

UPROSZCZENIE WZORÓW NA PARAMETRY CYLINDRYCZNYCH PIECÓW I NAGRZEWNIC INDUKCYJNYCH ZASILANYCH Z FALOWNIKA

STRESZCZENIE

W celu wykonania wstępnych projektów inżynierskich podano uproszczone wzory na parametry elektryczne cylindrycznych pieców i nagrzewnic indukcyjnych ze wsadami nieferromagnetycznymi oraz wykreślono ich przebiegi.

Słowa kluczowe: nagrzewanie indukcyjne, parametry pieców i nagrzewnic indukcyjnych

SIMPLIFICATION OF FORMULAE FOR PARAMETERS OF CYLINDRICAL INDUCTION FURNACES AND HEATERS SUPPLIED FROM AN INVERTER

Simplified formulae and their traced courses for electrical parameters of cylindrical induction furnaces and heaters with non-ferromagnetic charges are given for preparation of initial engineering projects.

Keywords: induction heating, parameters of induction furnaces and heaters

1. WSTĘP

Do szybkiego wykonania wstępnych projektów inżynierskich urządzeń, uproszczone wzory są bardzo przydatne. Wtedy można także szybko ocenić możliwość wykonania takiego projektu (bez tracenia czasu na długotrwałe obliczenia) oraz oszacować kosztorys urządzenia.

W artykule omówiono możliwość uproszczeń wzorów na przykładzie projektowania nagrzewnic indukcyjnych sposobem tradycyjnego upraszczania wzorów polegające na kolejnym eliminowaniu mało znaczących wyrażań.

2. INTERPRETACJA FIZYCZNA PARAMETRU p NAGRZEWNICY INDUKCYJNEJ ZASILANEJ Z FALOWNIKA

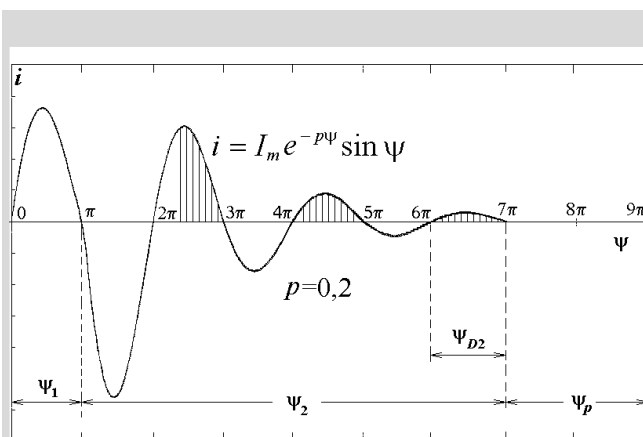
Przy korzystaniu ze względnych wielkości, przebiegi zależą tylko od jednego parametru p nagrzewnicy indukcyjnej, a oczywiście argumentem funkcji może być zmienna liczba oscylacji m (podczas gdy przewodzi łącznik przez kąt $\psi_2 = 2m\pi$), kąt ψ_D lub też kąt przerwy ψ_p (przerwy w płynięciu prądu w odbiorniku – nagrzewnicy indukcyjnej) – tak jak to pokazano na rysunku 1.

Przebieg prądu w odbiorniku – nagrzewnicy indukcyjnej – w zakresie kąta ψ_2 jest sinusoidą tłumioną

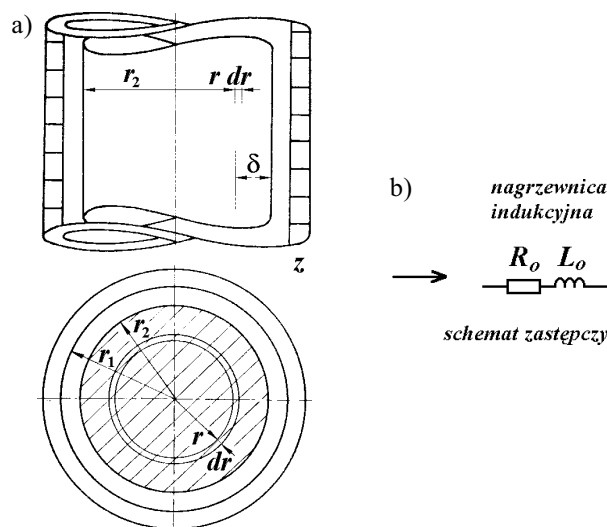
$$i = I_m e^{-p\psi} \sin \psi \quad (1)$$

gdzie parametr p nagrzewnicy indukcyjnej charakteryzuje tłumienie, a kąt ψ związany jest z czasem zależnością $\psi = \omega_o t$, ω_o – pulsacja drgań własnych.

Wzór na ten parametr $p = \frac{R_o}{2\omega_o L_o}$, gdzie rezystancja R_o i indukcyjność L_o są parametrami schematu zastępczego nagrzewnicy indukcyjnej tak jak to pokazano na rysunku 2.



Rys. 1. Przebieg sinusoidy tłumionej prądu odbiornika



Rys. 2. Konstrukcja (a) oraz schemat zastępczy (b) cylindrycznej nagrzewnicy indukcyjnej układu wzбудnik – wsad o wymiarach r_1 , r_2 , z -zwojowego wzбудnika i głębokości wnicania δ wsadu

* Katedra Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych, Wydział Elektrotechniki Automatyki Informatyki i Elektroniki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

Falowniki z nagrzewnicą indukcyjną z różnym parametrem analizuje się w przeciągu wielu lat. Od początku pojawienia się tej tematyki w publikacjach różnie jest on oznaczany i nazywany. Często używa się pojęcia – dobroć cewki

$$Q = \frac{\omega_o L_o}{R_o},$$

zapożyczonego z elektrotechniki (np. [1, 2]), albo współczynnik mocy $\cos\phi$ lub $\operatorname{tg}\phi$, $\operatorname{tg}\phi = \frac{\omega_o L_o}{R_o}$, gdzie

kąt ϕ nazywamy kątem przesunięcia fazowego między prądem a napięciem tutaj gałęzi szeregowej $R_o L_o$. W podstawowej literaturze z podstaw elektrotechniki, miernictwa, fizyki itd., np. [2, 4, 7, 8], używa się pojęcia współczynnika tłumienia, czyli parametru oznaczonego w tym artykule literą p . Ponadto wielkości: ω_o – pulsacja drgań własnych (swobodnych) oraz p – współczynnik tłumienia – występują we wszystkich zagadnieniach dynamiki układów liniowych i mają powszechne zastosowanie.

W pozycjach [5] i [6] dotyczących nagrzewania indukcyjnego także oznaczono parametr wzorem $p = \frac{R_o}{2\omega_o L_o}$, który według rysunku 1 charakteryzuje tłumienie prądu. Związek między powyższymi parametrami jest następujący

$$p = \frac{R_o}{2X_o} = \frac{1}{2Q} = \frac{1}{2\operatorname{tg}\phi} \quad (2)$$

Te parametry są bezwymiarowe i dla grzania indukcyjnego wartość p zawarta jest w przedziale 0,01÷0,2 a $Q = \operatorname{tg}\phi$ w przedziale 2÷50.

Przykładowe wartości reaktancji różnych nagrzewnic indukcyjnych obliczono i podano w tabeli 1.

Tabela 1

Parametry elektryczne różnych nagrzewnic indukcyjnych

Wzbudnik		Wsad	R_o [Ω]	f_o [kHz]	ω_o [kHz]	L_o [μH]	$\omega_o L_o$ [Ω]
z [m]	$2r_1$ [m]						
10	0,1	nieferromagnetyczny	0,04	8	50	8,1	0,41
10	0,1	brak	–	8	50	8,3	0,42
10	0,1	ferromagnetyczny	0,13	7	44	9,7	0,43
16	0,1	nieferromagnetyczny	0,05	5,5	35	16	0,56
16	0,1	brak	–	5,5	35	21	0,73
16	0,1	ferromagnetyczny	0,18	4,5	28	25	0,69
5	0,1	nieferromagnetyczny	0,02	1	6,28	1,6	0,10
5	0,1	brak	–	1	6,28	2,0	0,13
5	0,1	ferromagnetyczny	0,08	1	6,28	2,4	0,15

Dla przykładów podanych w tej tabeli reaktancje pustej i pełnej nagrzewnicy niewiele się od siebie różnią oraz przeważnie $\omega_o L_o \gg R_o$, zwłaszcza dla wsadów nieferromagnetycznych. Indukcyjność wzbudnika niewiele się zmienia w zależności od tego, czy nie ma wsadu, czy jest wsad dla wsadu nieferromagnetycznego ($\mu_r \sim 1$). Dlatego zastosowano klasyczny, prosty wzór na reaktancję cewki pustej, powietrznej wzbudnika.

Oporność zastępcza nagrzewnicy zależy głównie od oporności wsadu tym bardziej, że rezystywność wsadu jest większa niż rezystywność miedzianego uzwojenia wzbudnika chłodzonego wodą, bo wsad jest cieplejszy niż to uzwojenie (zimny jest tylko na początku nagrzewu, co trwa bardzo krótko w stosunku do czasu całego procesu nagrzewania), dlatego zastosowano znany wzór na oporność układu wsad – wzbudnik.

$$R_o = z^2 \frac{2\pi r_2}{\gamma h} \frac{r_2}{\delta} F_r = z^2 \frac{\pi r_2}{h} \sqrt{\frac{2\omega\mu}{\gamma}} F_r$$

$$\omega_o L_o = \frac{\omega_o \mu_o \pi z^2 (r_1)^2}{h} =$$

$$= \frac{\omega_o \mu_o \pi z^2 \left(\frac{r_1}{\delta}\right)^2}{h} \cdot \frac{2}{\omega_o \gamma \mu_o \mu_r} = \frac{2\pi z^2 \left(\frac{r_1}{\delta}\right)^2}{\gamma \mu_r h}$$

$$\frac{R_o}{\omega_o L_o} = \frac{\frac{2\pi z^2}{\gamma h} \frac{r_2}{\delta} F_r}{2\pi z^2 \left(\frac{r_1}{\delta}\right)^2} = \frac{\frac{r_2}{\delta} F_r}{\left(\frac{r_1}{\delta}\right)^2} = \mu_r \frac{\frac{r_2}{\delta} F_r}{\left(\frac{r_2}{\delta} \frac{r_1}{\delta} \frac{r_1}{\delta}\right)^2} =$$

$$= \frac{\mu_r F_r}{\frac{r_2}{\delta} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$$

$$\frac{R_o}{\omega_o L_o} = \frac{z^2 \frac{\pi r_2}{h} \sqrt{\frac{2\omega\mu_o\mu_r}{\gamma}} F_r}{\frac{\omega_o \mu_o \pi z^2 (r_1)^2}{h}} = \frac{r_2}{r_1^2} \sqrt{\frac{2\mu_r}{\gamma\omega_o\mu_o}} F_r$$

Wielkość F_r we wzorze (3) jest częścią rzeczywistą wektora Poyntinga i wynosi

$$F_r = \frac{\operatorname{ber} x \operatorname{ber}' x + \operatorname{bei} x \operatorname{bei}' x}{\operatorname{ber}^2 x + \operatorname{bei}^2 x}, \quad x = \sqrt{2} \frac{r_2}{\delta} \quad (4)$$

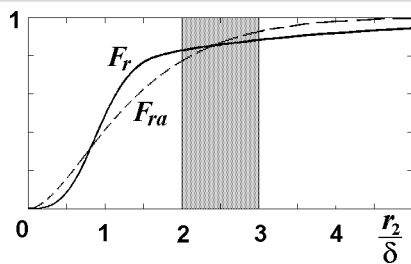
gdzie:

$\operatorname{ber}, \operatorname{ber}'$ – część rzeczywista funkcji Bessela
 $\operatorname{bei}, \operatorname{bei}'$ – część urojona funkcji Bessela

W celu otrzymania prostszego wzoru, równanie F_r można aproksymować równaniem F_{ra} członu inercyjnego drugiego rzędu

$$F_{ra} = 1 - e^{-x} (1 + x) \quad (5)$$

Krzywe równań (4) i (5) wykreślono na rysunku 3.



Rys. 3. Wielkości F_r i F_{ra} aproksymowana (linia przerywana) w funkcji $\frac{r_2}{\delta}$

Widzimy niewielkie różnice F_r i F_{ra} , zwłaszcza dla zakresu $\frac{r_2}{\delta} \in (2, 3)$, w którym jest największa sprawność elektrotermiczna nagrzewnicy.

Z wzorów (3) widać, od czego zależy parametr nagrzewnicy $p = \frac{R_o}{2\omega_o L_o}$. Jak już wyżej napisano, te wzory można stosować dla wsadów o μ_r bliskim jedności. Wtedy podczas nagrzewania zmieniają się γ oraz ω_o , przy czym ω_o zmienia się nieznacznie, R_o rośnie, bo oporność właściwa ρ rośnie wraz ze wzrostem temperatury. Dla wsadów metalowych nieferromagnetycznych $\mu_r = 1$, wtedy ze wzoru (3) otrzymamy wzór parametr p

$$p = \frac{R_o}{2\omega_o L_o} = \frac{r_2}{2r_1^2} \sqrt{\frac{2}{\gamma\omega_o\mu_o}} F_r = \frac{r_2 F_r}{2r_1^2} \sqrt{\frac{2}{\mu_o}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\gamma\omega_o}} = c \sqrt{\frac{\rho}{\omega_o}} \quad (6)$$

który dla określonej konstrukcji nagrzewnicy o wymiarach r_1, r_2 wsadu i wzbudnika zależy od ρ oraz ω_o .

Z drugiej strony, korzystając z wyrażenia (5), otrzymujemy wzór

$$p = \frac{F_{ra}}{2\frac{r_2}{\delta} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} = \frac{1 - e^{-x} (1+x)}{\sqrt{2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 x} \quad (7)$$

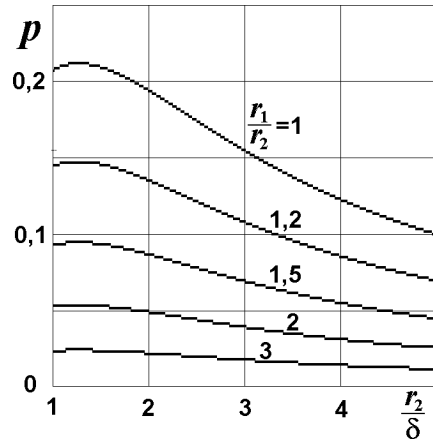
który zależy od wymiarów r_1, r_2 wzbudnika, wsadu, w stosunku do głębokości wnikania δ .

Interesujący jest wykres wzoru (7) w funkcji $x = \sqrt{2} \frac{r_2}{\delta}$, dla $\frac{r_1}{r_2}$ pokazany na rysunku 4.

Wykres wykonano dla zmiennej w zakresie $\frac{r_2}{\delta} \geq 1$, ponieważ dla mniejszych wartości nagrzewanie jest zbyt nieefektywne.

Dla $\frac{r_2}{\delta} \geq 2$ nagrzewanie jest jeszcze bardziej efektywne, a wzór jest prostszy, ponieważ zgodnie z rysunkiem 3, $F_r \rightarrow 1$, czyli wzór (7) uproszczy się do postaci

$$p = \frac{1}{2\frac{r_2}{\delta} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \quad (8)$$



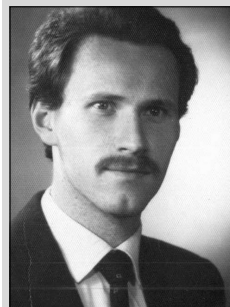
Rys. 4. Wykres współczynnika tłumienia p (wzór (7)), w funkcji $\frac{r_2}{\delta}$ dla różnych wartości $\frac{r_1}{r_2}$

Literatura

- [1] Brichant F.: *Force-Commutated Inverters, Design and industrial applications*. North Oxford Academic. New York, Macmillan Publishing Company 1984
- [2] Bolkowski S.: *Teoria obwodów elektrycznych*. Wydanie 8. Warszawa, WNT 2005
- [3] Bolkowski S.: *Podstawy elektrotechniki*. Warszawa, WSiP 1986
- [4] Hartman M.: *Tyrystorowe, napięciowe falowniki szeregowo podwyższonej częstotliwości*. Wyższa Szkoła Marynarki Wojennej, Zeszyty Naukowe, nr 89A, Gdynia 1986
- [5] Januszajtis A.: *Fizyka dla politechnik*. Warszawa, PWN 1977
- [6] Kurbiel A.: *Indukcyjne urządzenia elektrotermiczne*. Kraków, Skrypt Uczelniany AGH nr 1308, 1992
- [7] Kurbiel A., Kieroński R.: *Dwutyristorowy falownik napięcia do nagrzewania indukcyjnego*. Przegląd Elektrotechniczny, rok LXIX, nr 3, 1993
- [8] Kurzawa S.: *Liniowe obwody elektryczne*. Warszawa, PWN 1974
- [9] Pluciński M. z zespołem: *Podstawy metrologii elektrycznej*. Warszawa, WNT 1984
- [10] Sajdak C., Samek E.: *Nagrzewanie indukcyjne*. Katowice, Wyd. Śląsk 1985

Wpłynęło: 15.03.2007

Roman KIEROŃSKI



Urodził się 26.05.1963 roku w Krakowie. Studia odbył na Wydziale Elektrotechniki Automatyki i Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej ukończył w 1990 roku. Pracę magisterską wykonywał z zakresu elektrotermii. Jest doktorantem Wydziału Elektrotechniki Automatyki Informatyki i Elektroniki AGH. Pracuje w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych AGH w Krakowie. Zajmuje się tematyką nagrzewania indukcyjnego.

e-mail: kieronk@tsunami.kaniup.agh.edu.pl, kieronski@op.pl