

Józef Beluch\*, Mariusz Frukacz\*, Józef Mróz\*, Andrzej Pokrzywa\*, Tadeusz Szczutko\*

## Wyniki badań współczynnika liniowej rozszerzalności termicznej inwarowych łąt niwelacyjnych po modernizacji komory w geodezyjnym laboratorium metrologicznym AGH w Krakowie\*\*

### 1. Wprowadzenie

W Geodezyjnym Laboratorium Metrologicznym (GLM) AGH w ramach grantu KBN nr 18.25.150.677 przeprowadzono badania mające na celu modernizację stanowiska oraz opracowanie technologii wyznaczania współczynnika liniowej rozszerzalności termicznej (WLRT) inwarowych łąt do niwelacji precyzyjnej. Prace badawcze zostały poprzedzone szczegółową analizą literatury i wymianą doświadczeń z najlepszymi w tej dziedzinie placówkami w Europie (Monachium, Graz). Wykonano projekt stanowiska oraz przeprowadzono wstępne analizy dokładności. Po realizacji projektu przystąpiono do badań testowych, a po pozytywnym zakończeniu tego etapu rozpoczęto prace badawcze i usługowe. W artykule zaprezentowano wyniki przeprowadzonych badań.

### 2. Stanowisko do wyznaczania WLRT

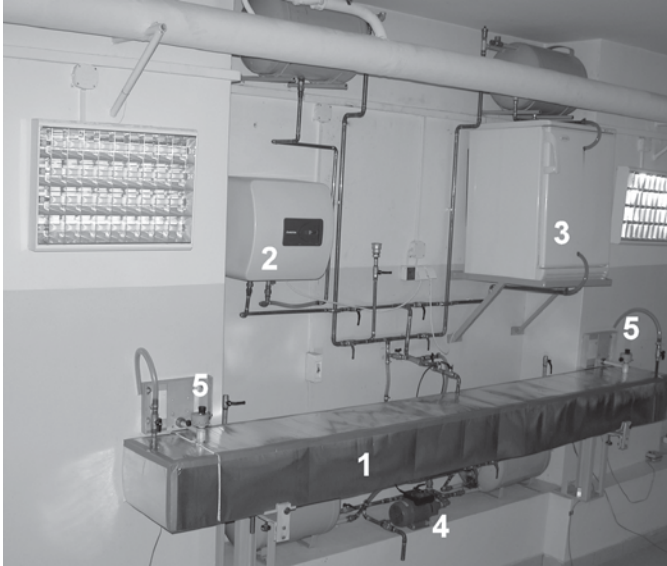
Stanowisko do wyznaczania WLRT składa się z czterech części (rys. 1). Zasadniczym elementem **układu regulacji temperatury** jest komora termiczna (1) ułożona w pozycji poziomej. Taka orientacja zapewnia równomierny rozkład temperatur w czasie pomiaru, a podparcie w punktach Bessela minimalizuje ugięcia korpusu łąty [7, 8]. Terma (2), chłodziarka (3), pompa ssąco-tłocząca (4) oraz system zbiorników i rurek umożliwiają cyrkulację płynu o zadanej temperaturze. **Układ kontroli temperatury** pozwala kontrolować temperaturę płynu krążącego w układzie oraz dzięki zastosowaniu trzech czujników termoparowych, temperaturę wstęgi inwa-

---

\* Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

\*\* Artykuł powstał w ramach grantu badawczego KBN nr 18.25.150.677

rowej łąty. Projektując **układ odczytowy zmian długości**, wykluczono możliwość zastosowania dilatometrii oraz analizy termomechanicznej (ze względu na niedostępność końców wstęgi inwarowej). Zbyt duża masa retroreflektorów interferometru oraz długi czas pomiaru (około 18 godzin) uniemożliwiły także zastosowanie bezpośredniego pomiaru interferencyjnego.



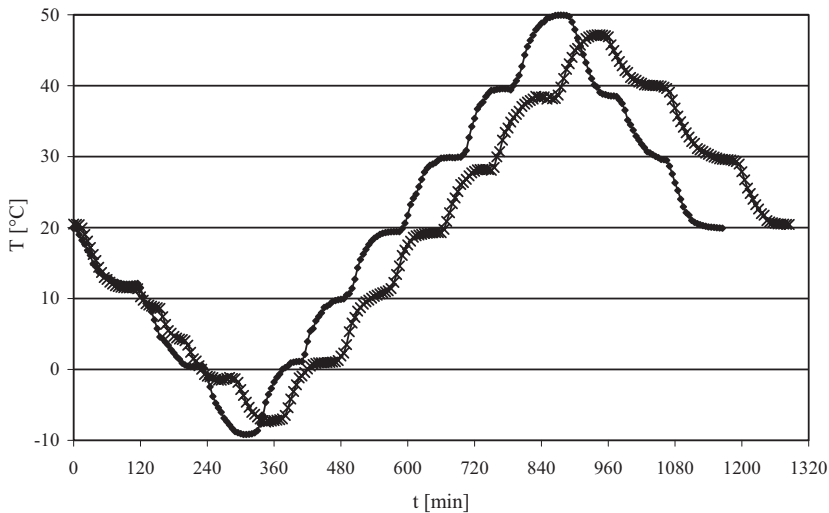
**Rys. 1.** Widok stanowiska do wyznaczania WLRT.  
Objaśnienia w tekście

Wykorzystano zatem metodę obrazowania optycznego polegającą na pomiarze zmian długości inwaru poprzez wykonywanie symultanicznych odczytów z dwóch mikroskopów spiralnych (5) zamocowanych na stałej bazie. Próby zastąpienia mikroskopów kamerami CCD nie powiodły się ze względu na niższą dokładność uzyskiwanych wyników. Wyniki pomiarów są gromadzone i przetwarzane w **układzie rejestracji danych**. Składa się on z dwóch programów (SOFTROL T8 oraz program autorski) zainstalowanych na komputerze HP.

### 3. Technologia wyznaczania i obliczania WLRT

Pomiary zmian długości oraz zmian temperatury wykonuje się sprawdzonymi i skalibrowanymi przyrządami. Konstrukcja komory umożliwia osiągnięcie temperatury wstęgi inwarowej w zakresie  $-10^{\circ}\text{C}$ ÷ $50^{\circ}\text{C}$  (rys. 2), jednakże zakres temperatur,

przy których jest wyznaczany współczynnik liniowej rozszerzalności termicznej wstęgi inwarowej łąty, powinien być dostosowany do zakresu temperatur, przy których wykonywana jest niwelacja. Instrukcja techniczna G-2 [5] dopuszcza pomiar niwelacji I klasy dokładnościowej w temperaturach powietrza od 0°C do +25°C. Jednak przy pomiarze w dni słoneczne (co nie jest zalecane) temperatura taśmy inwarowej może być wyższa od temperatury otoczenia o kilka, a nawet kilkanaście stopni. W związku z tym ustalono zakres temperatur w czasie badań laboratoryjnych od 0°C do +40°C.



Rys. 2. Wyniki dwukrotnego wyznaczenia zakresu temperatur

Dla tego zakresu stosuje się sześć progów termicznych w cyklu 20°C, 10°C, 0°C, 10°C, 20°C, 30°C, 40°C, 30°C, 20°C. Wielkościami obserwowanymi dla każdego progu termicznego są temperatura taśmy inwarowej łąty oraz zmiany długości zakresu pomiarowego. Przed oraz po zakończeniu pomiaru wykonuje się pomiar rozstawu mikroskopów. Na podstawie odczytów z mikroskopów obliczane są różnice  $\Delta d_i$  długości wstęgi inwarowej względem położenia początkowego (pomiar różnicowy nie są obarczone niepewnością wyznaczenia długości bazy). Interesujące nas zmiany względne długości obliczymy ze wzoru

$$l_i = \frac{\Delta d}{d_1} \quad (1)$$

gdzie  $d_1$  jest całkowitą długością początkową badanego zakresu.

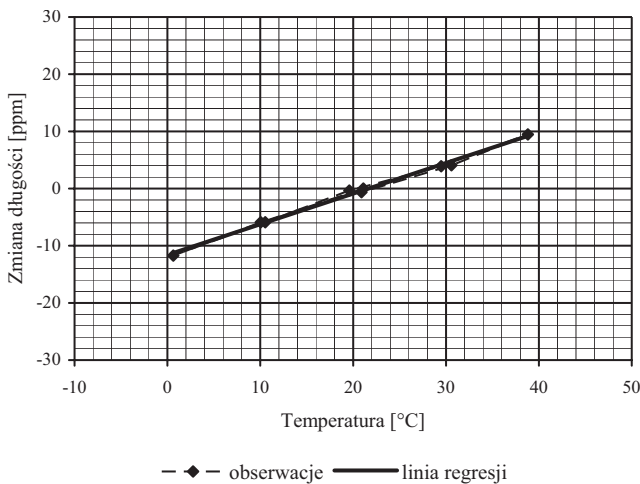
Przy każdym  $i$ -tym progu temperatura wstęgi jest obliczana jako średnia  $t_i$  liczona ze wskazań trzech czujników. Dla pomierzonych wielkości można ułożyć zależność

$$l_i = \alpha(t_i - t_0) \quad (2)$$

w której przez  $\alpha$  oznaczono współczynnik rozszerzalności termicznej inwaru, a  $t_0$  jest temperaturą początkową wstęgi inwarowej łąty. Obserwacje obarczone są pewnym błędem losowym  $v_i$ , który traktujemy jako niezależną zmienną losową o rozkładzie normalnym o zerowej wartości oczekiwanej i wariancji  $\sigma^2$ . Zakładając liniowy charakter obserwowanych zmian długości, wprowadzając oznaczenia  $\alpha = a_1$ ,  $\Delta t = t_i - t_0$  i dodając niewiadomą stałą układu  $a_0$ , równanie możemy zapisać jako

$$v_i = a_0 + a_1 \cdot \Delta t_i - l_i, \quad (3)$$

dzięki czemu uzyskujemy typowy model regresji liniowej o nieznanach parametrach  $a_0$  i  $a_1$  oraz zmiennej niezależnej  $\Delta t_i$  i zależnej  $l_i$ . Rozwiązując powyższy układ równań metodą najmniejszych kwadratów, uzyskujemy wartość  $\hat{a}_1$ , która jest poszukiwaną wielkością współczynnika liniowej rozszerzalności termicznej, uwzględnianą następnie podczas wyznaczania poprawek termicznych do mierzonych przewyższeń. Wartość parametru  $\hat{a}_0$  określa stałą poprawkę układu pomiarowego, która jest bez znaczenia dla rozwiązywanego zadania ze względu na różnicowy charakter pomiaru. Przeprowadzana jest także stosowna analiza niepewności wyznaczenia współczynnika oraz generowany wykres (rys. 3) prezentujący zależność względnych zmian długości od zmian temperatury wstęgi inwarowej łąty.



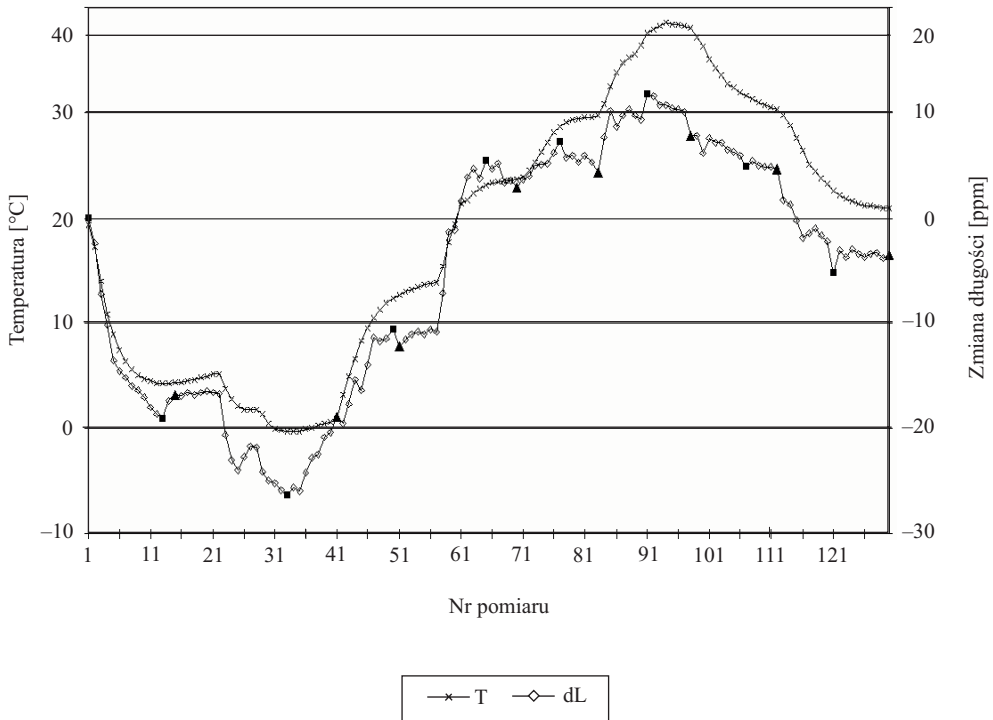
Rys. 3. Wykres względnych zmian długości dla łąty TOPCON 51113

Ostatecznym efektem jest sporządzenie dla badanej łąty świadectwa wyznaczenia współczynnika liniowej rozszerzalności termicznej, które zawiera następujące informacje: długość zakresu pomiarowego, stosowany cykl termiczny, uzyskane wartości temperatury i wydłużenia, wyniki wyrównania, prezentację graficzną oraz wartość współczynnika wraz z niepewnością jego wyznaczenia. Należy podkreślić, że wraz z modernizacją stanowiska oraz opracowaniem odpowiedniej technologii pomiaru i obliczania WLRT, w znaczny sposób zmniejszono niepewność wyznaczenia wartości  $\hat{\alpha}_l$ . Wynosi ona  $0,01 \pm 0,05$  ppm/ $^{\circ}\text{C}$  dla nowych łąt kodowych,  $0,05 \pm 0,10$  ppm/ $^{\circ}\text{C}$  dla łąt kodowych użytkowanych w terenie oraz  $0,07 \pm 0,15$  ppm/ $^{\circ}\text{C}$  dla klasycznych łąt kreskowych w drewnianych obudowach. Uzyskiwana niepewność jest z reguły o ponad rząd wielkości mniejsza niż wartość współczynnika liniowej rozszerzalności termicznej wstęgi inwarowej łąty.

#### 4. Główne problemy badawcze związane z wyznaczaniem WLRT

Prowadzone od wielu lat badania nad WLRT łąt inwarowych pozwoliły wyodrębnić kilka podstawowych zjawisk, które mogą w znaczny sposób wpływać na wyznaczane wartości i czasami prowadzić do całkowitego wypaczenia uzyskiwanych wyników. Zasadniczym problemem, który należy mieć na uwadze podczas wyznaczania WLRT wstęgi inwarowej łąt, jest zjawisko nazywane anomalią termiczną inwaru. Zauważone już na początku XX wieku przez francuskiego noblistę Charlesa Edouarda Guillaume'a (1861–1938) [4, 6] nie doczekało się, jak do tej pory, szczegółowego opracowania w literaturze geodezyjnej (rozważania na ten temat można znaleźć w [1–3]). Anomalia zmian długości inwaru polega na znacznie większym wydłużeniu przymiaru podczas gwałtownego podgrzewania niż miałoby to miejsce przy zmianach bardzo powolnych. Po ustabilizowaniu się temperatury przymiar przez pewien czas skraca się aż do osiągnięcia długości wynikającej z wartości WLRT. Przy gwałtownym ochładzaniu przymiaru następuje zjawisko odwrotne. Zależność powyższą można zaobserwować także podczas badania łąt niwelacyjnych w komorze termicznej. By prześledzić wpływ anomalii na wyznaczaną wartość WLRT, przeprowadzono stosowne badania, których wyniki zaprezentowano na rysunku 4.

Na wykresie wypełnionymi kwadratami zaznaczono punkty, w których występowało lokalne ekstremum wydłużenia, po czym przy stabilnej temperaturze w układzie następowało stopniowe skracanie lub wydłużanie się inwaru. Wypełnionymi trójkątami przedstawiono punkty, w których stabilizowała się długość wstęgi inwarowej. Oznacza to, że w zależności od momentu wykonania odczytów przyjmowanych do dalszych obliczeń może zmienić się wartość współczynnika liniowej rozszerzalności termicznej.



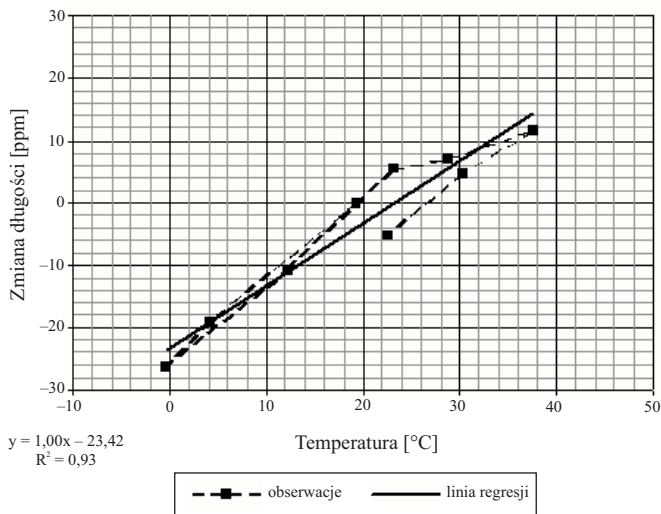
**Rys. 4.** Zmiany długości i temperatury wstęgi inwarowej w czasie wyznaczania WLRT (Leica 27119)

Dla zaprezentowanego przykładu dwukrotnie wyliczono wartość WLRT: przed i w momencie stabilizacji inwaru (rys. 5 i 6).

W podanym przykładzie wartość współczynnika zmieniła się z  $(1,01 \pm 0,09)$  ppm/°C na  $(0,77 \pm 0,09)$  ppm/°C, a więc aż o  $0,24$  ppm/°C, co jest wielkością prawie trzy razy większą niż niepewność wyznaczenia WLRT. Zaobserwowano także przypadki, w których zmiana wartości współczynnika po stabilizacji wynosiła aż  $0,50$  ppm/°C.

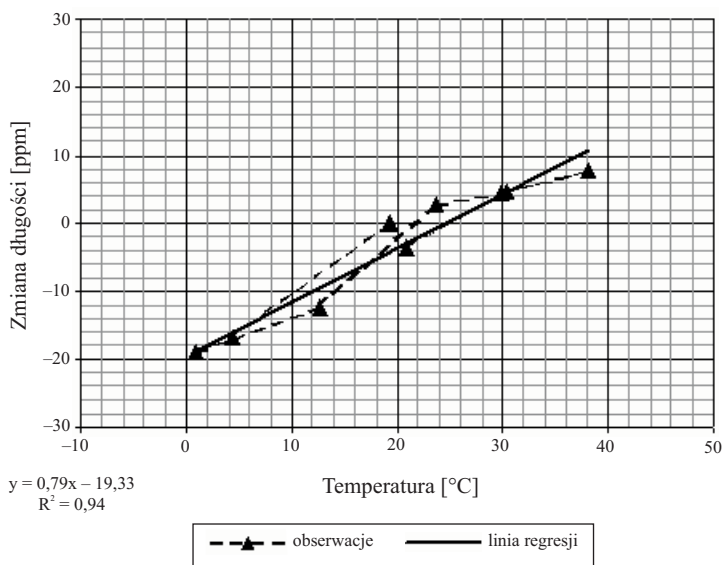
Analizując krzywe rozszerzalności termicznej inwaru, należy zauważyć, że jedynie w bardzo wąskich przedziałach temperatur zmiany długości powodowane wpływami termicznymi mogą zostać uznane za liniowe. Przyjęty w geodezji sposób wprowadzania poprawek termicznych zakłada liniowy charakter zmian, co często nie znajduje potwierdzenia podczas wyznaczania WLRT wstęgi inwarowej łat do niwelacji precyzyjnej (rys. 7).

Wykres zmian długości



Rys. 5. Względne zmiany długości wstęgi inwarowej w czasie wyznaczania WLRT (Leica 27119) – przed stabilizacją

Wykres zmian długości



Rys. 6. Względne zmiany długości wstęgi inwarowej w czasie wyznaczania WLRT (Leica 27119) – po stabilizacji





W tabeli 1 zestawiono dla każdej łąty wielkości wyznaczone w obu instytucjach. By umożliwić porównanie z wielkościami uzyskanymi w FGI, w ostatniej kolumnie zamieszczono wartość współczynnika wyznaczoną w GLM AGH obliczoną z zakresu temperatur 10–30°C.

**Tabela 1.** Porównanie WLRT wyznaczonego w FGI i GLM AGH

Numer łąty	FGI Zakres 10-30°C	GLM AGH Zakres 0-40°C	GLM AGH Zakres 10-30°C
16316	0,68±0,05	0,60±0,05	0,70±0,07
16317	0,60±0,04	0,69±0,09	0,66±0,01

Analizując otrzymane wyniki, można stwierdzić, że różnice wartości WLRT nie przekraczają niepewności ich wyznaczenia. Jeżeli porównamy współczynniki obliczone dla tych samych zakresów temperatur, zgodności są jeszcze większe.

## 6. Wnioski

Wykonywane co pięć lat badania WLRT łąt niwelacyjnych wykazują znaczną zmienność jego wartości. Różnice względem pomiaru początkowego sięgają nawet 0,40 ppm/°C, co potwierdza konieczność okresowego wyznaczania wielkości WLRT, nakładaną na wykonawców także przez instrukcje techniczne. Ze względu na występujące różnice wartości współczynników łąt w komplecie należy badać także łąty nowe. Wbrew pojawiającym się opiniom, nie można przyjąć dla danego typu łąt wartości średniej WLRT. Obserwowane zakresy wartości współczynników wynoszą bowiem: dla łąt kreskowych 0,09÷1,60 ppm/°C (a w przypadkach ekstremalnych osiągają nawet wartość 2.50 ppm/°C), dla łąt kodowych 0,04÷1,00 ppm/°C. W czasie prowadzonych wyznaczeń wartości WLRT należy uwzględniać anomalie zmian długości inwaru zarówno w procesie pomiarowym, jak również obliczeniowym. Niezbędna jest także analiza każdego przypadku pod kątem charakteru krzywej termicznej (nieliniowość zmian długości) i ewentualne zaproponowanie odpowiedniego równania umożliwiającego właściwe obliczenie poprawki termicznej.

Modernizację stanowiska do wyznaczanie WLRT należy uznać za pomyślną. Dzięki zastosowanym rozwiązaniom udało się w znacznym stopniu zautomatyzować proces pomiarowy i obliczeniowy, zwiększyć stabilność termiczną układu, a także rozszerzyć zakres temperatur możliwych do uzyskania w układzie. W chwili obecnej jedynie Geodezyjne Laboratorium Metrologiczne AGH ma możli-

wość wyznaczania wartości WLRT także w temperaturach ujemnych. Opracowana technologia pomiaru minimalizuje wpływy anomalii inwaru a także pozwala badać charakter zmian długości pod wpływem temperatury. Wyznaczane wielkości obarczone są także niewielką niepewnością  $-0,01 \pm 0,10$  ppm/°C.

## Literatura

- [1] Frukacz M., Markiewicz M.: *Badanie precyzyjnych łat niwelacyjnych w aspekcie pomiarów sieci wysokościowych I i II klasy*. Wydział GGIŚ AGH, Kraków 2000 (praca dyplomowa).
- [2] Frukacz M., Markiewicz M., Mróz J., Pokrzywa A., Szczutko T.: *Wyznaczenie współczynnika rozszerzalności termicznej precyzyjnych łat niwelacyjnych w Komparatorium Geodezyjnym AGH w Krakowie*. Geodezja, t. 6, z. 2, 2000, s. 91–111.
- [3] Frukacz M.: *Badania nad wyznaczaniem i wprowadzaniem poprawki termicznej oraz kalibracyjnej do wyników niwelacji precyzyjnej*. Technical Sciences, Supplement 2, Publisher UWM Olsztyn 2000, s. 283–292.
- [4] Guillaume Ch.-E.: *Invar and alinvar*. Nobel Lecture, 1920.
- [5] Instrukcja techniczna G-2.
- [6] Jasnorzewski J.: *Metrologia długości*. PPWK, Warszawa 1959.
- [7] Kalinowska B.: *Niektóre problemy komparacji i badania precyzyjnych łat niwelacyjnych*. Geodezja i Kartografia, t. 17, z. 3, 1978, s. 179–210.
- [8] Maurer W.: *Kalibrierung geodaetischer Messinstrumente*. Ingenieurvermessung, München 2000.