

## METODA REGULACJI O ZMIENNEJ STRUKTURZE DLA DWUMASOWEGO UKŁADU NAPĘDOWEGO

### STRESZCZENIE

Artykuł przedstawia sposób sterowania układem 2-masowym za pomocą dwóch metod: regulacji kaskadowej oraz proporcjonalno-całkowej LQ. Jest to układ regulacji o zmiennej strukturze. W pierwszej części artykułu omówiono oraz przeprowadzono symulacje komputerowe układu 2-masowego z regulacją kaskadową wykorzystującą dodatkowe sprzężenie zwrotne od różnicy prędkości silnika i obciążenia. Również omówiono oraz zasymulowano układ 2-masowy z regulacją LQ dla rozwiązania ciągłego. W drugiej części artykułu przedstawiono układ regulacji o zmiennej strukturze. Dokonano analizy przebiegów symulacyjnych zaproponowanego układu oraz zamieszczono wnioski końcowe.

**Słowa kluczowe:** napęd elektryczny, układ 2-masowy, problem LQ, regulacja kaskadowa

### VARIABLE STRUCTURE CONTROL METHOD OF A TWO-MASS DRIVE SYSTEM

The paper concerns the control of the two-mass system. Proportional plus integral LQ method and the cascade control is considered. In last method the control signal is completed by additional feedback of angular speed. The variable structure control system is presented in the final section of this paper, simulation results are included.

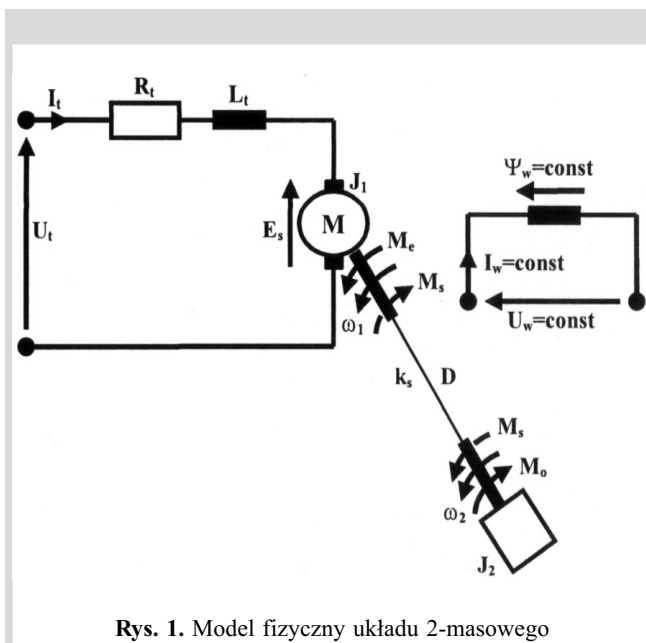
**Keywords:** electric drive, two-mass system, LQ problem, cascade control

### 1. WPROWADZENIE

Silniki prądu stałego są wykorzystywane w różnego rodzaju napędach przemysłowych. Zastosowanie silników tego rodzaju daje dobre właściwości regulacyjne. Niestety cena tych silników o mocy większej niż 10 kW jest wyższa niż silników indukcyjnych. Fakt ten w głównej mierze wymusza obecnie częstsze wdrażanie napędów prądu przemiennego. Jednak w przemyśle na całym świecie pracuje dużo napędów wykorzystujących silniki obcowzbudne. Podlegają one różnego rodzaju modernizacjom w celu polepszenia wskaźników jakości. Z tego względu rozpatrywanie coraz doskonalszych metod sterowania napędami prądu stałego jest jak najbardziej wskazane. Drugim argumentem motywującym do projektowania układów regulacji omawianymi napędami jest możliwość zastosowania otrzymanych wyników w układach polowego sterowania silnikami prądu przemiennego (FOC).

W większości przypadków do modelowania układów napędowych przyjmuje się pewne uproszczenia polegające na założeniu absolutnej sztywności połączeń pomiędzy silnikiem a maszyną roboczą. Wówczas mechaniczną część układu napędowego można traktować jako jedną masę zastępczą. Otrzymany model matematyczny układu 1-masowego może być dla pewnych zastosowań przemysłowych niewystarczająco dokładny.

Układ 2-masowy, czyli z połączeniem sprężystym, uwzględnia rozkład momentów bezwładności silnika i maszyny roboczej oraz współczynnika sprężystości. Wówczas rząd równania ruchu (równania momentów) wzrasta, ponieważ pojawia się dodatkowy magazyn energii kinetycznej związany z momentem bezwładności maszyny roboczej  $J_2$  (rys. 1).



Rys. 1. Model fizyczny układu 2-masowego

Przykładem 2-masowego układu napędowego może być walcarka połączona z silnikiem za pośrednictwem długiego wału. Połączeniem elastycznym może być nie jeden, lecz wiele elementów mechanicznych pośrednich połączonych ze sobą (np. przekładnie, łączniki itp.) i zarazem łączących układ silnik-maszyna robocza.

Takie układy 2-masowe można opisać za pomocą równań matematycznych, których stopień skomplikowania zdradza nam dokładność opisu. Najmniej skomplikowanym, a zarazem najczęściej stosowanym w praktyce jest model z bezinercyjnym elementem sprężystym [7, 12, 17, 19–21, 25, 26].

\* Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

\*\* Mittal Steel Poland S.A. Oddział w Krakowie – Walcownia Gorąca Blach

Opis matematyczny przedstawia się w postaci następującego układu równań różniczkowych:

$$U_t(t) = I_t(t)R_t + L_t \frac{dI_t(t)}{dt} + \Psi_e \omega_1(t)$$

$$J_1 \frac{d\omega_1(t)}{dt} = (M_e(t) - M_s(t)) - D(\omega_1(t) - \omega_2(t))$$

$$J_2 \frac{d\omega_2(t)}{dt} = (M_s(t) - M_o(t)) + D(\omega_1(t) - \omega_2(t)) \quad (1)$$

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = k_s(\omega_1(t) - \omega_2(t))$$

$$\Delta\varphi(t) = \varphi_1(t) - \varphi_2(t) = \int_0^t (\omega_1(t) - \omega_2(t)) dt$$

gdzie:  $k_s$ ,  $D$ ,  $M_e(t)$ ,  $M_o(t)$ ,  $M_s(t)$  to odpowiednio: współczynnik sprężystości wału, współczynnik tłumienia drgań elementu sprężystego, moment elektryczny, moment obciążenia oraz moment skręcający.

Wymagania stawiane układom 2-masowym są skupione przede wszystkim na zminimalizowaniu zarówno wartości składowych zmiennych w przebiegach przejściowych (prądu, prędkości silnika i obciążenia), a także czasu ich trwania. Żąda się od tych układów dobrych własności dynamicznych (rozruch, stabilizacja prędkości kątowej), przebiegów prędkości pozbawionych przeregulowań. Aby sprostać tym wymaganiom, powstały konstrukcje mające zmniejszyć wpływ elastyczności sprzęgła i tłumić powstające oscylacje [12]. Są to metody, które wymagają ingerencji dodatkowych elementów w układzie napędowym. Są rzadko stosowane w przeciwieństwie do coraz lepszych metod sterowania tymi układami. Metody te mogą być oparte na kryteriach całkowych w celu np. optymalizacji przebiegu przejściowego prądu w układzie regulacji kaskadowej czy też dokonania syntezy struktury regulatora optymalnego dla procesu rozruchu [7]. Inne metody ograniczające oscylacje prędkości polegają na zastosowaniu zmodyfikowanych kryteriów doboru nastaw regulatorów, które bazują na osiągnięciu zakładanego położenia pierwiastków równania charakterystycznego układu [7, 12, 26]. W kaskadowej strukturze regulacji nastąpiły więc modyfikacje polegające na zastosowaniu jednego [7, 12, 17, 25, 26], a najlepiej dwóch dodatkowych sprzężeń zwrotnych od wybranych zmiennych stanu (możliwość uzyskania wpływu zarówno na wartość pulsacji rezonansowej, jak i współczynnika tłumienia drgań) [12, 26].

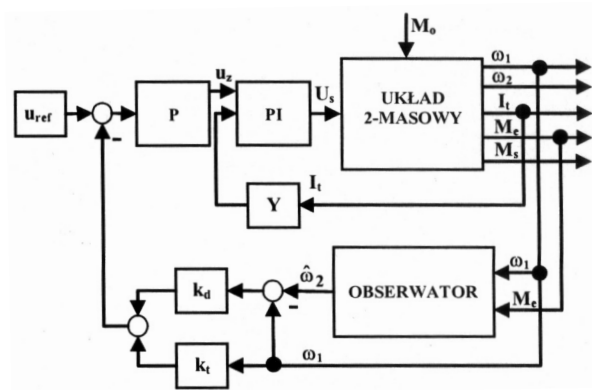
Powstały struktury sterowania z tzw. regulatorem stanu, w których istnieją sprzężenia zwrotne od wszystkich zmiennych stanu rozpatrywanego obiektu [13]. Stosuje się również regulatory rozmyte strojone za pomocą algorytmów genetycznych [19]. Metody te mają swoje wady i zalety, a wybór jest uzależniony od ściśle zamierzonego celu. Szczegółowa analiza układów sterowania napędu prądu stałego z połączeniem sprężystym z regulatorami klasycznymi i rozmytymi została przeprowadzona w pracy [19].

W artykule proponuje się przełączanie pomiędzy zadaniami rozruchu i hamowania (kaskadowa struktura regulacji) a zadaniem stabilizacji (optymalny regulator LQ (*Linear Quadratic*) z elementem całkującym). Zaproponowana struktura systemu sterowania została dokładnie omówiona w rozdziale 2.

## 2. KASKADOWA STRUKTURA REGULACJI UKŁADEM 2-MASOWYM

Regulacja kaskadowa układem 2-masowym oparta jest na dwóch regulatorach (rys. 2):

- 1) podrzędnym regulatorze prądu twornika,
- 2) nadrzędnym regulatorze prędkości silnika.



Rys. 2. Regulacja kaskadowa układem 2-masowym

Do doboru parametrów regulatora prądu (zwykle PI) stosuje się zazwyczaj kryterium modułowe lub kryterium kształtu. Przy zastosowaniu kryterium modułowego [7, 14] w wyniku optymalizacji uzyskuje się przebieg prądu z przeregulowaniem, co dodatkowo ogranicza wartość prądu podczas rozruchu (wydłużenie rozruchu). Kryterium kształtu [7] natomiast zapewnia eksponentalny przebieg prądu twornika przy wymuszeniu jednostkowym, przez co w większym stopniu wykorzystuje się możliwości napędu. Kryterium to zostało wykorzystane do wyznaczenia parametrów regulatora prądu.

Jako regulator prędkości układu 2-masowego zastosowano regulator typu P [7]. Przy zastosowaniu regulatora typu P należy się jednak liczyć z pewnym uchybem statycznym regulacji prędkości. Z drugiej strony zastosowanie tego typu regulatora umożliwia uzyskanie przebiegów przejściowych bez znacznych przeregulowań. Zastosowanie regulatora prędkości typu PI umożliwiłoby uzyskanie znikomych uchybów statycznych prędkości, lecz także powodowałoby pojawienie się dość znacznych uchybów dynamicznych.

Jedną z metod optymalizacji przebiegu przejściowego prądu twornika silnika jest minimalizacja kwadratowego wskaźnika jakości typu [7]

$$J = \int_0^{\infty} \epsilon_m^2(t) dt \quad (2)$$

w której czynnikiem optymalizacyjnym jest współczynnik wzmocnienia  $k_d$  dodatkowego sprzężenia zwrotnego od różnicy prędkości silnika  $\omega_1$  i obciążenia  $\omega_2$ .

Zakładając, że sygnał zadający w układzie  $u_{ref} = 0$  oraz moment obciążenia napędu ma charakter skoku jednostkowego  $M_o = M_{ou}1(t)$ , wówczas [7]

$$G_m(s) = \frac{M_e(s)}{M_o(s)} = \frac{k_w T_1^2 s^2 + 1}{J_2 K_u^{-1} \beta T_1^2 s^4 + J_2 K_u^{-1} T_1^2 s^3 + [J_2 K_u^{-1} \beta + T_2^2 (1 - k_w)] s^2 + J K_u^{-1} s + 1} \quad (3)$$

gdzie:

$$K_u = k_z K_\omega k_T, k_w = \frac{k_d}{k_T}, J = J_1 + J_2 \quad (4)$$

Postać operatorową uchybu  $\varepsilon_m(s)$  można zapisać następująco

$$\varepsilon_m(s) = M_e(s) - M_o(s) = \frac{M_{ou}}{s} [G_m(s) - 1] \quad (5)$$

Kwadratowy wskaźnik jakości przyjmie wówczas postać

$$J = (2JK_u^{-1} + \frac{K_u}{2J_2 T_1^2} \frac{[T_2^2 - k_w(T_1^2 - T_2^2)]^2}{JT_2^2 (J_2 T_1^2)^{-1} (1 - k_w) - 1}) M_{ou} = M_{ou} (J_{20} + J_{21}(k_w)) \quad (6)$$

Wskaźnik ten osiąga ekstremum ze względu na parametr  $k_w$ , gdy

$$\frac{\partial^2 J_{21}(k_w)}{\partial k_w} = 0 \quad (7)$$

czyli dla:

$$k_{w1} = \frac{1}{1 + \gamma_0} \quad \text{lub} \quad k_{w2} = \frac{2\gamma_0 - 1}{1 + \gamma_0} \quad (8)$$

gdzie

$$\gamma_0 = \frac{J_1}{J_2} \quad (9)$$

W przypadku gdy  $\gamma_0 > 1$  ( $J_1 > J_2$ ), optymalny jest współczynnik  $k_{w1}$ , ponieważ

$$\frac{\partial^2 J_{21}(k_w)}{\partial k_w} \Big|_{k_w=k_{w1}} > 0 \quad (10)$$

Natomiast dla  $\gamma_0 < 1$  optymalny jest współczynnik  $k_{w2}$ , bowiem

$$\frac{\partial^2 J_{21}(k_w)}{\partial k_w} \Big|_{k_w=k_{w2}} > 0 \quad (11)$$

W powyższej analizie, w celu uproszczenia obliczeń pominięto współczynnik tłumienia wewnętrznego  $D$  ( $D = 0$ ) materiału.

Zastosowano obserwator stanu i zakłócenia do odtworzenia wartości prędkości obciążenia  $\omega_2$ . Struktura obserwatora została wykonana według [22–24], a jej formę macierzową można przedstawić następująco

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\omega}}_1 \\ \dot{\hat{\omega}}_2 \\ \dot{\hat{\phi}}_1 \\ \dot{\hat{\phi}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{J_1} & \frac{D}{J_1} & -\frac{k_s}{J_1} & \frac{k_s}{J_1} \\ \frac{D}{J_2} & -\frac{D}{J_2} & \frac{k_s}{J_2} & -\frac{k_s}{J_2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_1 \\ \hat{\omega}_2 \\ \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} M_e + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \hat{M}_o + \begin{bmatrix} \frac{H}{J_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (\omega_1 - \hat{\omega}_1) \quad (12)$$

gdzie

$$\hat{M}_o = -k_0 (\omega_1 - \hat{\omega}_1) \quad (13)$$

jest obserwatorem zakłócenia.

Symulacje przeprowadzono w pakiecie symulacyjnym Matlab-Simulink w układzie jak na rysunku 2, dla dwóch przypadków rozłożenia mas ( $J_1 > J_2$ ,  $J_1 < J_2$ ). Parametry układu napędowego zostały zamieszczone w dodatku. Wykonano rozruch do prędkości 160 rad/s, a następnie obciążono układ zewnętrznym momentem obciążenia o wartości znamionowej  $M_n$ . Wprowadzono następujące ograniczenia sygnałów:

- napięcie zadające  $u_z$  zostało ograniczone do wartości  $\pm u_{z0}$ ,
- napięcie wejściowe przekształtnika  $U_s$  w zakresie do  $\pm 10$  V.

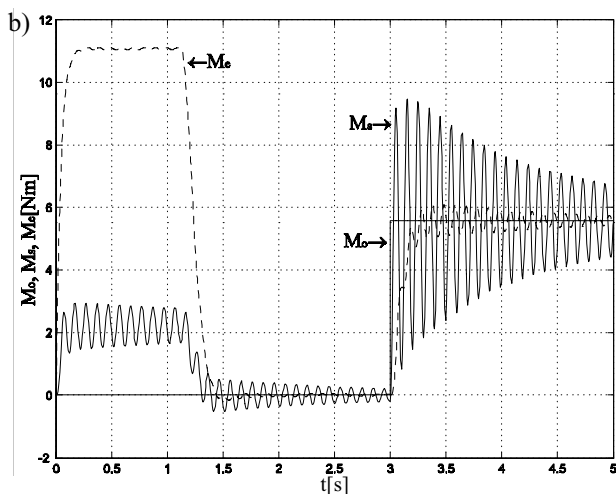
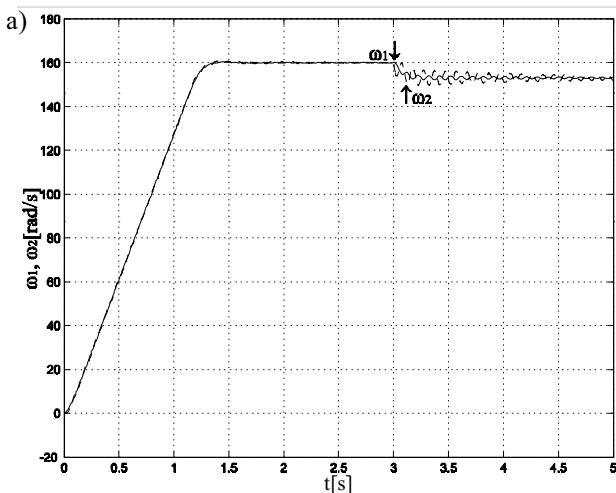
Dla obserwatorów przyjęto następujące wartości wzmocnień:  $H = -15$ ,  $k_o = 1,5$  [25].

Wybrane parametry obwodu regulacji dla  $J_1 > J_2$ ,  $J_1 < J_2$  zostały zamieszczone w tabeli 1.

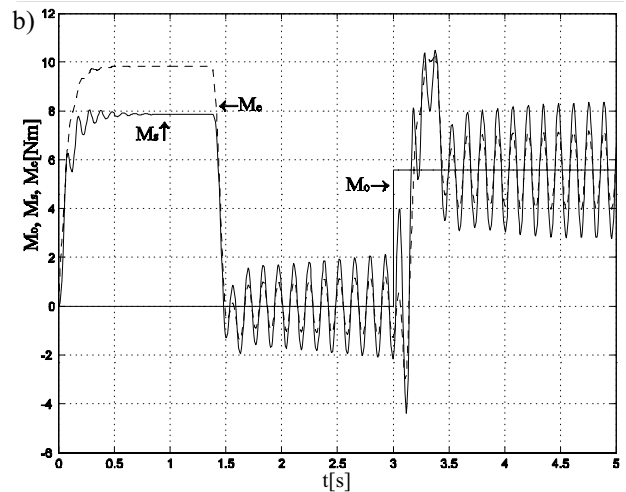
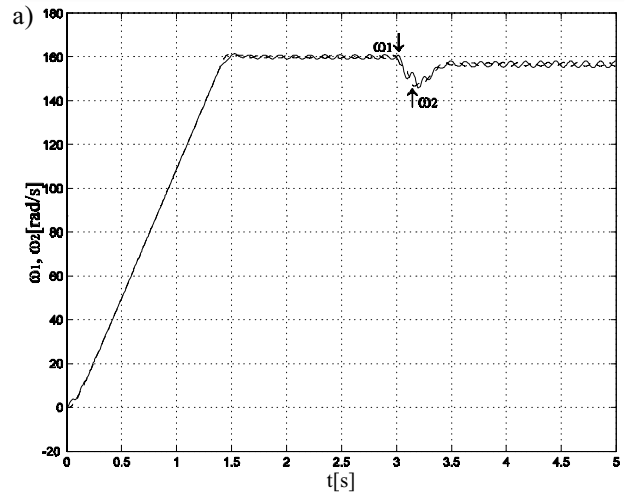
Tabela 1

	$J_1 > J_2$	$J_1 < J_2$
$K_\omega$	20,34	41,57
$K_t$	0,024	0,024
$Y$	0,58	0,58
$u_{z0}$	$\pm 7,5$ V	$\pm 7,5$ V

Otrzymane przebiegi symulacyjne zaprezentowanej regulacji kaskadowej są potwierdzeniem wcześniejszych rozważań teoretycznych (rys. 3 i 4). Uzyskano przebiegi rozruchowe bez przeregulowań z wyraźnym uchybem statycznym regulacji przy stabilizacji prędkości kątowej. Zastosowanie kaskadowej regulacji zarówno do rozruchu, jak i stabilizacji prędkości jest nieprzydatne właśnie ze względu na te uchyby statyczne prędkości. Regulacja ta może być jednak wykorzystana w innej strukturze regulacji, tzn. może być załączana tylko na czas wykonania rozruchu silnika i wyłączana podczas stabilizacji prędkości realizowanej w innym układzie sterowania np. proporcjonalno-całkowej regulacji LQ.



Rys. 3. Przebiegi prędkości silnika i obciążenia (a) oraz momentu: elektrycznego, skręcającego oraz obciążenia (b) dla przypadku  $J_1 > J_2$



Rys. 4. Przebiegi prędkości silnika i obciążenia (a) oraz momentu: elektrycznego, skręcającego oraz obciążenia (b) dla przypadku  $J_1 < J_2$

### 3. STEROWANIE LQ

Punktem wyjścia do problemu optymalizacji jest model układu zapisany w postaci liniowego równania stanu

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (14)$$

Model układu (14) uzupełnia się liniowym sprzężeniem zwrotnym od wszystkich zmiennych stanu. Konstrukcja powstałego regulatora stanu wiąże się z koniecznością znajomości wszystkich zmiennych stanu. Uzyskanie tej informacji wymaga zastosowania czujników pomiarowych lub układów odtwarzających w przypadku, gdy zmienne stanu są niedostępne.

Równanie sterowania dla układu z regulatorem zapisuje się w postaci

$$U_s(t) = -Kx(t) \quad (15)$$

gdzie regulator stanu:

$$K = [K_1 \quad K_2 \quad \dots \quad K_m], \quad x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$n = m,$$

$x(t)$  – wektor stanu.

Wyznaczenie wzmocnień regulatora stanu odbywa się wg optymalizacji LQ opartej na minimalizacji wskaźnika jakości wyrażonego w postaci całkowej. Problem LQ jest jedną z klasycznych metod sterowania optymalnego [2, 6, 9, 18]. Zakłada się, że model matematyczny obiektu regulacji oraz regulator są liniowe. Natomiast optymalizację regulatora przeprowadza się, biorąc pod uwagę kwadratowy wskaźnik jakości.

Regulacja LQ charakteryzuje się bardzo wysokimi właściwościami odpornościowymi [2] dla przypadku diagonalnej macierzy  $R$  wskaźnika jakości. Wówczas można tolerować zmiany niezależnych skalarnych wzmocnień w zakresie  $(\frac{1}{2}, \infty)$ , a zmian fazy mniejszych niż  $60^\circ$  dla każdego skalarnego wejścia.

Z tych względów regulacja LQ jest dobrym rozwiązaniem dla układów, w których głównym zadaniem jest stabilizacja stanu systemu w środku układu współrzędnych  $x(t) = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$ . Niestety dodanie węzła sumacyjnego i wartości zadanej powoduje, że uwidacznia się właściwość proporcjonalnego sprzężenia zwrotnego – statyzm. Jeśli układ sterowania ma stabilizować system w różnych punktach pracy, konieczne jest zastosowanie regulatora całkującego. W ten sposób powstaje proporcjonalno-całkowa regulacja LQ.

Dla liniowego stacjonarnego systemu ciągłego opisanego równaniem:

$$\dot{x}(t) = \tilde{A}x(t) + \tilde{B}u(t) \quad (17)$$

$$x(0) = x_0$$

gdzie  $x \in R^n, u \in R^m$ , należy wyznaczyć regulator stanu  $K_c$  realizujący zadanie sterowania

$$u(t) = -K_c x(t) \quad (18)$$

Sterowanie  $u$  minimalizuje ciągły wskaźnik jakości

$$J_c = \int_0^{\infty} [x^T(t) \tilde{Q} x(t) + u^T(t) \tilde{R} u(t)] dt \quad (19)$$

gdzie  $\tilde{Q} \in R^{n \times n}, \tilde{R} \in R^{m \times m}$  są macierzami wag wskaźnika jakości.

Rozwiązaniem tak postawionego problemu jest macierz

$$P_c = P_c^T \geq 0 \quad (20)$$

będąca rozwiązaniem algebraicznego równania Riccatiego (ARE)

$$\tilde{A}^T P_c + P_c \tilde{A} - P_c \tilde{B} \tilde{R}^{-1} \tilde{B}^T P_c + \tilde{Q}_c = 0 \quad (21)$$

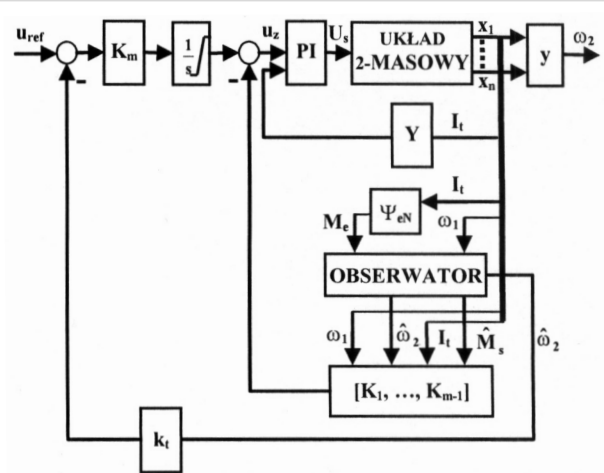
Wówczas regulator stanu

$$K_c = \tilde{R}^{-1} \tilde{B}^T P_c \quad (22)$$

Jednoznaczne rozwiązanie ARE istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy para  $(\tilde{A}, \tilde{B})$  jest stabilizowana, para  $(\tilde{Q}, \tilde{A})$  jest wykrywalna,  $\tilde{Q} = \tilde{Q}^T \geq 0, \tilde{R} = \tilde{R}^T > 0$ .

W pakiecie Matlab omówiona optymalizacja jest realizowana metodą Schura [3] za pomocą funkcji  $lqr()$ .

Symulacje przeprowadzono w układzie jak na rysunku 5. Uległ zmianie regulator (zamiast regulacji kaskadowej – regulator LQ), pozostałe warunki symulacji takie jak: przypadki rozłożenia mas ( $J_1 > J_2, J_1 < J_2$ ), rozruch do prędkości zadanej, obciążenie momentem o wartości znamionowej  $M_n$ , ograniczenia sygnałów  $u_z$  i  $U_s$  pozostały takie jak przy symulacjach z zastosowaniem regulacji kaskadowej. Nie uległa też zmianie struktura oraz wzmocnienia  $H, k_o$  obserwatora stanu i zakłócenia z wyjątkiem liczby odtwarzanych sygnałów.



Rys. 5. Struktura regulacji LQ układem 2-masowym

Formę macierzową równania stanu symulowanego układu zapisano w postaci

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{I}_t \\ \dot{M}_s \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{J_1} & \frac{D}{J_1} & \frac{\Psi_e}{J_1} & -\frac{1}{J_1} & 0 \\ \frac{D}{J_2} & -\frac{D}{J_2} & 0 & \frac{1}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\beta} & 0 & 0 \\ k_s & -k_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ I_t \\ M_s \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_z}{\beta} U_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{gdzie } \phi_2 = \omega_2$$

gdzie  $\beta$  i  $k_z$  to odpowiednio stała czasowa oraz zastępczy współczynnik wzmocnienia regulatora prądu wyznaczony z kryterium kształtu [7, 8].

Wskaźnik jakości (19) można zapisać następująco

$$\begin{aligned}
 J_c &= \sum_{t=0}^{\infty} [x^T(t) \tilde{Q} x(t) + u^T(t) \tilde{R} u(t) + \\
 &+ \varphi^T(t) \tilde{Q}_\varphi \varphi(t)] = \\
 &= \sum_{t=0}^{\infty} [x^T(t) \varphi^T(t) \begin{bmatrix} \tilde{Q} & 0 \\ 0 & \tilde{Q}_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ u^T(t) \tilde{R} u(t)]
 \end{aligned} \quad (24)$$

Mając dane macierze  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$  z równania stanu (23) oraz dobierając  $\tilde{Q}$ ,  $\tilde{R}$  zgodnie z opisanym wcześniej równaniem ARE (21), wyznacza się macierz  $P_c$  oraz regulator stanu  $K_c$  (22).

W opisie matematycznym (23) nieuwzględniony został moment obciążenia  $M_o$ . Został on przyjęty jako sygnał zakłócający, natomiast zadaniem regulacji proporcjonalno-całkowej LQ jest stabilizacja systemu napędowego w punkcie pracy. W związku z tym uzasadnione jest pominięcie w modelu matematycznym macierzy zakłóceń oraz sygnału momentu obciążenia. Taką postać modelu matematycznego można wykorzystać wyłącznie na potrzeby syntezy układu regulacji.

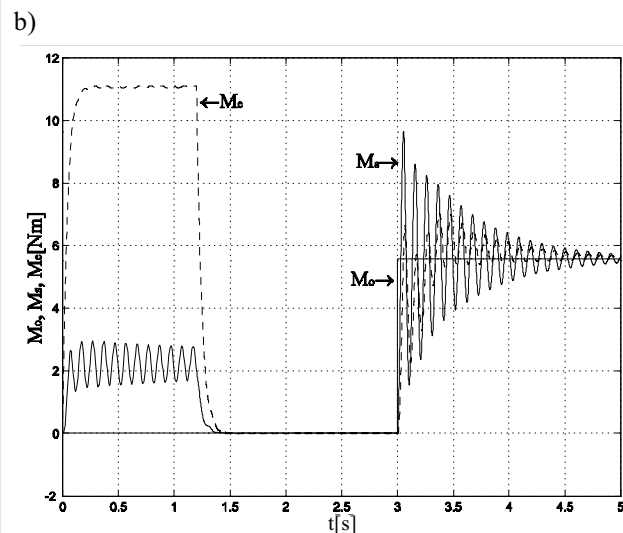
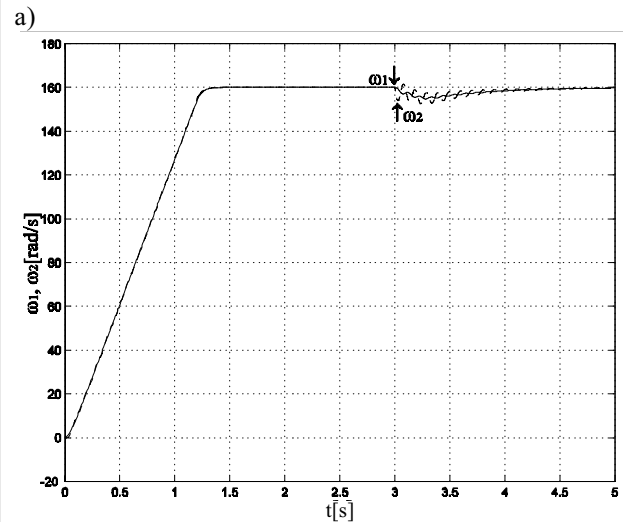
Wybrane parametry obwodu regulacji dla  $J_1 > J_2$ ,  $J_1 < J_2$  zostały zamieszczone w tabelach 2 i 3.

Tabela 2

	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$
$J_1 > J_2$	279,9	-76,43	89,99	115,56	316,23
$\tilde{Q}$	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 35000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
$\tilde{Q}_\varphi$	100000				
$\tilde{R}$	1				
$K_t$	0,024				
$Y$	0,58				
$u_{z0}$	$\pm 7,5$ V				

Tabela 3

	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$
$J_1 < J_2$	82,83	155,62	91	37,64	316,23
$\tilde{Q}$	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
$\tilde{Q}_\varphi$	100000				
$\tilde{R}$	1				
$K_t$	0,024				
$Y$	0,58				
$u_{z0}$	$\pm 7,5$ V				



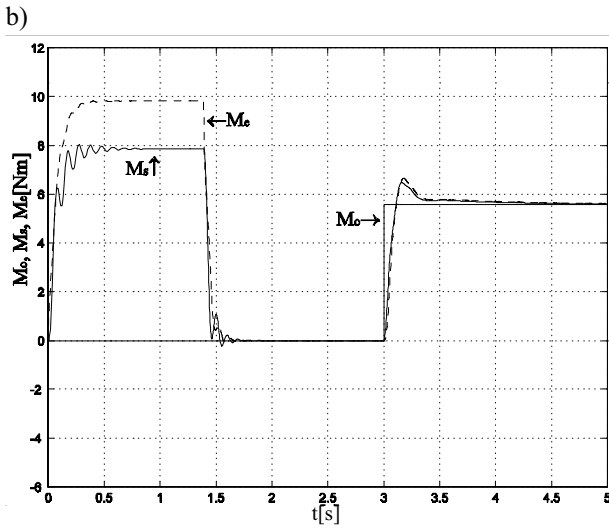
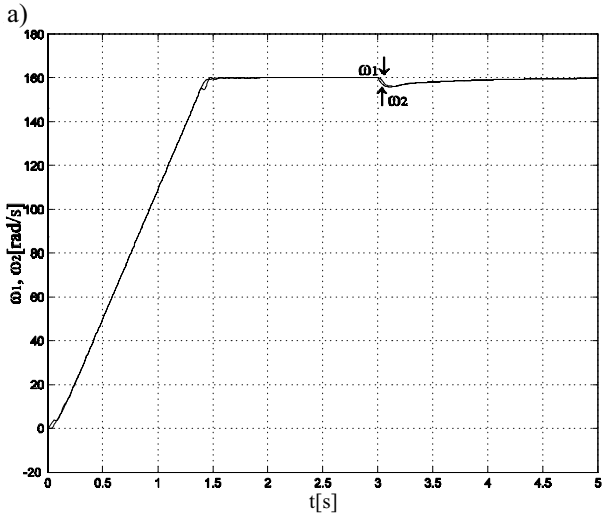
Rys. 6. Przebiegi prędkości silnika i obciążenia (a) oraz momentu: elektrycznego, skręcającego oraz obciążenia (b) dla przypadku  $J_1 > J_2$

Zaprezentowany regulator LQ charakteryzuje się dobrymi właściwościami stabilizującymi. Spadek prędkości maszyny roboczej  $\omega_2$  po próbie obciążenia momentem o wartości znamionowej  $M_0 = M_n$  dla  $J_1 > J_2$  wyniósł ok. 4,67% natomiast dla  $J_1 < J_2$  ok. 2,6% (rys. 6 i 7). Oscylacyjność przebiegów przejściowych maleje ze wzrostem  $J_2$ .

Chcąc uzyskać jeszcze lepsze efekty stabilizujące, należałoby zmodyfikować elementy macierzy  $\tilde{Q}$ . Niestety, zmniejszanie wartości elementu  $q_{22}$  macierzy  $\tilde{Q}$  zgodnie z tabelą 4 powoduje wzrost przeregulowania przebiegów prędkości podczas rozruchu (rys. 8).

Z drugiej strony przy zmniejszaniu  $q_{22}$  ulegają polepszeniu właściwości stabilizujące. Najlepsze efekty można uzyskać przy jednoczesnym zmniejszaniu kilku elementów macierzy  $\tilde{Q}$  (rys. 9) według tabeli 5.

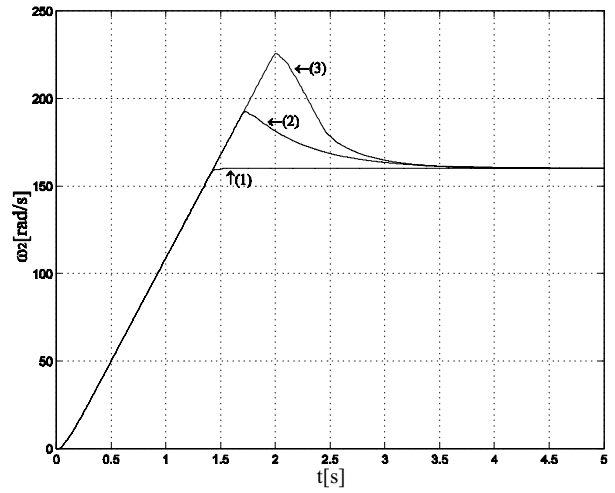
Dla rozruchu takie modyfikacje elementów macierzy  $\tilde{Q}$  są niemożliwe ze względu na przeregulowania przebiegów prędkości, a także silnie oscylacyjny ich charakter.



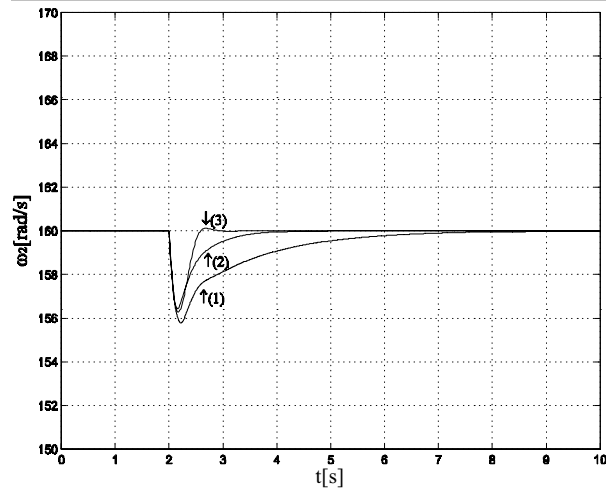
Rys. 7. Przebiegi prędkości silnika i obciążenia (a) oraz momentu: elektrycznego, skręcającego oraz obciążenia (b) dla przypadku  $J_1 < J_2$

Tabela 4

$J_1 < J_2$	$\tilde{Q}$
(1)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$
(2)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$
(3)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 15000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$



Rys. 8. Przebiegi prędkości obciążenia dla  $J_1 < J_2$  – rozruch



Rys. 9. Przebiegi prędkości obciążenia dla  $J_1 < J_2$  – stabilizacja

Tabela 5

$J_1 < J_2$	$\tilde{Q}$
(1)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$
(2)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
(3)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

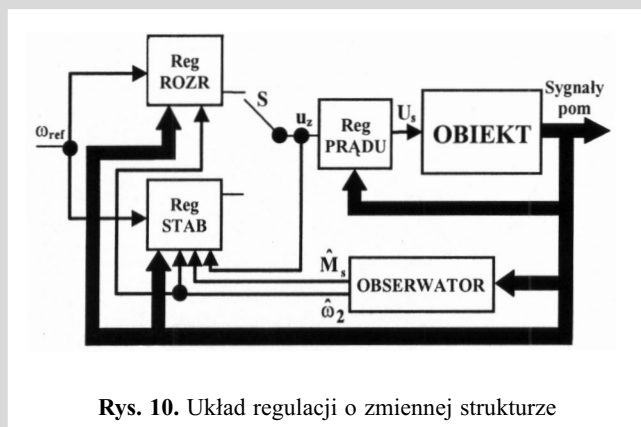
Regulator LQ w dokonanych symulacjach wykorzystano zarówno do rozruchu, jak i stabilizacji prędkości wyjściowej. Może on jednak pracować w innej strukturze regulacji, tzn. może być załączony wyłącznie po dokonaniu rozruchu silnika w innym układzie sterowania np. w układzie kaskadowej regulacji [5, 7, 14].

#### 4. UKŁAD REGULACJI O ZMIENNEJ STRUKTURZE

Układy tego typu [4] są stosowane w przypadku, gdy układ regulacji posiada wysokie wymagania, tzn. dotyczące zarówno rozruchu, jak i stabilizacji. Składają się z dwóch przełączalnych regulatorów, z których jeden odpowiada za rozruch, a drugi za stabilizację. Przełączenie pomiędzy regulatorami następuje po wykonaniu rozruchu. Podczas przełączania regulatorów należy zapewnić, aby sygnały zadające z obu regulatorów miały identyczne wartości. W przeciwnym przypadku, w trakcie przełączania będą występowały niekorzystne stany przejściowe.

Taka struktura regulacji układem 2-masowym została przedstawiona na rysunku 10. Zastosowano w niej dwa rodzaje regulacji:

- 1) kaskadową do rozruchu,
- 2) proporcjonalno-całkową do stabilizacji prędkości.



Rys. 10. Układ regulacji o zmiennej strukturze

W powyższej strukturze zastosowano sprzężenie do realizacji tzw. *antiwind-up*, czyli ograniczenie na integratorze na podstawie sygnału wyjściowego. Drugim zadaniem tego sprzężenia jest śledzenie sygnału wyjściowego drugiego regulatora [4].

Warunki symulacji takie jak: przypadki rozłożenia mas, rozruch do prędkości zadanej, obciążenie momentem o wartości znamionowej  $M_n$ , ograniczenia sygnałów  $u_z$  i  $U_s$  oraz wzmocnienia obserwatora pozostały takie jak przy symulacjach poprzednich.

Moment przełączenia regulatorów (przełącznik S) może nastąpić w dowolnej chwili od osiągnięcia przez układ stabilnej wartości prędkości zadanej. W dokonanych symulacjach przełączenie regulatorów następuje w 1,6 s natomiast obciążenie momentem  $M_n$  w 3 s.

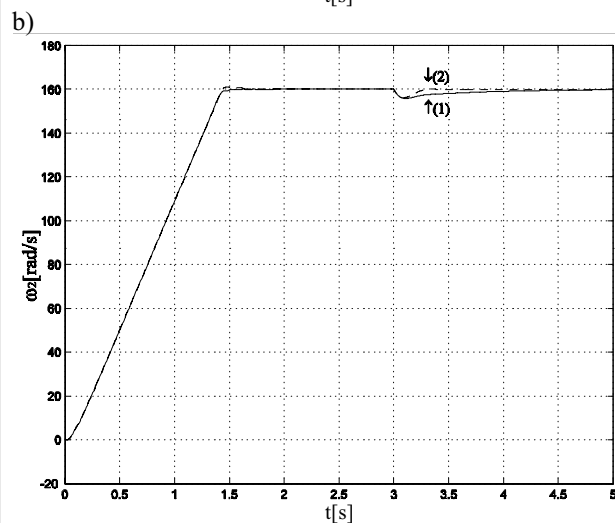
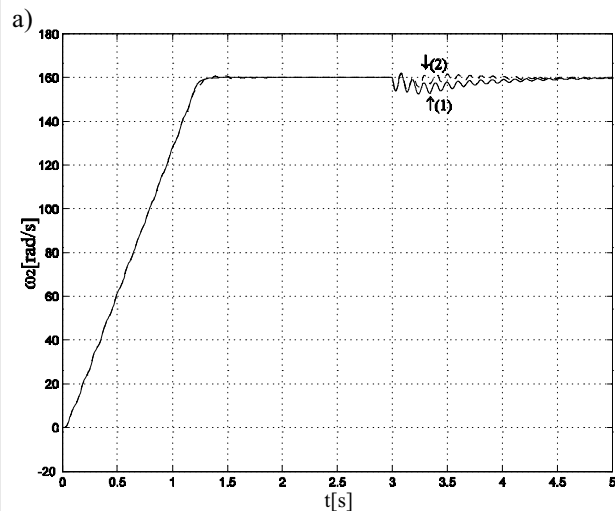
Wybrane parametry obwodu regulacji dla  $J_1 > J_2$ ,  $J_1 < J_2$  zostały zamieszczone w tabelach 6 i 7.

Tabela 6

	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$
$J_1 > J_2$	27,58	-0,83	4,99	10,15	316,23
$\tilde{Q}$	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$				
$\tilde{Q}_\varphi$	100000				
$K_\omega$	20,34				

Tabela 7

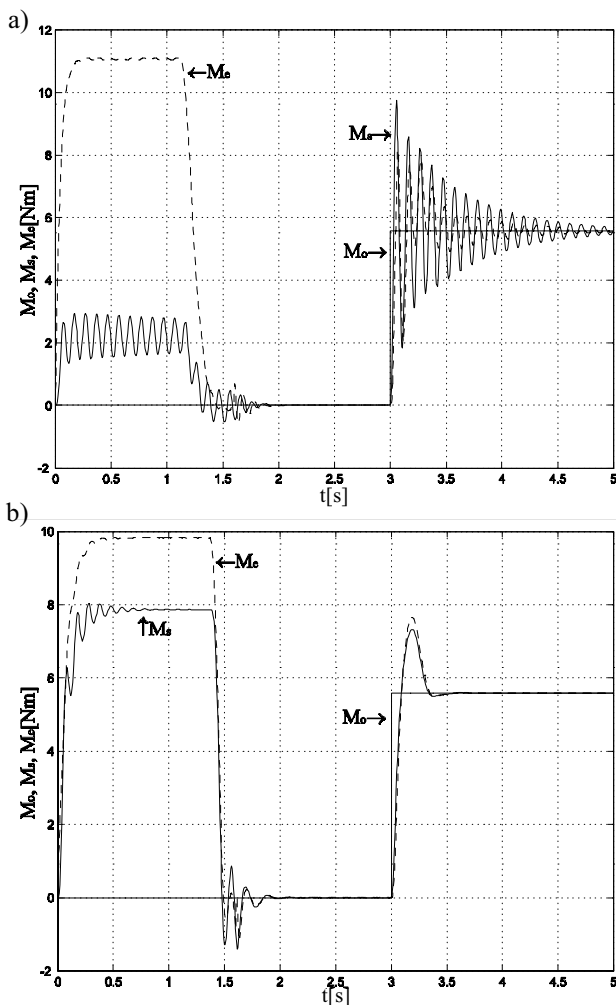
	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$
$J_1 < J_2$	18,97	11,94	10,18	0,64	316,23
$\tilde{Q}$	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$				
$\tilde{Q}_\varphi$	100000				
$K_\omega$	41,57				



Rys. 11. Przebiegi prędkości obciążenia w układzie z regulatorem LQ (1) oraz w układzie regulacji o zmiennej strukturze (2) dla  $J_1 > J_2$  (a) oraz dla  $J_1 < J_2$  (b)



Na rysunkach 11 i 12 dokonano porównania przebiegów prędkości obciążenia  $\omega_2$  układu 2-masowego dla rozruchu i stabilizacji w układzie z regulatorem LQ oraz w układzie regulacji o zmiennej strukturze. Porównania nie dotyczyły regulacji kaskadowej ze względu na uchyb statyczny w przebiegach prędkości.



Rys. 12. Przebiegi momentu: elektrycznego, skręcającego oraz obciążenia w układzie regulacji o zmiennej strukturze dla  $J_1 > J_2$  (a) oraz  $J_1 < J_2$  (b)

## 5. WNIOSKI

Porównując przebiegi prędkości obciążenia układu 2-masowego z samym regulatorem LQ oraz w układzie regulacji o zmiennej strukturze, można dostrzec różnice, które uwiadcniają się nie przy rozruchu, lecz przy stabilizacji prędkości kątowej. Mniejszy spadek prędkości  $\omega_2$  przy obciążeniu momentem  $M_n$  (dla  $J_1 > J_2$  3,73%,  $J_1 < J_2$  2,36%) oraz krótszy czas, po którym prędkość  $\omega_2$  osiąga wartość zadaną, świadczą o lepszych właściwościach stabilizujących układu regulacji o zmiennej strukturze. Również oscylacyjność przebiegu prędkości  $\omega_2$  dla  $J_1 > J_2$  jest mniejsza niż w układzie z samym regulatorem LQ. Jest to zasługą możliwości lepszego dobrania parametrów macierzy  $\bar{Q}$  regulatora LQ w układzie regulacji o zmiennej strukturze bez jednoczesnego pogorszenia przebiegów podczas rozruchu (rozruch-regulacja kaskadowa).

## DODATEK

### Silnik:

$$P = 1 \text{ kW}, U_t = 220 \text{ V}, I_t = 5,75 \text{ A}, U_w = 220 \text{ V}, I_w = 0,9 \text{ A},$$

$$R_t = 4 \text{ } \Omega, L_t = 0,008 \text{ H}, n = 2000 \frac{\text{obr.}}{\text{min}}, \lambda = 2 \frac{I_{\max}}{I_t},$$

$$p = 50 I_t \frac{\text{A}}{\text{s}}, K_p = 51,3 \frac{\text{V}}{\text{V}}, \Psi_e = 0,97 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{rad}}, \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}},$$

$$J_1 = \begin{cases} 0,0167 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ 0,0667 \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \end{cases}$$

### Połączenie sprężyste (wał):

$$D = 0 \frac{\text{Nm} \cdot \text{s}}{\text{rad}}, k_s = 53 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}.$$

### Obciążenie:

$$J_2 = \begin{cases} 0,0167 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ 0,0667 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \end{cases}$$

$$J_1 > J_2 \quad (J_1 = 0,0667 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_2 = 0,0167 \text{ kg} \cdot \text{m}^2),$$

$$J_1 < J_2 \quad (J_1 = 0,0167 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_2 = 0,0667 \text{ kg} \cdot \text{m}^2).$$

## Literatura

- [1] Anderson B.D.O.: *Second-order convergent algorithms for the steady-state Riccati equation*. Int. J. Control, 28 (2), 1978, 295–306
- [2] Anderson B.D.O., Moore J.B.: *Optimal control: Linear Quadratic methods*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall 1990
- [3] Arnold W.F.I., Laub A.J.: *Generalized Eigenproblem Algorithms and Software for Algebraic Riccati Equation*. Proc. of the IEEE, 72 (12), 1984, 1746–1754
- [4] Astrom K., Wittenmark B.: *Computer-Controlled systems*. NJ, Prentice Hall 1997
- [5] Bose B.: *Microcomputer Control of Power Electronics and Drivers*. New York, IEEE Press 1987
- [6] Callier F.M., Desoer C.A.: *Linear System Theory*. New York, Springer-Verlag 1991
- [7] Ciepela A.: *Automatyka przekształtnikowego napędu prądu stałego*. Kraków, Skrypty Uczelniane, nr 1317, Wydawnictwa AGH 1992
- [8] Ciepela A.: *Automatyka układu Leonarda*. Kraków, Wydawnictwa AGH 1994
- [9] Dorato P., Abdullah C., Cerone V.: *Linear-Quadratic Control: An Introduction*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall 1995
- [10] Dorato P., Levis A.H.: *Optimal Linear Regulators: The discrete-Time Case*. IEEE Transaction on Automatic Control, AC-16 (6), 1971, 613–620
- [11] Franklin G., Powell J., Workman M.: *Digital Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley Inc. 1990
- [12] Gierlotka K.: *Układy sterowania napędów elektrycznych z elementami sprężystymi*. Gliwice, Zeszyt Naukowy Politechniki Śląskiej, nr 1181, 1992
- [13] Kaźmierowski M.P., Tunia H.: *Automatyka napędu elektrycznego*. PWN 1987

- [14] Leonhard W.: *Control of Electrical Drivers*. Berlin, Springer-Verlag 1997
- [15] Levis A., Schlueter R., Athans M.: *On the behaviour of optimal linear sampled-data regulators*. Int. J. Control, 13 (2), 1971, 343–361
- [16] Mitkowski W.: *Stabilizacja systemów dynamicznych*. Warszawa, WNT 1991
- [17] Mysiński W.: *Mikroprocesorowe sterowanie napędu z połączeniami sprzężystymi*. Kraków, AGH 1998 (rozprawa doktorska)
- [18] Sima V.: *Algorithms for Linear-Quadratic Optimization*. Marcel Dekker, Inc. 1995
- [19] Szabat K.: *Analiza układów sterowania napędu prądu stałego z połączeniem sprzężystym z regulatorami klasycznymi i rozmytymi*. Wrocław, Politechnika Wroclawska 2003 (rozprawa doktorska)
- [20] Szklarski L., Dziadecki A., Strycharz J., Jaracz K.: *Automatyka napędu elektrycznego*. Kraków, Wydawnictwa AGH 1996
- [21] Szklarski L., Jaracz K.: *Wybrane zagadnienia dynamiki napędów elektrycznych prądu stałego*. Kraków, Skrypty Uczelniane, nr 823, Wydawnictwa AGH 1981
- [22] Tondos M.: *Odtwarzanie momentu obciążenia w napędach hutniczych*. Kraków, Elektrotechnika, ZN AGH, z. 17, 1990
- [23] Tondos M.: *Odtwarzanie momentu obciążenia w napędach z połączeniami sprzężystymi*. Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów, SETO, 1992, 309–316
- [24] Tondos M.: *Minimizing electromechanical oscillations in the drives with resilient couplings by means of state and disturbance observers*. Brighton, EPE 1993, 360–365
- [25] Tondos M., Mysiński W.: *Microcomputer-based control system for drivers with resilient couplings*. Proc. of EPE'01, Graz 2001
- [26] Zaleśny P.: *Układy napędowe z połączeniami sprzężystymi o ulepszonych właściwościach dynamicznych*. Gliwice, Politechnika Śląska 1998 (rozprawa doktorska)

Wpłynęło: 15.03.2007

Grzegorz SIEKLUCKI



Urodził się 2 lutego 1972 roku. Studia wyższe ukończył w roku 1997 w Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki. Stopień naukowy doktora nauk technicznych uzyskał w 2000 roku. Od początku pracuje

w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych AGH. Zajmuje się sterowaniem dyskretnym w układach napędowych.

e-mail: sieklo@kaniup.agh.edu.pl



MACIEJ TONDOS

Profesor nadzwyczajny AGH, uzyskał stopnie naukowe magistra inżyniera, doktora nauk technicznych oraz doktora habilitowanego, odpowiednio w latach 1968, 1976, oraz w 1990 roku na Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Obecnie jest kierownikiem Katedry Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych. Zainteresowania naukowe dotyczą energoelektroniki i napędów zautomatyzowanych. Autor 70 artykułów 69 referatów 40 opracowań dla przemysłu oraz 8 patentów. Jest członkiem European Power Electronics Association oraz IEEE.

e-mail: tondos@agh.edu.pl



Adam PRACOWNIK

Urodził się 26 października 1975 roku. Studia ukończył w roku 2000 w Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki, a doktoranckie – w 2005 roku. Jest w trakcie pisania rozprawy doktorskiej. Zajmuje się sterowaniem układów 2-masowych.

e-mail: apracus@interia.pl