Maria Żukowska*

OBIEKTYWNA METODA UPRASZCZANIA KRZYWYCH A NIESPÓJNOŚCI TOPOLOGICZNE

1. Wstęp

Możliwość prezentacji dowolnie rozległych obszarów o dowolnym kształcie na mapie opiera się z jednej strony na zastosowaniu odpowiedniego odwzorowania kartograficznego, z drugiej zaś – na jego pomniejszeniu oraz przedstawieniu w postaci zgeneralizowanej. Przedstawienia kartograficzne, w tym również mapy, mają podstawowe cechy modelu, tj. abstrahowanie od całości w celu badania części modelowanej rzeczywistości oraz uproszczenie polegające na rezygnacji z wielu cech i związków, a zachowaniu jedynie tych najistotniejszych, oraz uogólnienie, czyli wydzielenie cech ogólnych, co stanowi istotę **generalizacji**, czyli „wyboru rzeczy najważniejszych i istotnych oraz celowego ich uogólnienia" [1]. Generalizacja kartograficzna jest jednym z tych etapów tworzenia map, które, pomimo upływu lat oraz ciągłego postępu badań, wciąż uznawane są za zagadnienie trudne. Literatura kartograficzna wiele miejsca poświęca zasadom przeprowadzenia generalizacji (chociażby [1–3]), jednak wciąż nie istnieje jeden uniwersalny zbiór reguł definiujących ścisły sposób jej wykonania.

W miarę rozwoju technologii komputerowych informatyzacja zaczęła odgrywać ważną rolę na pewnych etapach powstawania mapy, m.in. właśnie w procesie generalizacji. Powszechność stosowania tych technik skłania niekiedy do stwierdzenia, że progi generalizacji manualnej zostały już w zasadzie pokonane. Pogląd ten może wynikać chociażby z konieczności praktycznego stosowania technologii komputerowych w kartografii, ale również z pomijania koncepcyjnego charakteru i funkcji generalizacji i zastępowania ich pewnym zamkniętym zbiorem algorytmów. Jednakże zawsze pamiętać należy, jak już wspomniano, że do dzisiaj nie zbudowano jednego spójnego i uniwersalnego zbioru reguł generalizacji, który można by w pełni zautomatyzować. Z kolei z powodzeniem automatyzuje się różnorakie algorytmy rozwiązujące pewne cząstkowe problemy, takie jak upraszanie linii (czyli redukcję liczby jej wierzchołków przy zachowaniu jej charakterystyki). W rodzinie tych algorytmów wyróżniają się takie, które określić można mianem procedur globalnych, czyli

* Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska

badających całą krzywą (bądź też wyszczególniony wcześniej jej fragment). Do nich zalicza się m.in. algorytm Chrobaka będący częścią składową obiektywnej metody upraszczania linii łamanych.

2. Metoda Chrobaka

Cechą charakterystyczną ocen działania różnych algorytmów upraszczania linii jest to, że uwzględniają one różnego typu parametry, takie jak kąty między odcinkami łamanej bądź długości elementów liniowych. Zauważalny jest jednak brak zdefiniowania obiektywnego kryterium oceny procesu, co mogłoby stanowić o zastąpieniu algorytmów metodą upraszczania, która zapewniałaby przekształcenie krzywych w sposób całkowicie niezależny od operatora oprogramowania (użytkownika, kartografa) [6].

Algorytm upraszczania Chrobaka [4] cechuje możliwość zdefiniowania obiektywnego kryterium zachowania rozpoznawalności rysunku linii w procesie przejścia od skal większych do mniejszych. Mianowicie zdefiniowano wzorzec, czyli figurę geometryczną, która jednoznacznie odnosi się do badanej krzywej. W przypadku krzywych zapisanych jako linia łamana jest to trójkąt utworzony przez dwa sąsiadujące odcinki łamanej (ramiona trójkąta) oraz odcinek łączący początek pierwszego z nich z końcem drugiego (cięciwa – podstawa trójkąta). Należy tutaj zaznaczyć, iż stwierdzono, że do zbadania rozpoznawalności rysunku nie wystarczy pojedynczy odcinek, ale właśnie dwa sąsiadujące, na których budowany jest trójkąt. Jednocześnie ustalając minimalną długość boku takiego trójkąta, można jednoznacznie zdefiniować rozpoznawalność sąsiadujących boków, a co za tym idzie – także całej krzywej. Trójkąt, którego boki spełniają warunek minimalnej długości, nazwany został **trójkątem elementarnym**. Długość boku tego trójkąta (wielkość – e_f), dla danej skali docelowej, wyliczyć można z zależności

$$e_f = s \cdot M_i \tag{1}$$

gdzie:

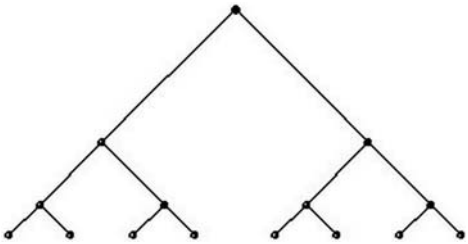
s – miara progowa rozpoznawalności rysunku mapy (niezależna od jej skali),
M_i – mianownik skali mapy opracowywanej.

Powyższe obiektywne kryterium rozpoznawalności rysunku posłużyło następnie do zdefiniowania kolejnych kroków postępowania podczas realizacji algorytmu upraszczania linii. Możliwość zdefiniowania takiej obiektywnej oceny działania algorytmu (rozpoznawalność rysunku jako funkcja długości boków trójkąta zbudowanego na kolejnych odcinkach łamanej) stanowi o tym, że poniższą procedurę postępowania można nazwać metodą upraszczania linii łamanych.

Metoda Chrobaka jest w swoim działaniu zbliżona do znanej w algorytmice procedury Douglasa–Peuckera (m.in. [6]): jej modyfikacja polega na zmianie kryterium akceptacji kolejnych punktów łamanej z oceny długości odcinka poprowadzonego z podstawy trójkąta prostopadle do badanego wierzchołka (porównaniu jej w pewną arbitralnie przyjętą wartością) na kryterium oparte na ocenie zachowania czytelności (rozpoznawalności) trójkąta. Do

nowej, uproszczonej krzywej dodawany jest ten punkt, dla którego trójkąt zbudowany na sąsiadujących z nim odcinkach łamanej spełnia warunek trójkąta elementarnego. Jak już wspomniano, spełnienie tego warunku jest kryterium niezależnym od operatora algorytmu, a więc kryterium obiektywnym.

Drugim ważnym czynnikiem charakteryzującym tę metodę jest powtarzalność procesu, która przejawia się w uzyskaniu jednakowego rysunku upraszczanej krzywej na mapie wynikowej zarówno przy bezpośrednim przejściu od skali źródłowej, jak też przy kolejnych przejściach przez skale pośrednie. Zapewnia to niezależne od „kierunku" przetwarzania łamanej ustalenie hierarchii punktów linii – bez względu na to, od którego końca linii rozpocznie się działanie procedury, akceptacja poszczególnych punktów nie ulegnie zmianie. O hierarchii punktów decyduje umieszczenie ich na drzewie binarnym budowanym w trakcie działania procedury, identycznie jak ma to miejsce w algorytmie Douglasa–Peuckera.



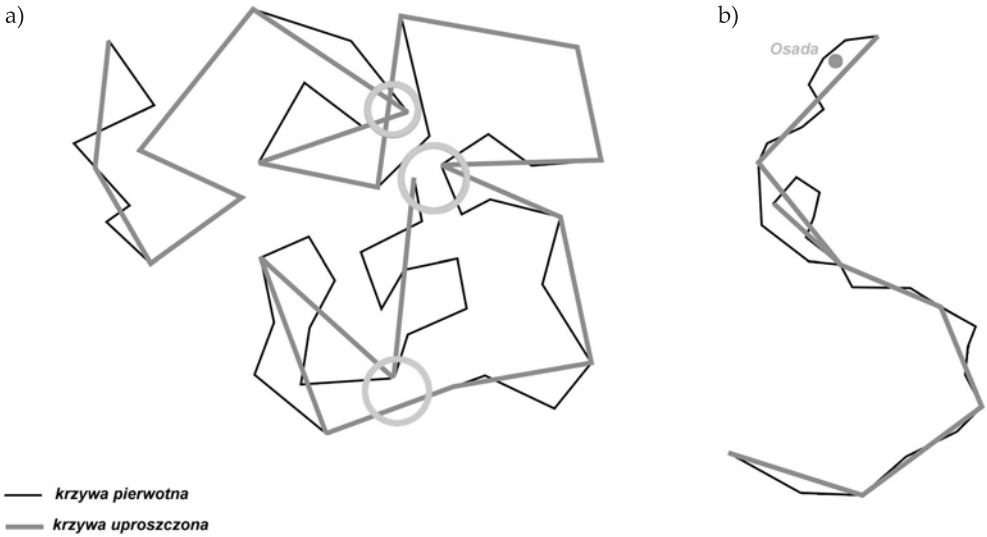
Rys. 1. Hierarchia wierzchołków krzywej

Węzły drzewa to ekstrema lokalne kolejno tworzonych segmentów łamanej (rys. 1). Co więcej, tej hierarchii nie zaburza działanie procedury upraszczania: jeśli jeden z punktów nie zostanie zaakceptowany (nie zostaje spełniony warunek trójkąta elementarnego), odrzucona zostaje cała gałąź drzewa na nim zbudowana, ze wszystkimi punktami znajdującymi się na niższych poziomach.

3. Zdefiniowanie niespójności topologicznych

W procesie upraszczania linii, począwszy od pewnej wartości tolerancji (rozumianej tutaj jako kryterium akceptacji poszczególnych punktów), część wierzchołków może zostać usunięta. W przypadku metody Chrobaka mogą pojawić się również nowe wierzchołki [4]. Ostatecznie krzywa otrzymuje nowy kształt, to znaczy inne są punkty jej załamania oraz inne niż pierwotnie wielkości kątów załamania. W zależności od stopnia złożoności oryginalnej krzywej mogą zaistnieć sytuacje, kiedy niektóre z punktów nowych segmentów linii, to znaczy powstałych w procesie jej upraszczania, mogą ze sobą kolidować lub też prawie kolidować [7]. Takie sytuacje mogą być określone jako **niespójności topologiczne**. Zaliczyć do nich można kolizje punkt – punkt, punkt – linia oraz linia – linia (rys. 2a), przy czym w zależności od tego, czy badana jest pojedyncza krzywa, czy większy ich zbiór, kolizje linia – linia dzielić się mogą na samoprzecięcia jednej krzywej bądź przecięcia co najmniej

dwóch oddzielnych krzywych. Istnieje również problem błędnej lokalizacji jednego elementu względem drugiego, np. zmiana dopływu z prawego na lewy czy też zmiana położenia symbolu miasta z prawo- na lewobrzeżny (rys. 2b).



Rys. 2. Niespójności topologiczne
Objaśnienia w tekście

Niespójności topologiczne podzielić można na dwie grupy: bezpośrednie kolizje elementów linii oraz względne, to znaczy uwzględniające pewne zewnętrzne kryteria. Do niespójności względnych zalicza się te sytuacje, kiedy elementy czy też segmenty linii wprawdzie nie kolidują bezpośrednio (to znaczy nie dochodzi np. do przecięcia), jednak ze względów na zachowanie czytelności rysunku uznaje się je za położone zbyt blisko siebie. W efekcie w skali docelowej elementy te nie będą rozróżnialne bądź też będą zaciemniać rysunek mapy.

4. Niespójności topologiczne a metoda Chrobaka

Pomimo wspomnianych na początku niniejszej pracy zalet metoda Chrobaka nie jest wolna od niespójności topologicznych. Jest to również cechą charakterystyczną oryginalnego algorytmu Douglasa–Peuckera. Wydawać by się mogło, że jeśli „zastosowany w procesie trójkąt pozwala zachować topologię wierzchołków krzywej, gdyż jej podstawę zawsze wyznaczają dwa wierzchołki-niezmienniki, a trzeci zachowuje sąsiedztwo względem wierzchołków-niezmienników linii pierwotnej" [5], to problem zachowania topologii krzywej nie istnieje. Jednak jeśli spojrzeć na krzywą jako na całość, a nie tylko kolejne punkty, stwierdzenie to nie jest prawdziwe: chodzi mianowicie o problem samoprzecięć linii (ang. *selfintersections*), które mogą pojawiać się w zależności od wybranej wielkości trójkąta elementarnego (metoda Chrobaka) czy szerokości korytarza (algorytm Douglasa–Peuckera), oraz

zmianę położenia obiektów względem uproszczonej krzywej i przecięcia co najmniej dwóch krzywych.

Próbą pokonania tych trudności dla algorytmu Douglasa–Peuckera jest praca [9]. Cenna jest uwaga autora, że problemu tego nie można efektywnie rozwiązać po zakończeniu procesu upraszczania, trzeba raczej rozbudować samą procedurę. Autor proponuje modyfikację oryginalnej procedury Douglasa–Peuckera polegającą na zdefiniowaniu kryteriów wyboru dodatkowych punktów linii tak, aby zachować jej topologiczną spójność. Opisane są testy oparte na badaniu otoczki wypukłej[1)] upraszczanej krzywej (elementy liniowe, które mogą kolidować z upraszczaną łamaną muszą mieć przynajmniej jeden punkt wewnątrz otoczki wypukłej tej Hamanej), a także trójkąta zbudowanego na cięciwie danego jej segmentu oraz ekstremum lokalnym tego segmentu, czyli punktu najbardziej od tej cięciwy odległego (wewnątrz tego trójkąta znajdują się punkty, które ewentualnie mogą zmienić swoje położenie względem uproszczonej linii). Mimo udowodnionej efektywności proponowane rozwiązania stoją w sprzeczności z założeniami metody Chrobaka, ponieważ dla uniknięcia niespójności autor operuje zmienną wartością tolerancji, podczas gdy ze względu na rozpoznawalność rysunku w skali docelowej wartość ta (wielkość najkrótszego boku trójkąta elementarnego w przypadku met. Chrobaka) powinna być stała.

Jednakże kilka zawartych w [9] spostrzeżeń wartych jest podkreślenia. Po pierwsze autor stwierdził, że w wyniku upraszczania powstać mogą sytuacje, których nie da się poprawić postprocessingiem. A więc potrzebna jest, co już wspomniano, modyfikacja pierwotnego algorytmu upraszczania. Po drugie dostarczono metodę umożliwiającą ograniczenie zbioru przeszukiwanych w trakcie badania ekstremum lokalnego punktów do otoczki wypukłej badanego segmentu linii. Określenie tej otoczki może być również przydatne do określenia warunku koniecznego (ale nie wystarczającego) dla punktów, które mogą kolidować z uproszczoną krzywą. Dotyczy to zarówno punktów należących do innych obiektów, jak również innych segmentów tej samej łamanej. Kolejna sprawa to wykorzystanie trójkąta, który w metodzie Chrobaka wykorzystywany jest jako kryterium akceptacji kolejnych punktów krzywej, jako kryterium badania ewentualnych niespójności topologicznych związanych ze zmianą położenia punktu (obiektu) względem upraszczanej krzywej.

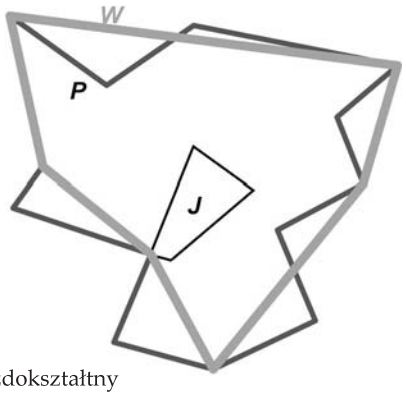
5. Próba usunięcia samoprzecięć linii

Nieco inną metodę rozwiązania problemu samoprzecięć linii proponują Wu i Marquez [10]. Wykorzystują oni mianowicie właściwości geometryczne wielokątów gwiazdokształtnych[2)]: podzbiór zbioru punktów tworzących wielokąt gwiazdokształtny zawsze

[1)] Otoczka wypukła – dla danego zbioru punktów S jest to najmniejszy zbiór wypukły zawierający S [8, s. 103]. Otoczka wypukła linii łamanej jest specjalnym przypadkiem charakteryzującym się tym, że punkt będący ekstremum lokalnym pewnego jej segmentu Sij należy do otoczki wypukłej tego segmentu [7, s. 10].

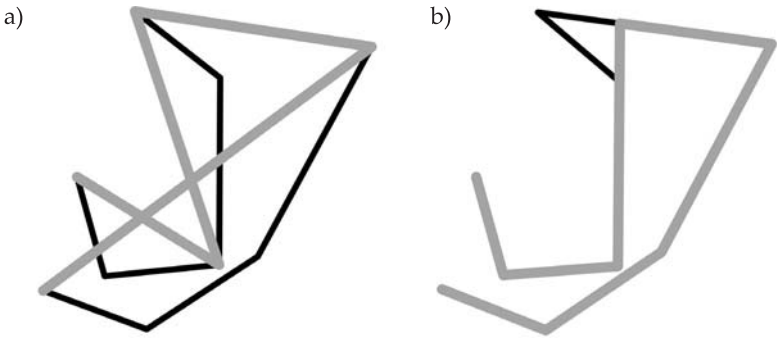
[2)] Wielokąt gwiazdokształtny – wielokąt prosty P jest gwiazdokształtny, jeśli istnieje punkt z nie zewnętrzny do P taki, że dla wszytkich punktów p z P odcinek zp jest całkowicie zawarty w P. Zbiór takich punktów z tworzy jądro wielokąta J [8, s. 29].

tworzy łamaną, która wolna jest od samoprzecięć (rys. 3). Tak więc wystarczy pierwotną krzywą podzielić na skończoną liczbę podzbiorów wierzchołków tak, aby tworzyły one wielokąty gwiazdokształtne (nazywane w niniejszej pracy „g-wielokątami"), a następnie zastosować algorytm upraszczania do kolejnych g-wielokątów (rys. 4, 6). Sposób ten, choć opracowany dla oryginalnego algorytmu Douglasa–Peuckera, może być z powodzeniem zastosowany również w metodzie Chrobaka, ponieważ różnią się one jedynie kryterium akceptacji kolejnych wierzchołków krzywej.



P – wielokąt gwiazdokształtny
J – jądro wielokąta P
W – wielokąt zbudowany na podzbiorze wierzchołków P

Rys. 3. Wielokąt gwiazdokształtny

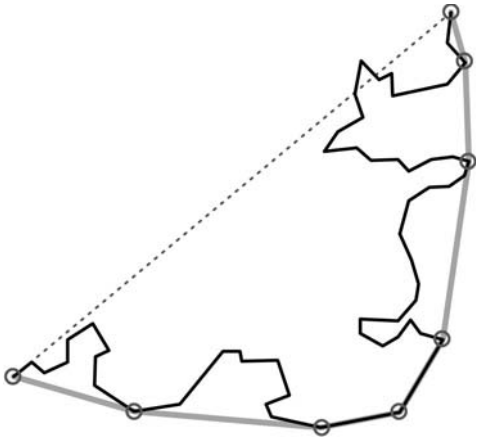


Rys. 4. Krzywa uproszczona bez (a) oraz z wykorzystaniem (b) wielokątów gwiazdokształtnych

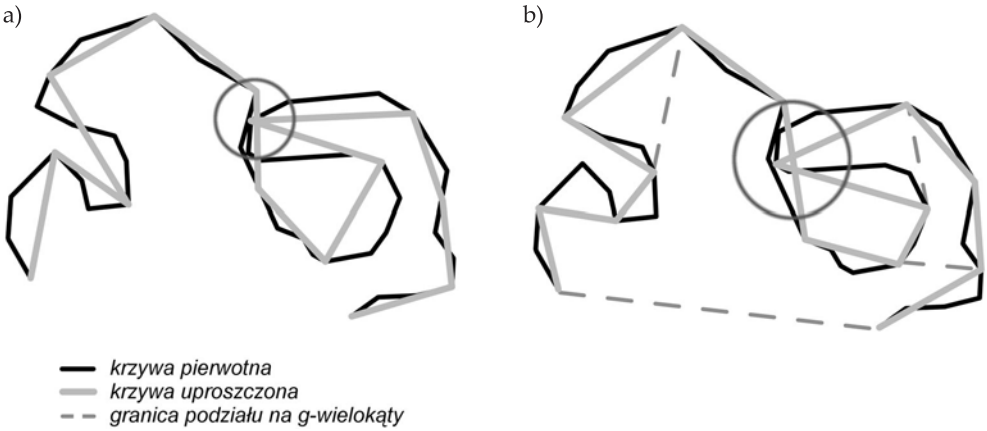
Źródło: [10]

Pojawia się tu pytanie o sposób podziału krzywej na g-wielokąty. Autorzy proponują rozwiązanie opierające się na podziale pierwotnej krzywej na segmenty (które w dalszym ciągu dzielone będą na g-wielokąty) na podstawie jej otoczki wypukłej (rys. 5). Na podstawie własnych badań autorka niniejszego opracowania przychyla się do tego sposobu, tym bardziej że oddaje on jednocześnie w pewnym stopniu cechy geomorfologii krzywej. Jeśli np. rozpatrywana będzie linia wybrzeża, metoda ta jest w stanie wskazać punkty charakte-

ryzujące krańce zatok, fiordów itp., jak również rozdzielić największe meandry rzeki. Ma to swoje walory praktyczne, ponieważ jeśli do tak wydzielonych segmentów zastosuje się metodę Chrobaka, wyróżnione punkty staną się automatycznie pierwszymi niezmiennikami procesu.



Rys. 5. Podział krzywej na segmenty z wykorzystaniem jej otoczki wypukłej



Rys. 6. Niespójności topologiczne krzywej upraszczanej globalnie (a) oraz niespójności powstałe pomiędzy upraszczanymi g-wielokątami (b)

Pozostaje jeszcze kwestia opracowania metody eliminacji przecięć, które mogą pojawić się pomiędzy wyróżnionymi g-wielokątami (rys. 6b). Sposób proponowany w [10] wymaga dalszych badań, gdyż etap ten określony jest lakonicznym zaleceniem: „test the conflicts and further refine it until the conflict is solved" (zbadaj występowanie konfliktów i oczyszczaj je aż do ich rozwiązania). Jak już wspomniano, ich rozwiązanie zgodnie z propozycją Saalfelda, z której korzystają również Wu i Marquez [10] jest nieadekwatne do potrzeb metody Chrobaka.

6. Podsumowanie

Istniejące globalne algorytmy upraszczania krzywych oparte na procedurze Douglasa–Peuckera, wśród nich także metoda Chrobaka, nie są wolne od pojawiających się niespójności topologicznych takich, jak samoprzecinanie oraz przecinanie się linii czy też zmiana położenia pewnych elementów względem siebie. Co więcej, niespójności takie mogą pojawić się w wypadku obiektów czy też elementów umieszczonych często na osobnych warstwach tematycznych. Zastosowanie podziału pierwotnej krzywej na segmenty i wielokąty gwiazdokształtne, a następnie niezależne upraszczanie takich wielokątów, umożliwia uniknięcie samoprzecięć linii. Z kolei zmianę wzajemnego położenia obiektów można zbadać za pomocą stosowanego w metodzie Chrobaka trójkąta zbudowanego na cięciwie badanego segmentu oraz jego ekstremum lokalnego. Autorka prowadzi obecnie badania, których efektem ma być zlokalizowanie, a następnie usunięcie innych niespójności topologicznych, bezpośrednich oraz względnych, związanych z rozpoznawalnością uproszczonego rysunku w skali docelowej.

Literatura

[1] Saliszczew K.A.: *Kartografia ogólna*. Warszawa, PWN 1984
[2] Ratajski L.: *Metodyka kartografii społeczno-gospodarczej*. Warszawa, Państwowe Przedsiębiorstwo Wydawnictw Kartograficznych 1973
[3] Kraak M., Ormeling F.: *Kartografia. Wizualizacja danych przestrzennych*. Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN 1998
[4] Chrobak T.: *Badanie przydatności trójkąta elementarnego w komputerowej generalizacji kartograficznej*. Kraków, UWND AGH 1999
[5] Chrobak T.: *Metoda uogólnienia linii łamanej zależna od zmiany skali mapy*. Ogólnopolskie Sympozjum Geoinformacji „Geoinformacja zintegrowanym narzędziem badań przestrzennych", Wrocław – Polanica Zdrój 15–17 września 2003
[6] Szostak M.: *Algorytmy a metoda upraszczania krzywych*. Półrocznik AGH Geodezja, t. 10, z. 1, 2004, 61–70
[7] Muller J.C.: *The Removal of Spatial Conflicts in Line Generalization*. Cartography and Geographic Information Systems, vol. 17, No. 2, 1990, 141–149
[8] Preparata F.P., Shamos M.I.: *Geometria obliczeniowa. Wprowadzenie*. Gliwice, Helion 2003
[9] Saalfeld A.: *Topologically Consistent Line Simplification with the Douglas–Peucker Algorithm*. Cartography and Geographic Information Science, vol. 26, No. 1, 1999, 7–19
[10] Wu S.-T., Marquez M.R.G.: *A non-selfintersection Douglas–Peucker Algorithm*. XVI Brazilian Symposium, Computer Graphics and Image Processing 2003, SIBGRAPI 2003, 60–66