki:

$$\sum_{k \in ZB} x_{ik} = 1 \tag{1.1}$$

– zmienna decyzyjna $z$ przyjmuje wartość zerową, gdy loty nie są przydzielone do bramki:

$$\sum_{j \in ZL} z_{ijk} \le x_{ik}; \quad \sum_{i \in ZL} z_{ijk} \le x_{jk} \tag{1.2}$$

– zależność między liczbą przydzielonych lotów i liczbą zmiennych decyzyjnych $z$ ustawionych dla tej bramki:

$$\sum_{l \in ZL} x_{lk} \le 1 + \sum_{i \in ZL} \sum_{j \in ZL} z_{ijk} \tag{1.3}$$

– wymuszenie użycia bramki tylko przez jeden lot, przy czym lot $i$ oraz $j$ są przylotami w zmiennej $z_{ijk}$:

$$t_i + A_i + T_i \sum_{l \in ZL} f_{il} + B_i \le t_j + D(1 - z_{ijk}) \tag{1.4}$$

– wymuszenie użycia bramki tylko przez jeden lot, przy czym lot $i$ jest przylotem, natomiast lot $j$ jest odlotem:

$$t_i + A_i + T_i \sum_{l \in ZL} f_{il} + B_i \leq t_j - A_j - T_i \sum_{n \in ZL} f_{nj} + D(1 - z_{ijk}) + B_j \qquad (1.5)$$

– wymuszenie użycia bramki tylko przez jeden lot, przy czym lot $j$ jest przylotem, natomiast lot $i$ jest odlotem w zmiennej $z_{ijk}$:

$$t_i \leq t_j + D(1 - z_{ijk}) \qquad (1.6)$$

– wymuszenie użycia bramki tylko przez jeden lot, przy czym lot $i$ oraz $j$ są odlotami w zmiennej $z_{ijk}$:

$$t_i \leq t_j - A_j - T_i \sum_{n \in ZL} f_{nj} + D(1 - z_{ijk}) + B_j \qquad (1.7)$$

Poprzez wprowadzenie dodatkowej zmiennej decyzyjnej określającej równocześnie przydział dwóch różnych lotów do dwóch różnych bramek oraz wprowadzenie dodatkowych ograniczeń, kwadratowy problem przydziału można sprowadzić do postaci liniowej. Istnieje kilka metod, które z powodzeniem mogą być stosowane do rozwiązania problemu przydziału bramek. Do nich należą m.in. metody programowania liniowego [1], symulowane wyżarzanie [2], algorytmy genetyczne [3] czy tabu search [5].

## 3. Problem przydziału przylotów do pasów lądowania

Problem polegający na przydzieleniu odpowiedniego pasa dla nadlatującego samolotu, obliczeniu sekwencji lądujących samolotów oraz ustaleniu dokładnych czasów lądowania jest bardzo ważny dla kontrolerów z wieży kontroli lotów. Najwcześniejszy moment lądowania określony jest poprzez odległość od pasa i maksymalną prędkość, z jaką można wykonać manewr lądowania. Najpóźniejszy moment lądowania musi uwzględniać zapasy paliwa w samolocie oraz procedury regulujące maksymalny czas oczekiwania na lądowanie. Ważnym ograniczeniem jest zachowanie bezpiecznych odległości pomiędzy samolotami, które zabezpieczają przed turbulencjami czy wypadkami [4].

W celu przedstawienia matematycznego modelu problemu przydziału wprowadźmy kilka oznaczeń: $LS$ – liczba samolotów oczekujących na lądowanie, $LPL$ – liczba pasów lądowania, $NM_i$ – najwcześniejszy moment lądowania samolotu $i$, $T_i$ – czas docelowy (moment lądowania samolotu $i$ przy najbardziej ekonomicznej prędkości), $OM_i$ – najpóźniejszy moment lądowania samolotu $i$, $MOCS_{ij}$ – minimalny odstęp czasu między samolotami $i$ oraz $j$, przy czym $i$ ląduje przed $j$ na tym samym pasie, $MOCI_{ij}$ – minimalny odstęp czasu między samolotami $i$ oraz $j$, gdzie $i$ ląduje przed $j$ na innym pasie, $D$ – odpowiednio duża liczba dodatnia, $x_i$ – moment lądowania samolotu $i$. Zmienne decyzyjne związane z lądowaniem samolotów na pasach przyjmują postać:

$$l_{ir} = \begin{cases} 1 & \text{gdy samolot } i\ (i \in LS) \text{ wybiera pas } r\ (r \in ZPL) \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{gdy samoloty } i \text{ oraz } j\ (i, j \in LS) \text{ wybierają ten sam pas} \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

$$\beta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{samolot } i \text{ przed samolotem } j\ (i, j \in LS) \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

Oznaczając przez $o_i = x_i - T_i$ oraz preferując najwcześniejszy moment lądowania samolotu, funkcja celu przyjmuje postać [4]:

$$f_{celu} = \max \sum_{i=1}^{LP} O_i \tag{2}$$

gdzie:

$$O_i = \begin{cases} -o_i^2 & \text{dla } o_i \geq 0 \\ +o_i^2 & \text{dla } o_i < 0 \end{cases}$$

przy ograniczeniach:

– okna czasu, w jakim musi wylądować samolot:

$$NM_i \leq x_i \leq OM_i \tag{2.1}$$

– ustawienia porządku lądowania oraz przypisania pasów do dwóch różnych samolotów:

$$\beta_{ij} + \beta_{ji} = 1, \quad \alpha_{ij} = \alpha_{ji} \tag{2.2}$$

– wymuszenia bezpiecznego odstępu między lądującymi samolotami:

$$x_j \geq x_i + MOCS_{ij}\alpha_{ij} + MOCI_{ij}(1 - \alpha_{ij}) - D\beta_{ij} \tag{2.3}$$

– przypisania każdego samolotu do dokładnie jednego pasa lądowania:

$$\sum_{r=1}^{LPL} l_{ir} = 1 \tag{2.4}$$

– uwzględnienia relacji przypisania dwóch różnych samolotów do tego samego pasa lądowania oraz przypisania każdego z tych samolotów do pasa lądowania:

$$\alpha_{ij} \geq l_{ir} + l_{jr} - 1, i < j \tag{2.5}$$

W pracy [4] przedstawiono również liniowy model funkcji celu uwzględniający czas docelowy lądowania samolotów. Do rozwiązanie problemu przydziału pasów lądowania można stosować ewolucyjne heurystyki populacyjne, takie jak algorytmy genetyczne czy przeszukiwanie rozproszone scatter search [4].

## 4. Problem przydziału załogi

Kolejnym problemem, z jakim borykają się linie lotnicze, jest racjonalny przydział członków załogi samolotu, który pozwala na ustalenie prawidłowego harmonogramu lotów z właściwą liczbą członków załogi, spełniając przy tym regulacje i przepisy prawa pracy. Istnieje kilka podejść do tego problemu. Jednym z nich jest przydzielenie do sekwencji segmentów (marszrut) lotów – osobno każdego z członków załogi. Problem przydziału załogi może być wtedy rozwiązany w dwóch następujących etapach [6]:

1) Tworzenie sekwencji segmentów lotów, przy czym każdy z planowanych segmentów występuje w co najmniej jednej sekwencji. Wszystkie wygenerowane sekwencje lotów muszą spełniać szereg ograniczeń dotyczących między innymi czasu trwania lotu, czasu połączenia, czasu odpoczynku między kolejnymi lotami itd.
2) Przypisanie załogi do sekwencji lotów według określonego kryterium (np. minimalizacji kosztów). Przydział ten musi spełniać narzucone ograniczenia w tym skład załogi, kwalifikacje członków załogi, dzienne czy miesięczne liczby godzin lotu, liczbę dni wolnych od pracy, urlopy i dni konieczne na doszkolenie załogi itd. Część z ograniczeń może być jednak naruszona, np. liczba godzin pracy, kosztem poniesienia dodatkowych wydatków związanych z nadgodzinami czy dodatkami do pensji.

W pracy [6] zaproponowano 3 grupy personelu załogi: pilotów, oficerów i instruktorów. Załogę tworzą pilot i oficer, natomiast instruktor może pełnić zarówno funkcję pilota jak i oficera, przy czym załogę tworzy tylko dwóch członków. W niniejszej pracy zmodyfikowano problem przydziału członków załogi. Przyjęto, że załoga składa się z 3 członków: pierwszego pilota, drugiego pilota i nawigatora. W zależności od potrzeb dodatkowo instruktorzy mogą pełnić rolę pierwszego lub drugiego pilota.

Niech $F$ reprezentuje zbiór segmentów lotów przypisanych do jednej załogi, $S$ – zbiór wygenerowanych wcześniej dopuszczalnych sekwencji lotów, $S(f)$ – zbiór sekwencji zawierający segment lotu $f$, $S(m)$ – miesięczne zbiory sekwencji, $I$ – zbiór instruktorów, $DP$ – zbiór drugich pilotów, $PP$ – zbiór pierwszych pilotów, $N$ – zbiór nawigatorów, $L_s$ – listę par sekwencji $s$, które nie mogą być wykonane przez tę samą załogę (np. ze względu na wykonywanie segmentu lotu w tym samym czasie), $I_{idp}$ ($I_{ii}$, $I_{ipp}$, $I_{dppp}$, $I_{in}$, $I_{ppn}$, $I_{dpn}$) – zbiór par instruktor-drugi pilot (instruktor-instruktor, instruktor-pierwszy pilot, drugi pilot-pierwszy pilot, instruktor-nawigator, pierwszy pilot-nawigator, drugi pilot-nawigator) nie mogących być w jednej załodze, $BT_s$ – liczbę godzin lotu w sekwencji segmentów $s$, $CT_s$ – liczbę punktów (godzin) za dodatkowe loty w sekwencji, $T_{\max,\, m}$ – maksymalną dozwoloną dla pracownika miesięczną liczbę godzin lotu, $T_g$ – minimalną gwarantowaną liczbę punktów przyznawaną pracownikowi, $NH_{pp}$ ($NH_i$, $NH_n$, $NH_{dp}$) – całkowitą liczbę punktów przydzieloną pierwszemu pilotowi (instruktorowi, nawigatorowi, drugiemu pilotowi) przekraczającą $T_g$ (nadgodziny). Zmienne decyzyjne wykorzystywane w problemie przydziału załogi przyjmują następujące wartości [6]:

$$x_{dpf} = \begin{cases} 1 & \text{gdy drugi pilot } dp \text{ jest przypisany do segmentu lotu } f \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

$$y_{ppf} = \begin{cases} 1 & \text{gdy pierwszy pilot } pp \text{ jest przypisany do segmentu lotu } f \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

$$z_{if} = \begin{cases} 1 & \text{gdy instruktor } i \text{ jest przypisany do segmentu lotu } f \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

$$w_{nf} = \begin{cases} 1 & \text{gdy nawigator } n \text{ jest przypisany do segmentu lotu } f \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

$$X_{dps} = \begin{cases} 1 & \text{gdy drugi pilot } dp \text{ jest przypisany do sekwencji lotów } s \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

$$Y_{pps} = \begin{cases} 1 & \text{gdy pierwszy pilot } pp \text{ jest przypisany do sekwencji lotów } s \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

$$Z_{is} = \begin{cases} 1 & \text{gdy instruktor } i \text{ jest przypisany do sekwencji lotów } s \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

$$W_{ns} = \begin{cases} 1 & \text{gdy nawigator } n \text{ jest przypisany do sekwencji lotów } s \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

Funkcja celu polegająca na minimalizowaniu nadgodzin przyjmuje postać:

$$f_{celu} = \min \sum_{pp \in PP} NH_{pp} + \sum_{dp \in DP} NH_{dp} + \sum_{i \in I} NH_i + \sum_{n \in N} NH_n \tag{3}$$

przy ograniczeniach:

– jeśli członek załogi przydzielony jest do segmentu lotu to musi być przydzielony do dokładnie jednej sekwencji lotów zawierającej dany segment:

$$(x_{dpf} \mid y_{ppf} \mid z_{if} \mid w_{nf}) - \sum\nolimits_{s \in S(f)} (\text{odpowiednio } X_{dps} \mid Y_{pps} \mid Z_{is} \mid W_{ns}) = 0, \forall f \in F \tag{3.1}$$

– liczby członków załogi oraz odpowiedniego składu załogi:

$$\begin{gathered} \sum\nolimits_{dp} x_{dpf} + \sum\nolimits_{pp} y_{ppf} + \sum\nolimits_{i} z_{if} + \sum\nolimits_{n} w_{nf} = 3, \\ \sum\nolimits_{dp} x_{dpf} \le 1, \quad \sum\nolimits_{pp} y_{ppf} \le 1, \quad \sum\nolimits_{i} z_{if} \le 2, \quad \sum\nolimits_{n} w_{nf} \le 1, \quad \forall f \in F \end{gathered} \tag{3.2}$$

– przydzielenie członków załogi obsługujących dany lot do tej samej sekwencji lotów:

$$\begin{gathered} \sum\nolimits_{dp} X_{dps} + \sum\nolimits_{pp} Y_{pps} - \sum\nolimits_{i} Z_{is} + \sum\nolimits_{n} W_{ns} \ge 0, \\ \sum\nolimits_{dp} X_{dps} - \sum\nolimits_{pp} Y_{pps} + \sum\nolimits_{i} Z_{is} + \sum\nolimits_{n} W_{ns} \ge 0, \\ -\sum\nolimits_{dp} X_{dps} + \sum\nolimits_{pp} Y_{pps} + \sum\nolimits_{i} Z_{is} + \sum\nolimits_{n} W_{ns} \ge 0, \quad \forall s \in S \end{gathered} \tag{3.3}$$

– maksymalna dozwolona liczba godzin lotu (miesięczna):

$$\begin{gathered} \sum\nolimits_{s \in S(m)} (BT_s \cdot X_{dps}) \le T_{\max,m}, \quad \sum\nolimits_{s \in S(m)} (BT_s \cdot Y_{pps}) \le T_{\max,m}, \\ \sum\nolimits_{s \in S(m)} (BT_s \cdot Z_{is}) \le T_{\max,m}, \sum\nolimits_{s \in S(m)} (BT_s \cdot W_{ns}) \le T_{\max,m} \end{gathered} \tag{3.4}$$

– wykluczające się przydziały pracownika do sekwencji lotów wykonywanych w tym samym czasie lub zbyt krótkim odstępie czasu:

$$X_{dps} + X_{dps'} \le 1, Y_{pps} + Y_{pps'} \le 1, Z_{is} + Z_{is'} \le 1, W_{ns} + W_{ns'} \le 1, \forall (s, s') \in L_s \tag{3.5}$$

– wykluczenie osób, które nie mogą być w jednej załodze ($I_{idp}$, $I_{ii}$, $I_{ipp}$, $I_{dppp}$, $I_{in}$, $I_{ppn}$, $I_{dpn}$):

$$\begin{gathered} X_{dps} + Y_{pps} \le 1, \quad Z_{is} + X_{dps} \le 1, \quad Z_{is} + Y_{pps} \le 1, \quad Z_{is} + Z_{i's} \le 1, \\ Z_{is} + W_{ns} \le 1, \quad Y_{pps} + W_{ns} \le 1, \quad X_{dps} + W_{ns} \le 1 \end{gathered} \tag{3.6}$$

– miesięcznej liczby dodatkowych punktów (nadgodzin) dla każdego pracownika:

$$\sum_{s\in S(m)}(CT_s \cdot X_{dps}) \le T_g + NH_{dp}, \quad \sum_{s\in S(m)}(CT_s \cdot Y_{pps}) \le T_g + NH_{pp},$$
$$\sum_{s\in S(m)}(CT_s \cdot Z_{is}) \le T_g + NH_i, \sum_{s\in S(m)}(CT_s \cdot W_{ns}) \le T_g + NH_n \tag{3.7}$$

– narzucenie binarności zmiennych decyzyjnych ($x_{dpf}$, $y_{ppf}$, $z_{if}$, $w_{nf}$, $X_{ps}$, $Y_{os}$, $Z_{is}$, $W_{ns}$) i wartości całkowitych nieujemnych zmiennym $NH_{pp}$, $NH_i$, $NH_{dp}$, $NH_n$:

$$x_{dpf} \in \{0,1\}, \quad y_{ppf} \in \{0,1\}, \quad z_{if} \in \{0,1\}, \quad w_{nf} \in \{0,1\},$$
$$X_{dps} \in \{0,1\}, \quad Y_{pps} \in \{0,1\}, \quad Z_{is} \in \{0,1\}, \quad W_{ns} \in \{0,1\}, \tag{3.8}$$
$$NH_{pp} \ge 0, \quad NH_i \ge 0, \quad NH_{dp} \ge 0, \quad NH_n \ge 0$$

## 5. Rozwiązanie wybranego problemu przydziału

Do rozwiązania rozpatrywanych problemów przydziału można zastosować metody programowania liniowego. W celu rozwiązania problemów przydziału można skorzystać z komercyjnego oprogramowania ILOG CPLEX, wykorzystywanego między innymi przez linie lotnicze Lufthansa [7]. W niniejszej pracy do rozwiązania problemu przydziału załogi zastosowano pakiet GLPK [8], wykorzystujący połączenie metody podziału i ograniczeń z metodą cięć Gomory'ego dla problemów całkowitoliczbowych. W innym przypadku stosowany jest zrewidowany algorytm simpleks z metodą prymalno-dualną punktu wewnętrznego. Każdy lot opisany został poprzez podanie portów lotniczych początkowych i docelowych oraz czasów odlotu/przylotu. Badania zostały wykonane dla problemów o różnym stopniu złożoności, gdzie liczba pracowników była zawarta w przedziale [10, 25], natomiast liczba lotów w przedziale [15, 30]. W tabeli 1 przedstawiono przykładowe wyniki eksperymentów.

**Tabela 1**
Wyniki badań problemu przydziału załogi

| Łączna liczba pilotów, instruktorów i nawigatorów | Liczba lotów | Przybliżony czas wykonania eksperymentu [s] |
|---|---|---|
| 10 | 15 | 1 |
| 15 | 15 | 1,8 |
| 20 | 15 | 3,2 |
| 10 | 20 | 1,2 |
| 10 | 30 | 1,5 |
| 25 | 30 | 5,6 |

Czas rozwiązania problemów przydziału załogi (CPU 1,86 GHz, RAM 1024 MB) jest zadawalający. Liczba ograniczeń dla problemów złożonych z 10 pracowników i 15 lotów wynosiła 185, natomiast dla 25 pracowników i 30 lotów – 440.

## 6. Podsumowanie

Przedstawione w pracy modele przydziału stanowią istotne problemy występujące w transporcie lotniczym. Do ich rozwiązania stosowane mogą być metody programowania liniowego bądź heurystyki populacyjne. Istnieją gotowe narzędzia stosowane do rozwiązania tego typu zagadnień. Przykładowy problem przydziału załogi został rozwiązany przy wykorzystaniu pakietu GLPK. Dalsze prace ukierunkowane będą na zastosowaniu algorytmów sztucznej inteligencji do rozwiązania problemu przydziału załogi, problemu uniwersalnego we wszystkich gałęziach transportu.

### Literatura


[1] Bihr R.A., *A conceptual solution to the aircraft gate assignment problem using 0.1 linear programming*. Computers and Industrial Engineering, 19, 1990, 280–284.

[2] Ding H., Lim A., Rodrigues B., Zhu Y., *New heuristics for the over-constrained airport gate assignment problem*. Journal of the Operational research Society, 32, 2005, 1867–1880.

[3] Gu Y., Chung C., *Genetic algorithm approach to aircraft gate reassignment problem*. Journal of Transportation Engineering, 125, 1999, 384–389.

[4] Pinol H., Beasley J.E., *Scatter Search and Bionomic Algorithms for the aircraft landing problem*. European Journal of Operational Research, 171, 2006, 439–462.

[5] Xu J., Bailey G., *The airport gate assignment problem: mathematical model and a tabu search algorithm*. Proceedings of the 34th Hawaii International Conference on System Sciences, 3, 2001, 10–19.

[6] Zeghal F.M., Minoux M., *Modeling and solving a Crew Assignment Problem in air transportation*. European Journal of Operational Research, 175, 2006, 187–209.

[7] http://www.ilog.com/products/cplex/index.cfm.

[8] http://www.gnu.org/software/glpk/glpk.html.