

Mariusz Figurski\*, Krzysztof Kroszczyński\*

## Refrakcja troposferyczna w świetle meteorologicznych mezoskalowych modeli prognostycznych

### 1. Wstęp

Precyzyjne wyznaczanie położenia techniką GPS musi uwzględniać korekcie pomiarów związane z oddziaływaniem atmosfery na propagację fali promieniowania elektromagnetycznego od satelity do odbiornika. Atmosfera wpływa na pomiary dwojako. Po pierwsze wolne elektrony górnych warstw atmosfery powodują refrakcję jonosferyczną (w artykule nie omawia się tego zjawiska) po drugie wpływ ciśnienia, temperatury i wilgotności spowalnia sygnał, co w konsekwencji sprawia, że rzeczywista droga promieniowania od satelity do odbiornika jest dłuższa niż droga geometryczna. Zjawisko to nazywane jest refrakcją troposferyczną lub opóźnieniem troposferycznym. Ze względu na niedyspersyjność troposfery dla fal o częstotliwościach GPS nie można wyeliminować wpływu tego zjawiska na czas propagacji sygnału, dlatego wprowadza się różne modele refrakcji. Obecnie główną rolę pełnią w nich opóźnienia troposferyczne wyznaczane dla sygnałów pochodzących z kierunku zenitu – ZTD (*Zenith Total Delay*). Tzw. funkcje odwzorowujące opóźnienie zenitalne, wykorzystuje się do wyznaczenia opóźnienia skośnego – STD (*Slant Total Delay*), tj. opóźnienia dla dowolnego kierunku obserwacji satelitów GPS. Współczynniki tych funkcji są wyznaczane na podstawie danych klimatycznych lub pomiarów parametrów meteorologicznych na poziomie anteny stacji. Taki pośredni sposób określenia STD jest obarczony dużym błędem zwłaszcza dla satelitów o małych kątach elewacji. Podstawową przyczyną jest tutaj nieuwzględnienie anizotropowego rozkładu wilgotności atmosfery na drodze sygnału mikrofalowego. Dlatego też zwrócono uwagę na możliwość wyznaczania opóźnień czasowych na podstawie danych meteorologicznych dostarczanych przez prognostyczne modele pogody. Jedne z pierwszych badań w tym kierunku były przeprowadzone przez A. Niella [1]. Funkcje Niella (*Niell Mapping Functions*) są najbardziej rozpowszechnionymi funkcjami odwzorowującymi. W tym przypadku współczynniki funkcji

---

\* Wydział Inżynierii Lądowej i Geodezji, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

uzyskano empirycznie na podstawie modelu atmosfery standardowej (US Standard Atmosphere 1966). Następnie A. Niell [2] wyznaczył tzw. izobaryczne funkcje odwzorowujące IMF (*Isobaric Mapping Functions*) w oparciu o numeryczny model pogody NCEP (*National Center for Environmental Prediction*). W ostatnich latach prowadzono badania (artykuły z 2006) nad troposferycznymi funkcjami odwzorowującymi [3, 4], wykorzystując dane modelu Europejskiego Centrum Prognoz Średnioterminowych (ECMWF – *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts*). Współczynniki tych funkcji VMF (*Vienna Mapping Functions*) wyznacza się, stosując procedury najmniejszych kwadratów. Danymi wejściowymi tych procedur są wartości opóźnienia skośnego STD uzyskane metodą promienia [5]. STD wyznacza się w odstępach sześciogodzinnych dla ustalonego zbioru kątów elewacji, pól temperatury i wilgotności dla piętnastu poziomów ciśnieniowych i dwu rodzajów siatek globalnej:  $2,5^\circ \times 2,0^\circ$  oraz lokalnej:  $0,25^\circ$ . Ze względu na czasochłonność obliczeń w przypadku siatki  $0,25^\circ$  funkcje VFM oblicza się dla wybranych położeń stacji. Podobne w pracy R. Eresmaa i H. Jarvinena Fińskiego Instytutu Meteorologii [6] zdefiniowano tzw. operator obserwacyjny służący do wyznaczania opóźnienia skośnego STD. Wykorzystuje się w tym przypadku model HIRLAM (*High Resolution Limited Area Model*). HIRLAM jest modelem hydrostatycznym nieuwzględniającym przyspieszeń ruchów pionowych. Parametry stanu atmosfery wyznaczone są na 31 lub 40 poziomach hybrydowych (ciśnieniowo-wysokościowych). Model ten pracuje w oparciu o warunki graniczne dostarczane przez ECMWF.

## 2. Pole refrakcji atmosferycznej

Wyznaczenie opóźnienia troposferycznego STD jest związane ze znajomością trajektorii (drogi)  $L_s$ , jaką pokonuje sygnał GPS od satelity do odbiornika i określonego w każdym punkcie trajektorii współczynnika załamania atmosfery  $n$ . Z definicji

$$L_s = \int n ds \quad (1)$$

gdzie:

- $n = c / v$  – współczynnik załamania atmosfery,
- $v = ds / dt$  – prędkość propagacji,
- $c$  – prędkość światła w próżni,
- $dt, ds$  – elementarne przyrosty czasu i drogi  $s$  fali elektromagnetycznej.

Odległość  $L_s$  jest większa niż odległość geometryczna  $L_g$  między satelitą a odbiornikiem, dlatego tę różnicę drogi można opisać zależnością

$$\delta T = L_s - L_g = \int n ds - \int dl \quad (2)$$

gdzie:

$\delta T$  – opóźnienie całkowite,

$dl$  – przyrost różniczkowy drogi fali elektromagnetycznej w próżni.

Wyrażenie dla  $\delta T$  można zapisać następująco

$$\delta T = \underbrace{\int (n-1) ds}_{STD} + \underbrace{\int ds - \int dl}_B \quad (3)$$

gdzie STD i B to opóźnienia troposferyczne i geometryczne.

Opóźnienie geometryczne B jest spowodowane ugięciem trajektorii  $s$ . Ma ono znaczący wkład w  $\delta T$  w przypadku niskich satelitów. Wprowadzając pojęcie współczynnika refrakcji

$$N = (n - 1) \cdot 10^6 \quad (4)$$

opóźnienia troposferyczne STD definiuje się następująco

$$STD = \int (n - 1) ds = 10^{-6} \int N ds \quad (5)$$

W zakresie częstotliwości promieniowania mikrofalowego  $N$  opisuje zależności

$$N = k_1 \frac{p_d}{T} Z_d^{-1} + k_2 \frac{e}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{e}{T^2} Z_w^{-1} \quad (6)$$

gdzie:

$p_d = p - e$ ,  $e = qp / (0,622 + 0,378q)$  – ciśnienie parcjalne,

$Z_d$  i  $Z_w$  – współczynniki ściśliwości powietrza suchego i pary wodnej,

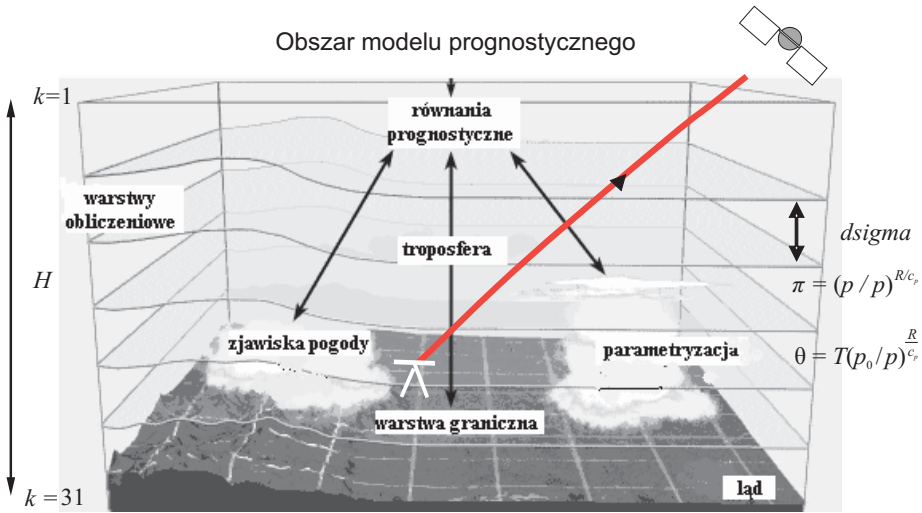
$p$ ,  $T$ ,  $q$  – ciśnienie, temperatura i wilgotność właściwa powietrza atmosferycznego,

$k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  – współczynniki określone doświadczalnie [7].

W przypadku realizowanej pracy parametry stanu atmosfery  $p$ ,  $T$  i  $q$  pochodzą z niehydrostatycznego modelu mezoskalowego COAMPS – NRL (*Coupled Ocean/Atmosphere Mesoscale Prediction System – Naval Research Laboratory*). Dyskretne siatki obliczeniowe w tym współrzędna pionowa

$$\sigma = H(z - z_s) / (H - z_s) \quad (7)$$

są związane z powierzchniami naśladującymi ukształtowanie powierzchni ziemi (rys. 1). Obliczenia są realizowane w odwzorowaniu równoodległościowym Lamberta (w tym odwzorowaniu siatka obliczeniowa jest prostokątna). Parametr  $H$  jest wysokością atmosfery (31,50 km ~ 10 hPa),  $z_s$  odpowiada wysokości terenu w węźle ( $i, j, k = 31$ ) siatki obliczeniowej.



Rys. 1. Obszar roboczy modelu mezoskalowego. Stan atmosfery opisano parametrami określonymi w węzłach dyskretnej, przestrzennej siatki obliczeniowej

Grubość warstwy między dwoma poziomami modelu określa parametr *sigma* (rys. 1). Zmienne prognostyczne: temperatura potencjalna  $\theta$ , ciśnienie Exnera  $\pi$ , wilgotność właściwa  $q$  itd. są określone w połowie odległości między dwoma sąsiednimi poziomami – *sigma*. Liczba poziomów *sigma* jest ograniczona. W artykule użyto ich 31.

### 3. Interpolacja pola refrakcji troposferycznej

Ze względu na krzywoliniowość powierzchni modelu, trójwymiarowe pole refrakcji interpolowano na powierzchni względem siebie równoległe (rys. 2).

Zastosowano schemat liniowy:

$$n_{i,j,n}^{\bar{}} = n_{i,j,k-1} + w * (n_{i,j,k} - n_{i,j,k-1}) \quad (8)$$

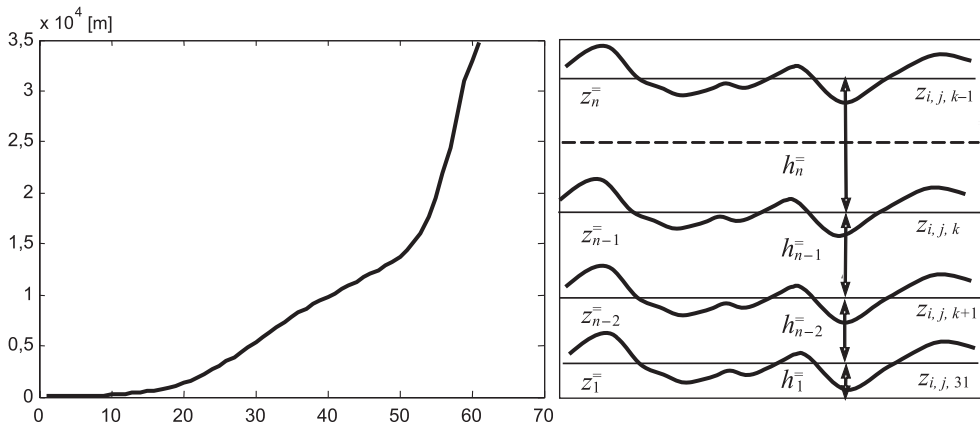
$$w = (z_n^{\bar{}} - z_{i,j,k-1}) / (z_{i,j,k} - z_{i,j,k-1})$$

gdzie:

$n$  i  $n^{\bar{}}$  – pole refrakcji (współczynnika załamania) i pole interpolowane na powierzchni równoległe,

$z_{ijk}$  – wysokość  $k$ -tej powierzchni modelu mezoskalowego,

$z_n^{\bar{}}$  – wysokość  $n$ -tej powierzchni równoległej.



Rys. 2. Rozkład wysokości powierzchni równoległych. Odstępny między powierzchniami wzrastają wraz ze wzrostem wysokości, co odpowiada mniejszej zmienności pól atmosferycznych górnych warstw atmosfery.

Następnie w celu określenia pola refrakcji w każdym punkcie obszaru modelu wykorzystano interpolację trójliniową

$$n_{xyz} = n_{000}(1-x)(1-y)(1-z) + n_{000}x(1-y)(1-z) + n_{010}(1-x)y(1-z) + \quad (9)$$

$$+ n_{001}(1-x)(1-y)z + n_{101}z(1-y)z + n_{011}(1-z)yz + n_{110}xy(1-z) + n_{111}xyz$$

gdzie:

- $n_{xyz}$  – refrakcja w punkcie  $(x, y, z)$ ,
- $n_{000}, \dots, n_{111}$  – refrakcja w węzłach odpowiadających wierzchołkom wybranej komórki leżącej między powierzchniami równoległymi.

Ponieważ  $n_{xyz}$  jest funkcją wielomianową można łatwo wyznaczyć potrzebny do określenia trajektorii fali elektromagnetycznej wektor gradientu refrakcji  $\Delta n$ . Trajektorie te wyznaczano z wynikającego z równania eikonału [5] układu równań promienia:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{r}}{ds} = \frac{1}{n(\vec{r})} \vec{v} \\ \frac{d\vec{v}}{ds} = \nabla(\vec{r}) \end{cases} \quad (10)$$

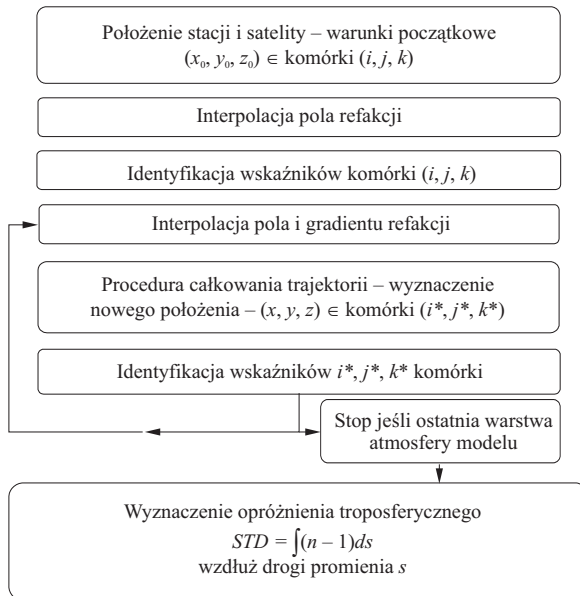
gdzie:

- $s$  – droga wzdłuż promienia tj. trajektorii parametryzowanej wektorem  $\vec{r} = [x(t), y(t), z(t)]$  określonym względem wybranego punktu odniesienia na przykład położenia stacji GPS,
- $\vec{v}$  – wektor styczny do trajektorii w punkcie.

Układ ten rozwiązywano dla znanego pola refrakcji i warunku początkowego związanego z położeniem stacji GPS i kątem elewacji widocznego z tego położenia satelity. Z postaci układu równań wynika, że długość  $s$  trajektorii, jednocześnie wartość całkowitego opóźnienia troposferycznego są uzależnione od niejednorodności przestrzennej współczynnika załamania (refrakcji) i jego gradientu.

#### 4. Algorytm wyznaczania STD

W celu wyznaczenia drogi promienia i związanej z nią opóźnienia troposferycznego skonstruowano algorytm rekurencyjny (rys. 3). Warunek początkowy jest określony położeniem stacji i wybranego satelity. Definiuje on również startową komórkę modelu mezoskalowego (podprogram identyfikacji komórek siatki obliczeniowej).

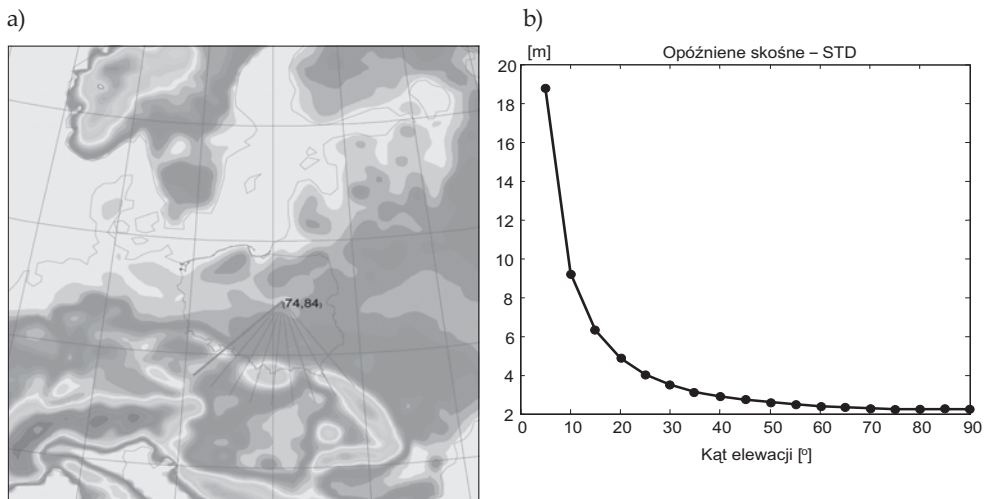


Rys. 3. Rekurencyjny algorytm wyznaczania drogi promienia i opóźnienia STD

Ponieważ pole współczynnika refrakcji jest znane – interpolowano je wcześniej z siatki modelu do siatki związanej z płaszczyznami równoległymi – uruchamiany jest podprogram interpolacji trójliniowej. Podprogram ten wyznacza przestrzenną funkcję refrakcji dla komórki startowej. Wielomianowa postać tej funkcji umożliwia obliczenie refrakcji i gradientu refrakcji w każdym punkcie tej komórki w tym w punkcie początkowym.

Kolejnym etapem algorytmu jest procedura wyznaczania trajektorii. Procedura ta całkuje układ równań różniczkowych promienia. Wykorzystuje się tutaj metody typu Rungego–Kutty np. Rungego–Kutty–Felberga, z automatycznym wyborem wartości kroku całkowania, lub metodę naprzemiennych kierunków – ADI (*Alternating Direction Implicit*). Po wyznaczeniu nowego punktu trajektorii ponownie identyfikuje się komórkę siatki obliczeniowej, interpoluje pole, oblicza refrakcję i jej gradient, wyznacza nowe położenie procedurą całkowania (rekurencja), aż do momentu opuszczenia modelowej atmosfery. Znając współrzędne punktów promienia i wartości refrakcji w tych punktach można wyznaczyć, stosując procedury całkowania numerycznego wartość opóźnienia skośnego STD.

Efekt praktycznej realizacji algorytmu pokazano na rysunku 4, który ilustruje okno programu skonstruowanego przez autorów i wchodzącego w skład modułu obsługi modelu COAMPS. W tabeli 1 podano wartości opóźnienia troposferycznego STD dla wybranych kątów elewacji punktu zobrazonego na rysunku 4a.



**Rys. 4.** Przykład praktycznej realizacji algorytmu wyznaczania drogi promienia i opóźnienia STD: a) obszar roboczy modelu mezoskalowego; b) wykres opóźnienia skośnego dla punktu (stacji GPS) wybranego w obszarze roboczym

**Tabela 1.** Wartości opóźnienia troposferycznego STD dla wybranych kątów elewacji dla punktu zaznaczonego na rysunku 4a

|                   |       |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------------------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\varepsilon$ [°] | 5     | 10   | 15   | 20   | 25   | 30   | 35   | 40   | 45   |
| STD [m]           | 18,63 | 9,24 | 6,28 | 4,85 | 4,04 | 3,51 | 3,14 | 2,90 | 2,71 |
| $\varepsilon$ [°] | 50    | 55   | 60   | 65   | 70   | 75   | 80   | 85   | 90   |
| STD [m]           | 2,57  | 2,47 | 2,39 | 2,33 | 2,29 | 2,25 | 2,23 | 2,22 | 2,21 |

## 5. Podsumowanie

Wynikiem pracy jest prototyp algorytmu wyznaczania opóźnienia skośnego STD w oparciu o dane stanu atmosfery modelu mezoskalowego COAMPS. Opóźnienie to można określić dla dowolnego położenia stacji GPS w obszarze roboczym modelu i kąta elewacji widocznego z tego punktu satelity. Algorytm umożliwia między innymi badanie charakterystyk kątowych (kąta elewacji) opóźnienia STD dla różnych warunków atmosferycznych.

## Literatura

- [1] Neil A. E.: *Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths*. Journal of geodesy Research 101(B2), 1996, 3227–3246.
- [2] Neil A. E.: *Preliminary evaluation of atmospheric mapping functions based on numerical weather models*. Physics and Chemistry of the Earth A(26), 2001, 475–480.
- [3] Boehm J., Niell A.E., Tregoning P., Schuh H.: *Global Mapping Functions (GMF): A new empirical mapping function based on numerical weather model data*, Geoph. Res. Letters, Vol. 33, 2006.
- [4] Boehm J., Werl B., Schuh H.: *Troposphere mapping functions for GPS and very long baseline interferometry from European Centre for Medium-Range Weather Forecasts operational analysis data*, J. Geophys. Res., 2006, 111.
- [5] Zou X., Vandenberghe F., Wang B., Gorbunov M.E., Kuo Y. and co-authors: *A ray-tracing operator and its adjoint for the use of GPS/MET refraction angle measurements*. J. Geophys. Res. 104(D18), 1999, 22301–22318.
- [6] Reima Eresmaa, Heikki Jarviven: *An observation operator for Ground-based GPS slant delays*, Tellus, 58A, 2006, 131–140 .
- [7] Bevis M., Businger S., Chiswell S., Hering T.A., Anthes R.A. and co-authors: *GPS meteorology: mapping zenith wet delays onto precipitable water*. J. Appl. Meteorology. 33, 1994, 379–386.