

*Andrzej Galiński\**

## OCENA ZALEŻNOŚCI MIĘDZY PARAMETRAMI SKAŁ STROPOWYCH I SPĄGOWYCH NA PRZYKŁADZIE WYBRANEGO REJONU KOPALNI „RUDNA”

---

### 1. Wstęp

Znajomość geomechanicznych właściwości skał budujących masyw skalny stanowi podstawę projektowania inżynierskiego budowli w górotworze, oceny zachowania się skał złożowych i masywu towarzyszącego oraz rozwiązywania specjalistycznych problemów geotechnicznych.

W obecnym czasie, do dyspozycji są dobre pakiety statystyczne (Statgraphics, Statistica) oraz komputery o dużej mocy obliczeniowej. Przy obszernych bazach danych duże znaczenie w badaniu zależności pomiędzy własnościami fizykomechanicznymi odgrywają metody statystyczne [1, 4]. Korzystając z tych możliwości, wyznacza się parametry skał i relacje między nimi. Odpowiednia interpretacja wyników stanowi podstawę do rozpoczęcia prac projektowych, a następnie do realizacji postawionych zadań wykonawczych.

Badania geomechanicznych właściwości skał złożowych i otaczających w kopalniach rud miedzi LGOM prowadzone są na bieżąco w nowo udostępnianych polach eksploatacyjnych w aspekcie oceny i klasyfikacji pod względem zagrożenia tąpnięciami i zawałami, a także doboru obudowy kotwowej w wydzielonych rejonach kopalń.

Właściwości geomechaniczne górotworu są określane w badaniach laboratoryjnych dla skał występujących w pełnych profilach górniczych, tj.:

- w stropie bezpośrednim do wysokości równej pięciokrotnej miąższości furty, przeciętnie do wysokości 25 m;
- w **furcie** eksploatacyjnej (wyrobisku);
- w **spągu** do głębokości równej jednokrotnej miąższości furty, nie mniej niż 5 m.

---

\* Instytut Górnictwa, Politechnika Wroclawska, Wrocław

Zakres badań laboratoryjnych obejmował określenie następujących własności geomechanicznych:

— wytrzymałości na ściskanie	$R_c$ , MPa;
— wytrzymałości na rozciąganie	$R_r$ , MPa;
— energetycznego wskaźnik skłonności do tępań	$W_{et}$ ;
— współczynnika rozszerzalności Poissona	$\nu$ ;
— moduł sprężystości Younga	$E_s$ , GPa;
— gęstości objętościowej	$\rho_o$ , kg/dm <sup>3</sup> .

Wykorzystanie wyników badań skał dla rozpoznania właściwości górotworu w wyznaczonych rejonach kopalń LGOM wiąże się ściśle ze sposobem ich katalogowania i wyznaczania poszczególnych parametrów. Zastosowanie metod statystycznych do analizy wyników badań skał umożliwia szersze ich wykorzystanie w praktyce górniczej oraz przy prognozowaniu zjawisk zachodzących w górotworze.

W pracy przedstawiono zależności pomiędzy wyróżnionymi parametrami geomechanicznymi skał występujących w rejonie XIX „Rudna”, to jest północno-zachodniej części tej kopalni. Uzyskane dane poddano analizie statystycznej, stosując jednokierunkową analizę wariancji. Analizę przeprowadzono dla skał złożowych i otaczających.

## 2. Opis geologiczny rejonu XIX

Złoże rudy miedzi w rejonie XIX wykształcone jest w postaci pseudopokładu, który tworzą dolnocechsztyńskie łupki i dolomity oraz jasnoszare piaskowce czerwonego spągowca. Miąższość złoża waha się od 2,0 m do około 5,0 m, lokalnie do 6,4 m.

Strop złoża bilansowego sięga miejscami warstwy dolomitów wapnistych. Są to dolomity barwy szarej do szaro beżowej, zwarte, podzielne na płyty o miąższości od 0,05 m do 0,5 m. Powierzchnie podzielności pokryte są często substancją ilastą.

Poniżej zalega ciemnoszary dolomit smugowany, masywny, kruchy z tendencją do nieregularnych spekań ujawniających się na stropach wyrobisk, bez wyraźnej podzielności płytowej. Miąższość dolomitu smugowanego waha się od 0,2 m do 1,2 m.

Ku dołowi dolomit smugowany przechodzi w dolomit ilasty, barwy czarnej, masywny, zwarty, o miąższości od 0,05 m do 0,4 m, który nie wykazuje podzielności płytowej.

Poniżej zalegają czarne łupki; w górnej części są to łupki dolomityczno-ilaste ku dołowi przechodzące w słabo zwarte łupki smoliste o miąższości od 0,0 m do 0,6 m. Warstwa łupków nie jest ciągła na całym opisywanym obszarze.

Najniższe ogniwo serii złożowej stanowią jasnoszare piaskowce kwarcowe czerwonego spągowca. Są to drobnoziarniste, średnio i słabo zwarte piaskowce wykazujące podzielność ciosową. Szare piaskowce mają miąższość od 7,0 m 16,0 m. Bilansowo okruszczowana jest stropowa część piaskowców. W części E rejonu, chodnikami 159 zlokalizowano strefę bezzłożową.

W serii dolomitowej występują liczne różnokierunkowe spękania często wypełnione anhydrytem, gipsem lub substancją ilastą. Główne kierunki spękań to NE-SW (max 35°) oraz NW-SE (max 315°). Miąższość dolomitów waha się od 13 m do 25 m. W wyrobiskach wykonanych w opisywanym rejonie nie stwierdzono znaczących dyslokacji o charakterze nieciągłym.

### 3. Analiza statystyczna danych

#### 3.1. Sformułowanie problemu

Dokumentacja zawierająca wyniki pomiarów wartości parametrów górotworu, jaka znajduje się w kopalniach, jest przygotowywana oddzielnie dla stropu, złoża i spągu. W kolejnych stanowiskach pobierania próbek skalnych odwiercane są otwory w stropie, caliźnie i w spągu. Tak pobrany materiał był badany w laboratorium Mechaniki Skał „Cuprum” we Wrocławiu. Wyniki zestawia się oddzielnie w odpowiednich arkuszach (np. Excel), obejmujących kolejne stanowiska pomiarowe. Na podstawie tych arkuszy tworzy się bazy danych, które są podstawą różnych analiz statystycznych. Metody statystyczne są tu bardzo użyteczne, bo do dyspozycji są obszerne bazy wyników pomiarów [4].

W niniejszej pracy postawiono następujący problem. Czy uzasadniony jest podział danych na trzy grupy:

- 1) strop,
- 2) złoże,
- 3) spąg.

Każdy arkusz pomiarów obejmuje skały leżące blisko siebie (jedno stanowisko). W tych miejscach odwiercane są rdzenie, a materiał jest później badany w laboratorium.

Problem dotyczy zagadnienia, czy średnie wartości parametrów górotworu ze stropu, złoża i spągu różnią się istotnie (na z góry przyjętym poziomie istotności  $\alpha$  równym na przykład 0,05). Mówiąc inaczej — czy podział górotworu w miejscach odwiertów na strop, złoże i spąg jest statystycznie istotny. Temu właśnie zagadnieniu jest poświęcona ta praca.

Zastosowano tu analizę wariancji, gdyż należało określić jednocześnie różnice między trzema miejscami pobrania próbek. Wykorzystano w tym przypadku test F Fishera – Snedecora. Przeprowadzono także inne badanie statystyczne w sytuacji, kiedy z danych wyeliminowano złoże i oceniano różnice wartości średnich parametrów między stropem a spągiem. W tym przypadku wystarczył test *t*-Studenta dla dwóch populacji.

Obliczenia wykonano oddzielnie dla 6 parametrów skał. Wynikało to z dokumentacji kopalń, jakimi dysponowano przy tworzeniu baz danych.

Siedem otworów (stanowisk pomiarowych) w rejonie XIX kopalni „Rudna” położonych było blisko siebie i tworzyło ograniczony obszar górniczy. Można było zatem sumować dane, które pozwoliły na dokładniejsze obliczenia statystyczne i jednocześnie stanowiły ocenę górotworu pewnego zwartego obszaru górniczego.

### 3.2. Stosowane metody obliczeniowe

Ogólnie zakłada się, że jest jeden czynnik, który może mieć wpływ na zmienną (losową). W naszym przypadku czynnikiem tym był podział na strop, złożę i spąg, a zmiennymi analizowanymi było 6 parametrów skał. W ogólności taki czynnik może mieć charakter jakościowy lub ilościowy i występować na różnych poziomach. Tymi trzema poziomami były strop, złożę i spąg. W statystyce takie zagadnienie nazywa się jednokierunkową analizą wariancji lub analizą jednoczynnikową. Wcześniej w literaturze analizę tę nazywano klasyfikacją pojedynczą [2].

Formalnie oceniana hipoteza zerowa  $H_0$  brzmi

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k,$$

gdzie  $\mu_i$  dla  $i = 1, 2, \dots, k$  oznaczają średnie wartości zmiennej dla  $i$ -tego poziomu przyjętego czynnika. Hipoteza alternatywna (zwana czasami przeciwną) jest formułowana następująco  $H_1$ : przynajmniej dwie spośród średnich  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ , są różne.

W przypadku odrzucenia hipotezy zerowej naturalne jest zbadanie, które średnie  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ , różnią się między sobą. Stąd też zastosowano drugą analizę statystyczną, która polegała na wyeliminowaniu poziomu drugiego, jakim było złożę. Druga analiza statystyczna była klasyczną metodą dotyczącą porównywania dwóch średnich (strop i spąg).

Jeżeli czynników podziału jest więcej, to stosuje się wtedy wieloczynnikową analizę wariancji lub inaczej — wielokierunkową analizę. Stosowane związki obliczeniowe są bardziej złożone i obszerne. Pojawia się wtedy problem interakcji, czyli wzajemnych zależności między czynnikami, co w znaczący sposób utrudnia oceny statystyczne końcowych wyników.

### Jednoczynnikowa analiza wariancji

Jednoczynnikowa analiza wariancji [4] zwana inaczej klasyfikacją pojedynczą polega na ocenie ilorazu wariancji otrzymanych z podziału całej próbki na grupy. Oblicza się wtedy wariancje międzygrupową i wariancje całej próbki przed podziałem.

Jeśli przez

$$\mu_k = \frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} x_{kj}$$

oznaczymy średnią w grupie, mówiąc inaczej — w poziomie, a przez

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$$

średnią w całej grupie, to można utworzyć sumy kwadratów.

Dla grupy mamy wtedy

$$\sum_{i=1}^k (\mu_k - \hat{\mu})^2 n_i,$$

a dla całej próby (zbioru)

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_k} (x_{ij} - \hat{\mu})^2$$

z odpowiednimi stopniami swobody  $(k - 1)$  i  $(n - k)$ .

Obliczając odpowiednie wariancje, tak zwaną międzygrupową

$$s_1^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\mu_k - \hat{\mu})^2 n_i}{(k - 1)}$$

oraz dla całej grupy

$$s_2^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_k} \frac{(x_{ij} - \hat{\mu})^2}{(n - k)},$$

korzysta się ze statystyki  $F$  Fishera – Snedecora postaci

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

przy warunku  $\bar{s}_1^2 > \bar{s}_2^2$ .

Sprawdzenie hipotezy  $H_0$  polega na obliczeniu wartości statystyki  $F$  i porównaniu jej z wartością krytyczną odczytaną z tablic. W tablicach odczytuje się wartość  $F_{kr}$  na podstawie znanych stopni swobody licznika i mianownika statystyki  $F$  oraz ustalonego poziomu istotności  $\alpha$ . Jeżeli  $F_{obl} > F_{kr}$ , to mówimy, że dany czynnik ma istotny wpływ na nasze pomiary. W przeciwnym przypadku, to znaczy  $F_{obl} < F_{kr}$ , można powiedzieć, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy  $H_0$  przy przyjętym poziomie istotności  $\alpha$ . Odrzucenie hipotezy zerowej  $H_0$  oznacza, że czynnik, jakim jest w tym przypadku podział górotworu na strop, złoże i spąg, jest istotny. W praktyce uznać można, że słuszne jest wyróżnienie stropu, złoża i spągu jako różne części górotworu tak, jak ma to miejsce w gromadzonych w kopalniach dokumentacjach.

### Porównanie średnich w dwóch próbkach

Analiza dla dwóch próbek jest powszechnie znana. W tym przypadku stosuje się statystykę  $t$ -Studenta postaci

$$t = \frac{\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2}{\sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

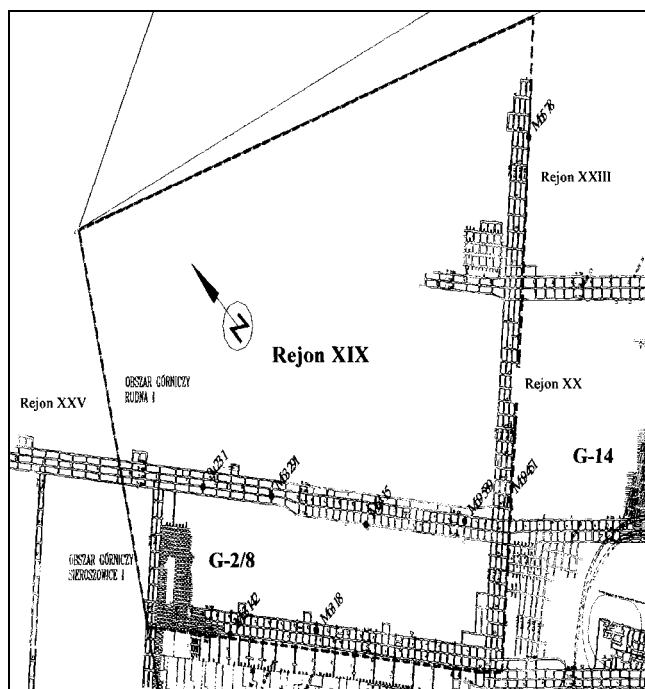
gdzie:

- $n_1, n_2$  — liczność próbek,
- $s_1^2, s_2^2$  — wariancje liczone z próbek,
- $\mu_1, \mu_2$  — wartości średnie.

Z tablic rozkładu  $t$ -Studenta odczytuje się wartości krytyczne dla przyjętego poziomu istotności i porównuje z wartościami obliczonymi. Jeśli  $t_{obl}$  jest większe od  $t_{kr}$ , to hipotezę zerową należy odrzucić, co oznacza, że średnie są istotnie różne.

### 3.3. Przygotowanie danych

Dane wejściowe uwzględniane w obliczeniach statystycznych uzyskano z dokumentacji badań geomechanicznych własności skał występujących w otworach geotechnicznych, odwierconych w rejonie XIX „Rudna”, w części północno-zachodniej (rys. 1).



**Rys. 1.** Lokalizacja otworów geotechnicznych w obszarze górniczym kopalni „Rudna”

Dla przygotowania odpowiednich baz danych wykorzystano wyniki badań z siedmiu otworów o następujących oznaczeniach: Mo 3-18, Mo 3-142, Mo 3-291; Mo9- 451; Mo 5-78; Mo 9-451, Mo 9-589; Jm 23-1.

Wyniki badań z każdego otworu były zestawione w dokumentacji, oddzielnie dla stropu, furty eksploatacyjnej i spągu. Ze względu na bliskie położenie otworów w wybranym rejonie górniczym, a także sposób dokumentowania badań, możliwe było połączenie wyników badań laboratoryjnych w nowe bazy.

W obliczeniach wykorzystano licencyjny pakiet statystyczny Statgraphics 5,0 Plus for Windows, ver. Professional, będący własnością Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej.

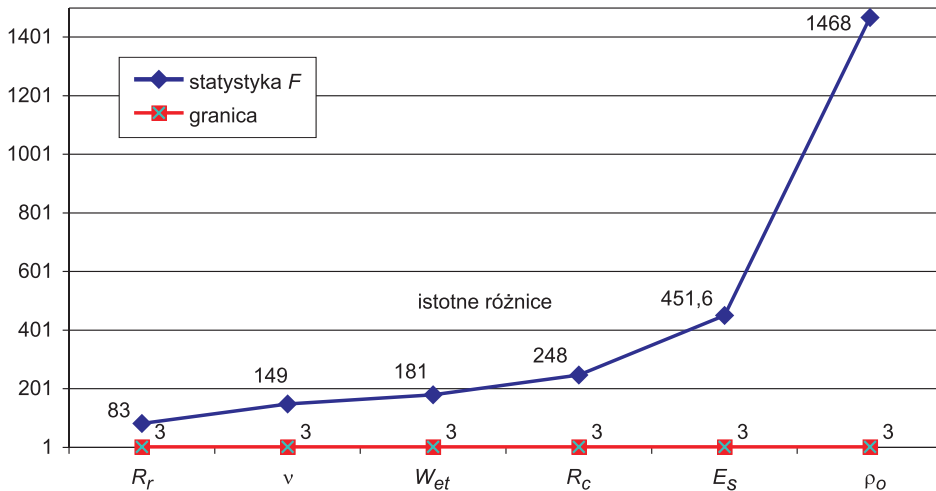
#### 4. Ocena otrzymanych wyników

W przedstawionej jednoczynnikowej analizie wariancji, w której za hipotezę zerową przyjęto równość trzech średnich  $H_0: \mu_{str} = \mu_{zl} = \mu_{sp}$ , gdzie  $\mu_{str}$  oznaczają wartości średnie parametrów skał w stropie,  $\mu_{zl}$  w złożu, a  $\mu_{sp}$  w spągu, stwierdzono, że należy ją odrzucić na rzecz hipotezy przeciwnej, to znaczy, że nie ma równości średnich między trzema poziomami. Analizę przeprowadzono oddzielnie dla sześciu parametrów górotworu. Dla wszystkich parametrów obliczenia wykazały istotne różnice, wyniki obliczeń zawarto w tabeli 1, a dla podkreślenia stopnia zróżnicowania sporządzono rozkład wartości statystyki  $F$  Fishera – Snedecora (rys. 2). Zawarte w tej tabeli kwantyle odpowiadały obliczonym wartościom statystyk  $F$  i  $t$ . Porównywano je z przyjętą wartością (poziomem istotności  $\alpha$ ) zgodnie z zasadami testowania hipotez.

TABELA 1

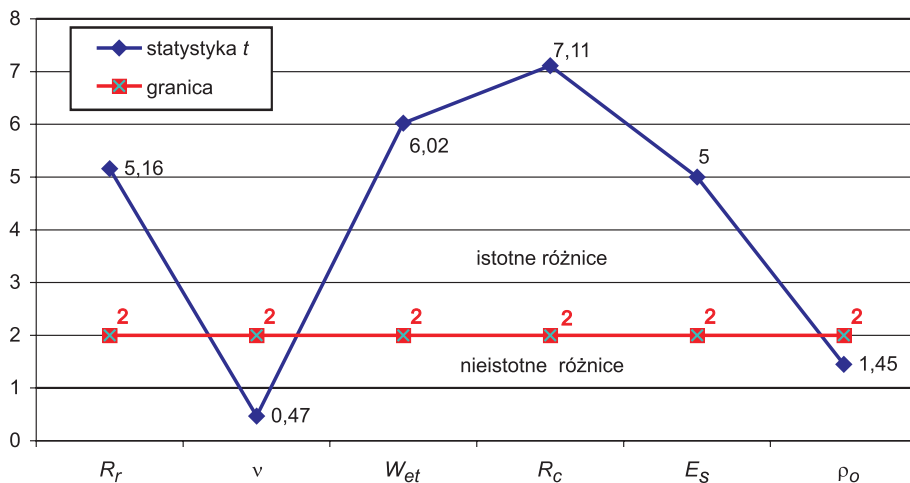
Wartości statystyki  $F$  i statystyki  $t$

Statystyka		Parametry skał					
		$R_c$	$R_r$	$W_{et}$	$v$	$E_s$	$\gamma$
$F$ Fishera – Snedecora	$F$	248	83	161	149	451	1468
	rzędy kwantyli rozkładu $F$	$<10^{-2}$ 1%	$10^{-2}$ 1%	$<10^{-2}$ 1%	$<10^{-2}$ 1%	$<10^{-2}$ 1%	$<10^{-2}$ 1%
	liczba pomiarów $n$	555	174	556	120	556	727
$t$ -Studenta	$t$	7,11	5,16	6,02	<b>0,467</b>	4,99	<b>1,452</b>
	rzędy kwantyli rozkładu $t$	$<10^{-2}$ 1%	$<10^{-2}$ 1%	$<10^{-2}$ 1%	64%	$<10^{-2}$ 1%	14%
	liczba pomiarów $n$	103	36	103	29	103	139



Rys. 2. Rozkład statystyki  $F$  dla poszczególnych parametrów górotworu

Druga analiza dotycząca porównania średnich na dwóch poziomach, to jest między stropem a spągiem, pokazała w odróżnieniu od poprzedniej oceny, że nie ma istotnych różnic (poziom istotności  $\alpha = 0,05$ ) dla dwóch parametrów współczynnika Poissona  $v$  i dla gęstości objętościowej  $\gamma$ . Pozostałe cztery parametry cechowały się istotnymi różnicami między średnimi. Wyniki liczbowe zawarto w tabeli 1, a rozkład statystyki  $t$ -Studenta przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Rozkład statystyki  $t$ -Studenta dla poszczególnych parametrów górotworu



## 5. Wnioski końcowe

Zastosowana jednoczynnikowa analiza wariancji potwierdza słuszność dokumentowania danych pomiarowych oddzielnie dla stropu, złoża i spągu. Druga część oceny statystycznej pozwoliła stwierdzić, że podstawowym poziomem (przyczyną) różnic dla parametrów: gęstości objętościowej  $\rho_o$  i współczynnika Poissona  $\nu$  jest złożość. Oznacza to, że tylko dla tych dwóch parametrów nie obserwuje się statystycznie istotnych różnic między stropem a spągiem. Dla pozostałych czterech parametrów ( $R_c, R_r, E_s, W_{et}$ ) różnice te były istotne.

Sformułowane wnioski wymagają potwierdzenia, czy podobna sytuacja występuje w innych obszarach górniczych i kopalniach miedzi LGOM. Takie analizy są aktualnie prowadzone.

### LITERATURA

- [1] Plan Ruchu KWK „Piast” na lata 2001–2003
- [1] *Drapper N.R., Ssmith F.*: Analiza regresji stosowana. Warszawa, PWN 1973
- [2] *Greń.J.*: Statystyka matematyczna. Modele i zadania. Warszawa, PMN 1975
- [3] *Koronacki J., Mielniczuk J.*: Statystyka. Warszawa, WNT 2001
- [4] *Galiński A., Lis J., Mróz J.*: Ocena zależności pomiędzy geomechanicznymi parametrami skał złożowych i otaczających na przykładzie południowo-wschodniego rejonu kopalni „Lubin”. XXV ZSMG Wyd. Politechniki Wrocławskiej 2003