

Rafał Gawałkiewicz\*

## **Przykład zastosowania skaningu laserowego w inwentaryzacji i monitoringu wysokich obiektów przemysłowych\*\***

### **1. Wstęp**

Liczba producentów nowoczesnego w pełni automatycznego sprzętu geodezyjnego wciąż rośnie. Wzrasta także liczba modeli charakteryzujących się odmiennymi parametrami technicznymi, w tym zasięgiem i zakresem pomiarowym (np. polem widzenia). Już dziś szereg prac inwentaryzacyjnych i kontrolnych na etapie realizacji inwestycji wykonuje się z wykorzystaniem nowoczesnych tachimetrów skanujących i skanerów laserowych. Urządzenia te są szczególnie przydatne do dokumentowania skomplikowanych struktur i geometrii obiektów (niedefiniowalnych matematycznie) o wyjątkowym znaczeniu gospodarczym, historycznym oraz do monitoringu ich stanu.

Pomimo wielu zalet wysoka cena zautomatyzowanych instrumentów laserowych (bezwierciadlanych) uniemożliwia wciąż ich upowszechnienie się w Polsce. Ten rodzaj techniki gwarantuje jednak:

- znaczące pokrycie skanowanego obiektu obserwacjami, pozwalającymi uzyskać rzetelne odwzorowanie jego geometrii, nawet w przypadku bardzo skomplikowanej budowy;
- wysoką precyzję danych otrzymywanych z pomiarów oraz nowoczesną formę ich prezentacji;
- minimalizację wpływu błędów na uzyskiwane wielkości (obserwacje) w związku z ograniczeniem roli użytkownika, także na etapie opracowania finalnego dokumentacji geodezyjnej, za sprawą częściowej lub pełnej automatyzacji procesu skanowania i obróbki danych;
- krótki czas realizacji inwentaryzacji wybranych obiektów dzięki zwiększeniu wydajności pomiarów i opracowania wyników;

---

\* Katedra Ochrony Terenów Górniczych, Geoinformatyki i Geodezji Górniczej, Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

\*\* Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN 4 T12E 05729

- zmniejszenie uciążliwości pomiarów (zwłaszcza w kopalniach), przy jednoczesnym zwiększeniu bezpieczeństwa pracy;
- ograniczenie kolizyjności pomiarów geodezyjnych z funkcjonowaniem mierzonego obiektu;
- obniżenie kosztów robót oraz wzrost efektywności ekonomicznej;
- szybki stopień amortyzacji w przypadku wykorzystania tego rodzaju instrumentów w kompleksowych pracach inwentaryzacyjnych, w tym w kopalniach.

Uzyskiwanie wielopunktowych zbiorów przestrzennych danych pomiarowych wymaga na etapie obróbki wykorzystywania specjalistycznego oprogramowania pozwalającego na ich zamianę na prostszą postać bryłową lub płaszczyznową powszechnie nazywaną modelowaniem przestrzennym (rys. 2). Matematyczna analiza danych polega zatem na wpasowaniu (np. metodą najmniejszych kwadratów) w wydzielone grupy punktów modeli brył prostych (walce, sześciiany, stożki), figur prostych (okręgi) lub płaszczyzn. W praktyce istnieje szereg sposobów obróbki danych punktowych, z których jeden został szczegółowo przedstawiony w artykule.

W artykule zaprezentowano jeden z algorytmów wykorzystania danych skaningowych do wyznaczenia stopnia deformacji bryły zabytkowego, ceglano-komina (zlokalizowanego na obszarze górniczym i poddanego wpływom eksploatacji górniczej) oraz stworzenia modelu przestrzennego 3D wraz z jego końcową wizualizacją.

## 2. Charakterystyka inwentaryzowanego komina

Prezentowany w publikacji algorytm analizy punktowych danych służących do wyznaczenia wychylenia obiektu oraz jego rzeczywistego modelu przestrzennego przedstawiono na przykładzie inwentaryzacji zabytkowego murowanego komina (z cegły ceramicznej pełnej na zaprawie cementowo-wapiennej) zlokalizowanego na terenie zlikwidowanej Kopalni Soli „Bochnia” (rys. 1). Nieczynny w chwili obecnej komin ceglany (będący pozostałością po maszynowni zlikwidowanego zakładu górniczego), o wysokości  $H = 45,40$  m (wysokość wyznaczona pomiędzy górną krawędzią korony komina i podstawą otworu wyczystkowego), stanowił doskonałe pole testowe dla określenia metodyki analizy danych i opracowania dokumentacji w nowoczesnej trójwymiarowej formie, a także określenia rzeczywistej dokładności techniki skaningu laserowego.

Bryła komina składa się z części:

- dolnej – czopuchowej, w formie prostopadłościanu o podstawie  $6,55 \times 6,55$  m i wysokości 3,80 m, wyposażonej w części zewnętrznej w drabinę systemu Soll (rys. 4);

- środkowej – nasada o zmiennym przekroju w kształcie ośmiokąta foremnego wykonana z odpowiednim zabezpieczeniem zewnętrznych powierzchni trójkątów sferycznych [4];
- górnej – powłoka komina o zmiennym przekroju kołowym, tj.  $2,668 \pm 1,602$  m (korona muru komina) wzmocniana stalowymi obręczami (wykonanymi z płaskownika o przekroju  $8 \times 80$  mm ) złożonymi z trzech segmentów łączonych na zamki śrubowe umożliwiające regulacje siły naciągu.



**Rys. 1.** Widok inwentaryzowanego komina ceglanego w KS „Bochnia” (obok szybu Campi) oraz tachimetru skanującego VX Trimble

Inwentaryzowany komin dodatkowo wyposażono w stalową galerię obsługową połączoną z częścią środkową stalowymi klamrami włączowymi pełniącymi funkcję komunikacyjną w kierunku pionowym.

Kominy należą do specyficznej grupy obiektów przemysłowych wyróżniającej się architektonicznie, znaczącymi wymiarami, ale jednocześnie lekkością konstrukcji, jak również funkcjami użytkowymi. Zazwyczaj powłoki tego typu budowli reprezentują modele geometryczne zdefiniowane matematycznie w postaci powierzchni obrotowych stopnia drugiego, tj. kule, walce, stożki ścięte, hiperboloidy oraz paraboloidy.

W szczególności w tej grupie budowli należy wyróżnić obiekty typu wieżowego definiowane wzorem [2]

$$\frac{H}{b_{\max}} \geq 5 \quad (1)$$

gdzie:

$H$  – wysokość budowli,

$b_{\max}$  – maksymalny wymiar rzutu budowli.

Z uwagi na strukturę, rodzaj materiału budowlanego itp. przemysłowe kominy murowane (cegłane) są obiektami szczególnie wrażliwymi na szereg czynników atmosferycznych, reagującymi zmianami geometrii na skutek słabego podłoża lub zmian właściwości gruntów wynikających z zachodzących w górotworze zjawisk spowodowanych czynnikami naturalnymi lub indukowanymi działalnością człowieka (np. prowadzoną eksploatacją podziemną). Deformacje tego rodzaju obiektów, przejawiające się zazwyczaj w formie widocznych zarysowań lub spękań na powierzchni oraz niewidocznych dla nieuzbrojonego oka zmian geometrii (wychylenie osi), mogą stanowić ogromne zagrożenie dla stabilności konstrukcji budowli, a w skrajnych przypadkach doprowadzić do jej destrukcji. Zgodnie ze wzorem O. Niemczyka [3] graniczną wartość wychylenia osi komin (uznawaną za niebezpieczną) określamy następująco

$$W_{\max} = \frac{d_g + d_d}{4} \quad (2)$$

gdzie:

$d_g$  – średnica podstawy trzonu;

$d_d$  – średnica korony muru głowicy komin.

W myśl obowiązujących w kraju przepisów tego typu obiekty przemysłowe (zwłaszcza znajdujące się na terenach górniczych) wymagają prowadzenia diagnostyki budowlanej. Pozwala ona na ocenę stanu technicznego budowli, a zatem określenie stopnia bezpieczeństwa jej użytkowania.

Ciekawa architektura ceglanych kominów (o zmiennych przekrojach) oraz ich zabytkowy charakter (XIX i początek XX wieku) decydują decydują o tym, że coraz częściej lokalne władze wnioskuje o ich konserwatorską ochronę (wpis do rejestru zabytków techniki). Przykładem takich zabiegów są choćby komin w: Wieliczce (cegielnia), Rybniku (browar), Gnieźnie (zakłady mięsne), Bochni (maszynownia) itp. Jako relikty niegdyś prężnie działających przedsiębiorstw, stanowią ciekawostkę historii techniki regionu i pamiątkę po likwidacji infrastruktury przemysłowej. Obecnie wzorem Niemiec i Anglii szczególnie władze wielu gmin górniczych w Polsce, w których zakończono działalność górnictw, w celu zwiększenia atrakcyj-

ności regionu (działania w skali makro) lub obiektu (działania w skali mikro) dążą do adaptacji infrastruktury kopalnianej (udostępnianie wyrobisk podziemnych, odkrywek, naziemnych obiektów przemysłowych) na potrzeby turystyczne.

Na szczególną uwagę zasługują działania władz Bochni. Zabytkowy, ceglany komin znajdujący się w sąsiedztwie szybu Campi Kopalni Soli „Bochnia”, z uwagi na swą korzystną lokalizację (położony na wzniesieniu) oraz wysokość ( $H = 45,4$  m), może już wkrótce dzięki rewitalizacji i adaptacji (przebudowie) stać się obiektem *stricto* turystycznym. Takie zabiegi, jak rozbiórka głowicowej części trzonu, remont pomostu obsługowego, wykonanie zadaszenia, budowa klatki schodowej ze schodami wachlarzowymi w jego wnętrzu oraz przeszklonej windy w sąsiedztwie obiektu [4] – zgodnie z zamierzeniami – pozwoliłyby na zmianę charakteru budowli, która mogłaby pełnić wówczas funkcję tarasu widokowego ukazującego panoramę miasta.

W praktyce zarówno działania prowadzone w ramach rewitalizacji, jak również profilaktyki budowlanej (zabezpieczenia) muszą być poprzedzone inwentaryzacją obiektu, zakończoną sporządzeniem właściwej dokumentacji geodezyjno-architektonicznej zgodnie z Wytycznymi technicznymi G-3.4.

### 3. Krótka charakterystyka tachimetru skanującego VX™ Spatial Station Trimble

Coraz częściej czołowi producenci nowoczesnego sprzętu pomiarowego wychodząc naprzeciw potrzebom użytkowników klasycznych *total station* wzbogacają je o dodatkowe moduły stosowane w bardzo drogich technikach skaningowych. Dzięki temu klasyczne instrumenty elektroniczne w nowej formie (i znacznie niższej cenie niż skanery!) umożliwiają wykonywanie zadań geodezyjnych o znacznie szerszym zakresie. Dostarczając dużej ilości czytelnych i łatwych do interpretacji danych (w krótkim czasie) przy zachowaniu wysokiej dokładności (typowej dla elektronicznych instrumentów laserowych), umożliwiają bieżącą kontrolę prac budowlanych w trakcie realizacji inwestycji, jak również monitoring obiektów już istniejących. Doskonałe połączenie możliwości powszechnie stosowanych w geodezji elektronicznych tachimetrów laserowych i nowoczesnych skanerów laserowych stanowi najnowszy produkt firmy Trimble, tj. tachimetr skanujący VX™ Spatial Station. Jego zaletą jest rozwiązanie zaczerpnięte z drogich technik skaningowych, tj. wbudowana i zintegrowana z układem kątomierzczym instrumentu kamera stworzona w technologii VISION. Pozwala ona na wizualizację pola pomiaru na kolorowym ekranie kontrolera (Trimble CU). Integracja obu modułów umożliwia podgląd szczegółów sytuacyjnych oraz wybór obszaru skaningu laserowego bezpośrednio na ekranie kontrolera. Zatem niekorzystna lokalizacja punktów pomiaru lub ob-

szarów skanowania (bardzo wysoko) nie zmusza obserwatora do stosowania specjalnych okularów z pryzmatami łamiącymi, gdyż obraz z kamery po zwróceniu lunety nawet w kierunku zenitalnym pojawi się na ekranie i umożliwi deklarację obszaru automatycznego pomiaru. Pomiar w kierunku zenitalnym ułatwia nowoczesny design obudowy instrumentu, w której rękojeść umieszczono mimośrodowo, by nie przysłaniać pola widzenia w tym kierunku. Ponadto integracja zdjęć z wewnętrznym układem współrzędnych instrumentu pozwala na wizualizację pikiet pomiaru na ekranie kontrolera, ułatwiając kontrolę pomiaru, a tym samym eliminując braki w danych przy znaczącym skróceniu czasu związanego choćby z koniecznością prowadzenia szkiców polowych. Podstawowe parametry techniczne instrumentu przedstawia tabela 1.

**Tabela 1.** Zestawienie podstawowych parametrów technicznych tachimetru skanującego XV<sup>TM</sup> Spatial Station firmy Trimble

Parametr	Wielkość
Zakres pomiaru odległości w trybie bezzwierciadlanym	2÷150 m
Dokładność pomiaru odległości w trybie pomiaru do pryzmatu (odchylenie standardowe)	± 3 mm + 2 ppm
Dokładność pomiaru odległości w trybie pomiaru bezzwierciadlanego (odchylenie standardowe)	± 3 mm + 2 ppm
Dokładność pomiaru odległości w trybie skanowania (odchylenie standardowe)	± 3 mm
Typ dalmierza i długość fali świetlnej	Dalmierz impulsowy klasy 1, $\lambda = 870$ nm
Wielkość plamki lasera (Hz × V)	4 × 8 cm / 100 m
Średni błąd położenia punktu w przestrzeni	± 10 mm
Dokładność pomiaru kątów	1" (3 <sup>cc</sup> )
Napęd / prędkość obrotu alidady	Elektromagnetyczny / 115°/s
Kompensator / zakres	Automatyczny dwuosiowy / ± 6' (zakres)
Libella / dokładność	Elektroniczna / 0,3"
Kamera COLOR DIGITAL IMAGE SENSOR – rozdzielczość	2048 × 1536 pikseli
Kamera – kątowne pole widzenia / format	16,5° × 12,3° / JPEG
Termiczny zakres pracy instrumentu	-20°C ÷ + 50°C
Sposób komunikacji	USB, Serial, Bluetooth®10

#### **4. Cel pomiarów geodezyjnych oraz metody inwentaryzacji budowli wieżowych na przykładzie pomiaru komina KS „Bochnia”**

Geodezyjną inwentaryzację obiektów typu wieżowego wykonuje się za pomocą szeregu metod, które przedstawiono na rysunku 2. Jednak dotychczas najpowszechniej stosowaną w budownictwie przemysłowym techniką inwentaryzacji budowli wysokich (kominów, chłodni kominowych) jest metoda dwusiecznych polegająca na wykorzystaniu wcięcia przestrzennego w przód. Pomiar polegający na wykonaniu wcięcia punktów osi komina na wybranych poziomach badawczych z punktów bazy, którą może być odcinek, trójkąt, czworokąt lub zamknięty wielobok, pozwala na wyznaczenie przebiegu osi komina w przestrzeni. Wcięcia punktów osi wykonuje się poprzez celowanie wzdłuż stycznych na oba brzegi ścian komina (przeciwległe krawędzie tworzącej powłoki) z każdego stanowiska. Na podstawie średnich kierunków z obserwacji tworzących wyznacza się pośrednio położenie osi komina, zaś złożenie punktów położenia osi na rzucie poziomym umożliwia obliczenie wielkości i kierunku wychylenia, jak również promieni tarczy komina na obserwowanym poziomie [2].

Metoda opasania stycznych pozwalająca na precyzyjne wyznaczenie wielkości odchylenia osi komina od pionu wymaga:

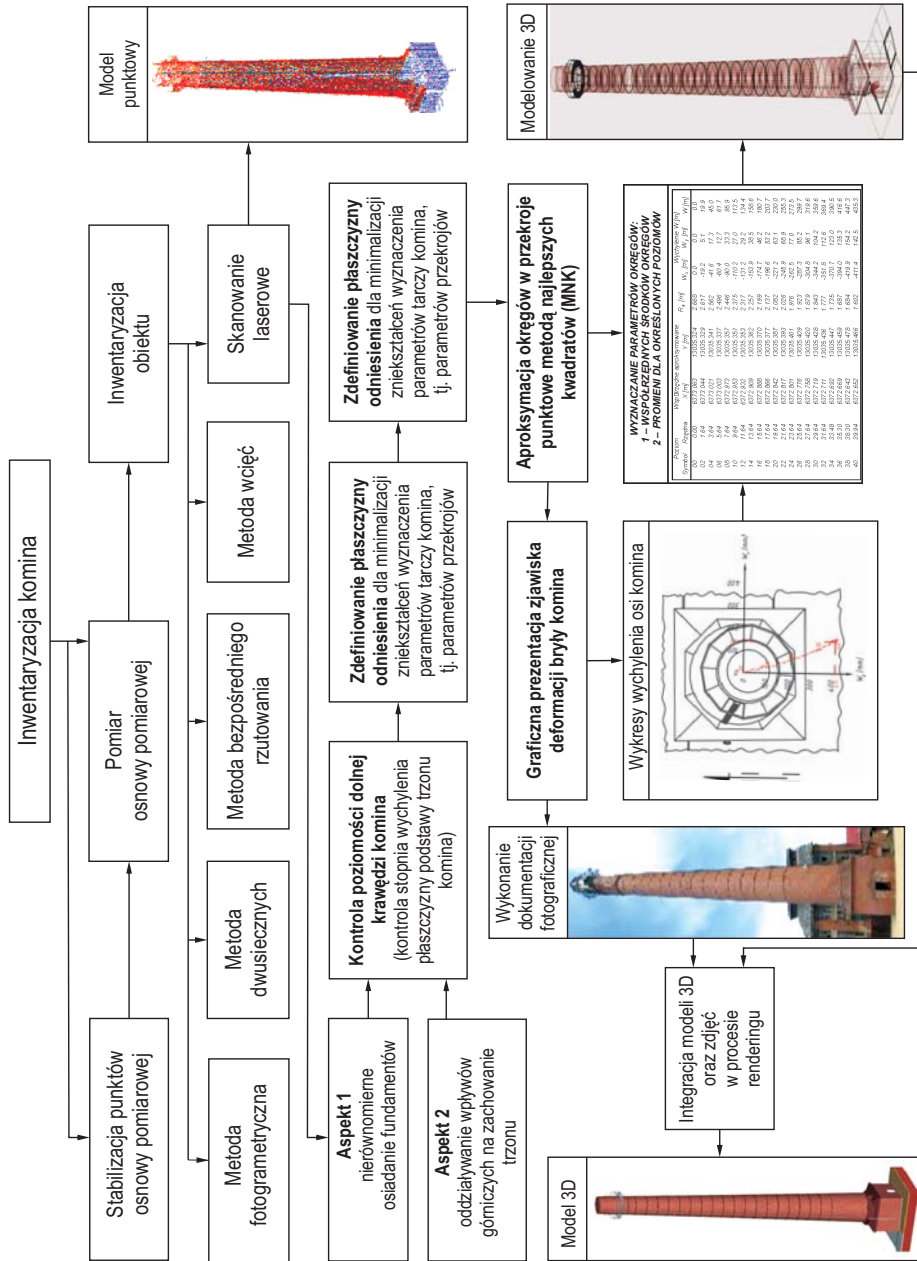
- określonej przestrzeni pomiarowej dla zachowania wysokiej dokładności,
- powiązania matematycznego (kątowno-liniowego) stanowisk pomiarowych,
- wykonywania obserwacji z punktów o znanych współrzędnych przestrzennych (punktów osnowy).

Inną, równie skuteczną i precyzyjną techniką pomiaru deformacji obiektów typu wieżowego jest powszechnie stosowana metoda fotogrametryczna. Stanowi technikę pomiarów kompleksowych, co oznacza że na podstawie zdjęć (stereogramów) uzyskuje się szereg istotnych informacji dotyczących m.in.:

- parametrów fizycznych definiujących geometrię (wychylenie osi) tego rodzaju obiektów lub zmianę ich geometrii w czasie,
- uszkodzeń wierzchnich warstw powłok mierzonych obiektów (dane te stanowią podstawę planowania, kosztorysowania oraz wykonywania prac remontowych i zabezpieczających),

które odpowiednio przetworzone mogą stanowić treść szczegółowych opracowań płaskich 2D i przestrzennych 3D.

Rozwiązaniem alternatywnym dla powyższych metod są obecnie pomiary za pomocą nowoczesnych w pełni automatycznych instrumentów laserowych, umożliwiających pozyskiwanie dużej liczby nieuporządkowanych danych w czasie rzeczywistym. Odpowiednia ich obróbka, z wykorzystaniem narzędzi matematycznych lub graficznych, umożliwia uzyskanie konkretnych informacji liczbowych dotyczących stanu inwentaryzowanego obiektu.



Rys. 2. Schemat metodyki pomiaru i opracowania danych skaningowych



Zwłaszcza tworzenie modeli trójwymiarowych pozwala na bezpośrednie odczytanie parametrów fizycznych (pól powierzchni przekrojów, promieni okręgów), a tym samym prostoliniowości osi obiektu.

Najprostszą formą wyznaczenia charakterystyki prostoliniowości osi obiektu jest zeskanowanie jego powierzchni oraz wymodelowanie przestrzenne siatkami triangulacyjnymi. Pozwala to w praktyce na pośrednie wyznaczenie przekrojów poziomych oraz wygenerowanie okręgów będących zarysem określonego przekroju. Stopień pokrycia powierzchni powłoki komina decyduje o stopniu kanciastości generowanego modelu. Ponadto pozwala na wpasowanie (aproksymację) okręgu metodą najmniejszych kwadratów z generowanego modelu.

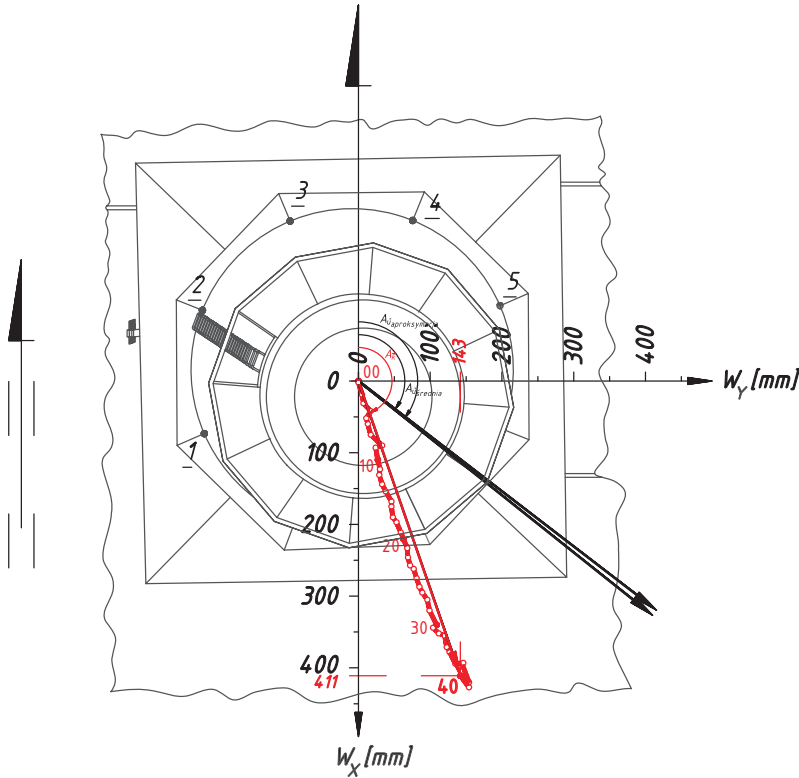
Innym sposobem wyznaczenia charakterystyki deformacji (wychylenia) komina jest wpasowywanie okręgów bezpośrednio w wyselekcjonowane chmury punktów na wybranych poziomach (w przypadku przekroju kołowego budowli). Polega to na wyznaczeniu na określonych poziomach badawczych parametrów fizycznych aproksymowanej figury, tj:

- współrzędnych środków okręgów  $Xs_i, Ys_i, Hs_i$  ( $Hs_i$  – wysokość  $i$ -tego poziomu);
- promieni okręgów  $Rs_i$  poszczególnych poziomów badawczych.

Analiza współrzędnych środków okręgów poszczególnych poziomów badawczych pozwala bezpośrednio na wyznaczenie wielkości wektorów wychyleń  $W_i$  oraz ich kierunków w przyjętym układzie współrzędnych lokalnym lub geograficznym. Wielopunktowe pokrycie powierzchni komina dostarcza obserwacji nadliczbowych, które zwiększają dokładność wyników na etapie analizy i minimalizują wpływ określonych błędów na końcowe wyniki analizy. Należy podkreślić, że w prezentowanym na rysunkach 2 i 3 przykładzie inwentaryzacji komina ceglanego KS „Bochnia” średnia liczba punktów leżących na określonym poziomie na całym obwodzie tarczy komina wynosi 64 (przyjęto wstęgę wysokościowego porządkowania punktów do przekroju na poziomie  $h = \pm 3$  mm).

Dokładność wyznaczenia całkowitego wektora wychylenia zależy od dokładności wyznaczenia parametrów podstawy i górnej krawędzi głowicy komina. Na podstawie aproksymacji okręgów w zbiory punktowe definiujące przekroje wyznaczono współrzędne środków poszczególnych okręgów kształtujących rzeczywisty obraz charakterystyki wychylenia trzonu komina, co zilustrowano na rysunku 3.

Jeżeli w przypadku rozpatrywanego komina wyznaczymy parametry pochylenia podstawy obiektu, gdzie pomiarowi mogą podlegać krawędzie gzymsu wieńczenia trzonu podstawy lub części środkowej (nasady) o zmiennym profilu (łatwe do pomiaru i interpretacji) i wyznaczymy minimum trzy punkty charakterystyczne określonego elementu budowli, to otrzymamy matematycznie zdefiniowaną płaszczyznę oraz maksymalny wektor wypadkowy wychylenia podstawy.



Rys. 3. Wykres wychylenia osi inwentaryzowanego kominu ceglanego (1, 2, 3, ... – punkty pomiaru wychylenia podstawy trzonu)

Gdy wyniki pomiarów dostarczają nam więcej danych, niż jest to wymagane (obserwacje nadliczbowe), wówczas płaszczyznę pochylenia podstawy możemy określić, wykorzystując metodę najmniejszych kwadratów (MNK) poprzez aproksymację szukanej płaszczyzny w zbiór danych przestrzennych. Bazując na siedmiu punktach charakterystycznych pomierzonych w części środkowej (rys. 3), MNK wpasowano płaszczyznę nachyloną  $\pi_1$  (z błędem  $\sigma = \pm 5,5$  mm), która definiuje pośrednio wypadkowy kierunek maksymalnego pochylenia podstawy kominu. Współczynnik kierunkowy równania krawędziowego prostej  $l_{\pi_1, \pi_2}$ , powstałej przez przecięcie płaszczyzny nachylonej  $\pi_1$  z dowolną płaszczyzną poziomą  $\pi_2$ , pozwala wyznaczyć azymut prostej  $l_{\pi_1, \pi_2}$  w przyjętym układzie współrzędnych geodezyjnych.

Równanie krawędziowe prostej  $l_{\pi_1, \pi_2}$  (krawędź przecięcia wyznaczonej płaszczyzny podstawy z dowolną płaszczyzną poziomą – zdefiniowaną) wyraża zależność

$$l_{\pi_1, \pi_2} : y = -\frac{A_1}{B_1} \cdot x + \left( \frac{C_1 \cdot D_2 - C_2 \cdot D_1}{B_1 C_2} \right) \quad (3)$$

gdzie:

$A_1, B_1, C_1, D_1$  – współczynniki kierunkowe płaszczyzny nachylonej  $\pi_1$  (wyznaczonej z obserwacji);

$C_2, D_2$  – współczynniki kierunkowe płaszczyzny poziomej  $\pi_2$  (dowolnie zdefiniowanej wysokościowo).

Zatem azymut prostej (krawędzi) można zapisać w postaci

$$A_{l_{\pi_1, \pi_2}} = 100^\circ - \alpha \quad (4)$$

gdzie  $\alpha = \arctg\left(-\frac{A_1}{B_1}\right)$  jest kątem nachylenia prostej względem poziomej osi układu.

Stąd azymut wektora największego spadku podstawy komina  $A_{ii}$  wynosi (rys. 3)

$$A_{ii} = 200^\circ - \alpha \quad (5)$$

Kąt maksymalnego nachylenia  $\beta$  (spadku) podstawy określa zależność

$$\beta = 100^\circ - \gamma = 100^\circ - \arccos \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}} \quad (6)$$

gdzie  $\gamma$  – kąt nachylenia wektora normalnego  $\vec{N}(A_1, B_1, C_1)$  względem płaszczyzny poziomej  $\pi_2$ .

Zestawienie aproksymowanych wartości analizowanych parametrów zawarto w tabeli 2.

Inny sposób wyznaczenia powyższych parametrów podstawy, który dostarcza równie dokładnych wyników, opiera się na wyznaczaniu szeregu równań płaszczyzn (w kombinacji bez powtórzeń) definiowanych przez trzy wybrane ze zbioru obserwacji punkty. Jest to skuteczne uproszczenie wyznaczenia zbioru płaszczyzn na podstawie kombinacji kolejnych trzech punktów definiujących badaną krawędź obiektu, możliwe w realizacji w arkuszu kalkulacyjnym Excel. Otrzymujemy w ten sposób szereg równań płaszczyzn  $\pi$  w postaci

$$\begin{cases} A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 \cdot h + D_1 = 0 \\ A_2 \cdot x + B_2 \cdot y + C_2 \cdot h + D_2 = 0 \\ \vdots \\ A_n \cdot x + B_n \cdot y + C_n \cdot h + D_n = 0. \end{cases}$$

Uśrednione wielkości współczynników kierunkowych płaszczyzny nachylonej  $\pi_1$ :

$$A_{\text{sr}} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n}, \quad B_{\text{sr}} = \frac{\sum_{i=1}^n B_i}{n}, \quad C_{\text{sr}} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{n}, \quad D_{\text{sr}} = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n},$$

pozwalają wyznaczyć wypadkowy (średni) wektor normalny  $N$  do aproksymowanej płaszczyzny. Liczebność zbioru danych przestrzennych decyduje o liczbie kombinacji punktów definiujących poszczególne płaszczyzny. Dla siedmiu punktów charakterystycznych płaszczyzny zgonie ze wzorem  $C_n^k \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ , gdzie  $n$  – liczba punktów definiujących mierzony element, a  $k$  – liczba punktów ze zbioru definiująca płaszczyznę ( $k = 3$ ), należy rozpatrzyć 35 płaszczyzn.

Kąt maksymalnego nachylenia  $\beta$  (spadku) podstawy określa zależność

$$\beta = 100^\circ - \gamma = 100^\circ - \arccos \frac{\sqrt{A_{\text{sr}}^2 + B_{\text{sr}}^2}}{\sqrt{A_{\text{sr}}^2 + B_{\text{sr}}^2 + C_{\text{sr}}^2}},$$

gdzie  $\gamma$  – kąt nachylenia wektora normalnego  $N(A_{\text{sr}}, B_{\text{sr}}, C_{\text{sr}})$  względem płaszczyzny poziomej  $\pi_2$ .

Zestawienie wartości analizowanych parametrów zawarto w tabeli 2.

**Tabela 2.** Zestawienie parametrów podstawy komina prezentowanych metod analitycznych

Metoda	Symbol	Aproksymacja	Średnia
Azymut prostej krawędziowej $l_{\pi_1, \pi_2}$	$A_{l_{\pi_1, \pi_2}}$	42,84 <sup>°</sup>	41,74 <sup>°</sup>
Azymut największego spadku	$A_{\beta}$	142,84 <sup>°</sup>	141,74 <sup>°</sup>
Kąt maksymalnego nachylenia (spadku)	$\beta$	0,43 <sup>°</sup>	0,40 <sup>°</sup>
Kąt nachylenia wektora normalnego	$\bar{N}(A_1, B_1, C_1)$	99,57 <sup>°</sup>	99,60 <sup>°</sup>

Przedstawione sposoby analizy wielkości wychylenia podstawy mierzonego obiektu dają najlepsze rezultaty w przypadku obiektów o niewielkim rzucie poziomym fundamentu, przy założeniu, że podstawa jest bryłą sztywną jednakowo reagującą na wszelkie zmiany podłoża w każdym punkcie rozpatrywanej (zdefiniowanej) płaszczyzny.

Jak w wypadku większości obiektów wysmukłych, wychylenie komina najlepiej opisuje wielomian 2. stopnia [1]. Charakterystykę wychylenia osi rozpatrywanej budowli wyraża wzór

$$y = 9,1019x^2 - 4117x - 0,0014$$

i współczynnik korelacji  $R^2 = 0,9940$ .

Przyjmując wychylenie osi trzonu komina w rzucie na płaszczyznę poziomą w uproszczeniu jako wektor wyznaczany przez punkt najniższy i najwyższy, uzyskuje się pełny opis zjawiska deformacji komina. W rozpatrywanym przypadku azymut wektora wypadkowego wynosi  $A_k = 178,82^\circ$ , co dość znacznie odbiega od kierunku maksymalnego wychylenia podstawy komina (rys. 3).

W celu ukazania wysokiej dokładności prezentowanego algorytmu opracowania wyników skanowania posłużono się porównaniem określonych parametrów komina wyznaczonych przez dział mierniczy KS „Bochnia” w lipcu 2006 roku [5]. Analizie podlegały wielkości: wektorów wychylenia oraz zewnętrznych średnic tarczy komina (przekrojów) dla wybranych poziomów obserwacyjnych. Porównanie zawarto w tabeli 3.

**Tabela 3.** Zestawienie podstawowych parametrów komina na wybranych poziomach obserwacyjnych wyznaczonych dwoma niezależnymi metodami przy wykorzystaniu teodolitu Theo 020B Zeiss oraz tachimetru skanującego VX<sup>TM</sup> Spatial Station firmy Trimble

Metoda pomiaru:		Opasania stycznych		Skaning laserowy	
Data pomiaru:		16–19.06.2006 r.		17.06.2007 r.	
poziom	rzędna poziomu	wchylenie W [mm]	średnica tarczy komina S [mm]	wchylenie W [mm]	średnica tarczy komina S [mm]
A	0,00	0	5350	0	5336
B	11,63	126	4650	124,6	4635
C	34,40	398	3420	400,2	3421
D	39,94	464	3220	435,3	3204

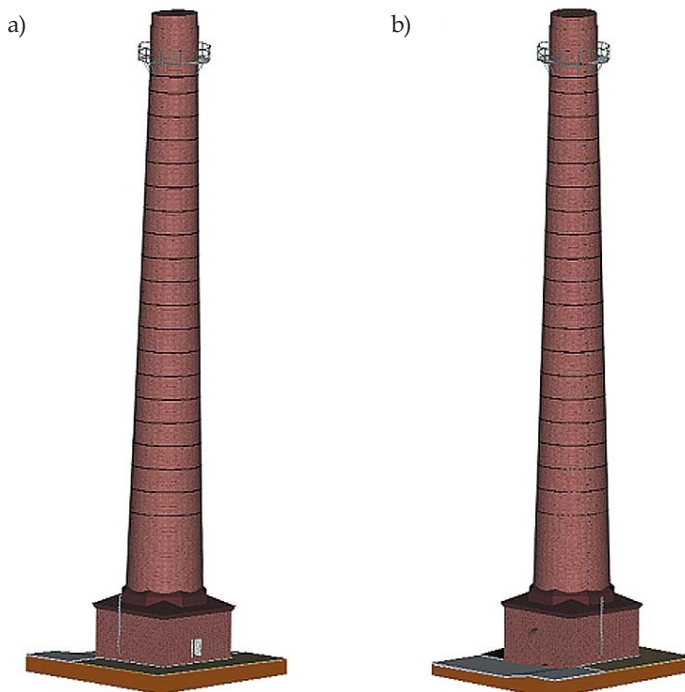
W wypadku analizowanego obiektu  $W_{\max} = 2,13$  m.

## 5. Wykorzystanie danych przestrzennych w modelowaniu trójwymiarowym

Najczęściej w przypadku budowy modelu o regularnym kształcie, definiowanym matematycznie, dane punktowe wykorzystuje się w sposób pośredni. Oznacza to, że poprzez określone algorytmy aproksymacyjne stosowane w specjalistycznych programach graficznych użytkownik może zamieniać grupy punktów na obiekty matematycznie definiowalne, tj. proste, płaszczyzny, sfery, stożki, walce, z uwzględnieniem zasady minimalizacji błędów MNK, na podstawie których z kolei buduje się ostateczną formę przestrzenną obiektu. Chmura punktów nie musi w praktyce

stanowią bazy określonych wpasowań. Wyselekcjonowane z niej niewielkie grupy punktów tworzących zazwyczaj przekroje mogą dostarczać istotnych informacji o przebiegu w przestrzeni danego zwymiarowanego elementu konstrukcyjnego inwentaryzowanej budowli. Analiza odpowiednio zdefiniowanych „przekrojów punktowych” pozwala z dużą dokładnością wpasować w nie zbudowany wcześniej element budowli (np. na podstawie dokumentacji projektowej lub wcześniejszej, szczegółowej inwentaryzacji). Przykład takiej metodyki opracowania oferuje program Cyclone, który pozwala na ograniczenie przestrzeni roboczej w pliku do bardzo wąskiego pasa tworzącego w rzeczywistości przekrój punktowy, w który wpasowuje się manualnie określone figury proste.

Warunkiem uzyskania bardzo dokładnego manualnego wpasowania kształtów definiowanych matematycznie, np. okręgów, prostokątów, przekrojów teowych, dwuteowych, kątowych, jest zastosowanie instrumentów o wysokiej dokładności pomiaru. Przeprowadzona inwentaryzacja zabytkowego komina pozwoliła na stworzenie jego modelu przestrzennego, co zostało zilustrowane na rysunku 4.



**Rys. 4.** Przykład opracowania trójwymiarowego modelu murowanego komina ceglano na terenie KS „Bochnia” na podstawie danych uzyskanych z pomiaru tachimetrem skanującym VX™ Spatial Station firmy Trimble. Widok od strony: a) południowo-zachodniej; b) północno-zachodniej

## 6. Wnioski

Zastosowanie techniki skaningu laserowego w procesach inwentaryzacji budowli wysokich i wysmukłych, np. kominów, upraszcza i przyspiesza realizację zadań pomiarowych i kameralnych. Pozwala bowiem na wszechstronną geodezyjną ocenę deformacji geometrycznych obiektu przy zachowaniu wysokiej dokładności. Znaczący wzrost liczby obserwacji gwarantuje kontrolę danych, ale przede wszystkim umożliwia wyznaczenie określonych parametrów obiektu w sposób pośredni poprzez zastosowanie złożonych narzędzi matematycznych (obliczeniowych) oraz graficznych (modelowanie). Zaprezentowany w artykule przykład wykorzystania nowoczesnego tachimetru skanującego wyposażonego w zintegrowaną kamerę cyfrową dowodzi niezwyklej przydatności tej klasy instrumentów. W szczególności możliwość podglądu pola widzenia kamery oraz zaznaczenia na ekranie obszaru skanowania pozwala na pomiar szczegółów zlokalizowanych nawet bezpośrednio nad stanowiskiem pomiarowym. W odróżnieniu od metody dwusiecznych, która wymaga określonej przestrzeni pomiarowej w celu zachowania wysokiej dokładności, nowoczesne tachimetry skanujące upraszczają pomiar. Dzięki precyzji pomiaru i wielopunktowemu pokryciu mierzonej powierzchni sklepanie zbiorów możliwe jest bez konieczności stabilizacji punktów osnowy pomiarowej i oparcia obserwacji komina na tych właśnie punktach. Duża liczba danych w sposób pośredni umożliwia precyzyjne wyznaczenie elementów pozwalających użytkownikowi na wzajemne dopasowanie zbiorów punktów pochodzących z różnych stanowisk pomiarowych. Precyzja pomiarów kątowo-liniowych gwarantuje wysoką dokładność wyznaczenia wektorów wychyleń poszczególnych poziomów względem podstawy, parametrów fizycznych przekrojów poziomych tarczy komina, tj. promieni i współrzędnych środków okręgów, a także na rejestrację lokalnych deformacji strukturalnych jego powłoki. Ponadto skanowanie laserowe, dzięki możliwości zagęszczenia obserwacji, umożliwia pełną kontrolę wyników pomiaru i eliminację ze zbiorów danych punktów obarczonych błędami grubymi, których przyczyną może być odbicie impulsu od więcej niż jednej powierzchni.

Przedstawiony w artykule przykład komina zlokalizowanego na terenie górniczym i poddanego wpływom eksploatacji ukazał rzeczywisty charakter deformacji poszczególnych części budowli. Zaprezentowana analiza umożliwiła określenie wypadkowych kierunków maksymalnego wychylenia części środkowej i górnej (trzonu) komina.

## Literatura

- [1] Gawałkiewicz R., Maciaszek J.: *Zastosowanie skanowania laserowego w diagnostyce obiektów podlegających wpływom eksploatacji górniczej*. Geodezja (półrocznik AGH), t. 12, z. 2/1, 2006.

- [2] Gocał J. i in: *Geodezja inżynierska. T. II*. Wydanie II zmienione, Polskie Przedsiębiorstwo Wydawnictw Kartograficznych, Warszawa – Wrocław 1994.
- [3] Niemczyk O.: *Bergschadenkunde*. Essen 1949.

#### **Materiały uzupełniające**

- [4] *Ekspertyza techniczna dotycząca możliwości i warunków wykorzystania komina przemysłowego w Kopalni Soli „Bochnia” na cele turystycznej wieży widokowej*. EMGIE-projekt Sp. z o.o., Kielce grudzień 2006 (materiały niepublikowane).
- [5] Geodezyjny operat pomiarowy dotyczący „Pomiaru pionowości komina – szyb Campi”, Kopalnia Soli „Bochnia”, 16–19 lipca 2006.