

Jan Walaszczyk*, Stanisław Hachaj*, Andrzej Barnat*

KOMPUTEROWA SYMULACJA ZMIAN ENERGII WŁAŚCIWEJ W POLU FILAROWO-KOMOROWYM SPOWODOWANEJ POSTĘPUJĄCĄ EKSPLOATACJĄ ZŁOŻA ORAZ ZMIANĄ WŁAŚCIWOŚCI FIZYCZNYCH FILARÓW**

1. Wprowadzenie

Pozostawione w polu eksploatacyjnym filary pod wpływem nacisku na nie skał nadległych z upływem czasu ulegają degradacji (spękaniu) lub są osłabiane (przez zmniejszenie ich przekroju poprzecznego) celem zmniejszenia naprężeń zarówno w samych filarach, jak i w skałach stropu bezpośredniego. Ulega wtedy zmianie rozkład energii nagromadzonej w filarach oraz w skałach je otaczających. Celem niniejszej pracy było prześledzenie za pomocą modelu numerycznego zmian zachodzących w rozkładzie gęstości energii w polu filarowo-komorowym przy zmianie właściwości fizycznych filarów (ich upodatkowaniu).

Matematyczny opis tak sformułowanego zagadnienia jest skomplikowany na tyle, że należy wykorzystać do tego metody numeryczne. W pracy tej jest to metoda elementów skończonych oraz metoda różnic skończonych, na bazie których sformułowany został model tzw. dynamicznego odciążenia górotworu [3, 7, 8, 9, 10, 11]. Równanie równowagi tego modelu można zapisać w postaci macierzowej następująco [10]

$$B\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = F \quad (1)$$

gdzie:

B — macierz bezwładności,

$C = C_z + C_w$ — macierz tłumienia będąca sumą tłumienia zewnętrznego C_z i wewnętrznego C_w ,

* Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

** Pracę wykonano w ramach badań własnych AGH nr 10.10.100.960

- K — macierz sztywności,
 \ddot{q}, \dot{q}, q — wektory uogólnionych przemieszczeń, ich pierwszych i drugich pochodnych względem czasu t ,
 F — wektor sił.

Wielkości q, \dot{q}, \ddot{q} i F są funkcjami położenia i czasu, zaś warunki początkowe formułuje się następująco: $q_{t=0} = q_0, \dot{q}_{t=0} = \dot{q}_0$.

Równanie równowagi (1) może służyć zarówno do opisu stanu równowagi przed utratą jego stateczności (wtedy przyspieszenie $\ddot{q} = 0$), jak i do opisu skutków utraty stateczności (wtedy jest równaniem niestacjonarnego modelu górotworu, w którym zarówno prędkość \dot{q} , jak i przyspieszenie \ddot{q} są niezerowe).

Ze względu na potrzeby geomechaniki równanie (1) rozwiązuje się dla następujących przypadków:

- ruch górotworu wymuszony jest siłami zewnętrznymi (np. robotami strzałowymi) i wtedy należy zidentyfikować w równaniu (1) wektor sił,
- ruch górotworu spowodowany jest lokalną utratą stateczności lub naruszeniem jego ciągłości.

W przypadku b) mamy do czynienia z tzw. dynamicznym odciążeniem górotworu, którego matematyczny model realizowany jest w oparciu o równanie (1) dwuetapowo.

Pierwszy etap polega na określeniu stanu naprężenia i odkształcenia górotworu obciążonego siłami grawitacyjnymi, tektonicznymi oraz działalnością górniczą zmieniającą pierwotny stan równowagi tych sił. Dokonuje się tego w oparciu o teorię (np. sprężystości, plastyczności itp.) mechaniki ciała stałego w ujęciu statycznym.

Drugi etap polega na określeniu miejsc utraty ciągłości na skutek przekroczenia wartości naprężenia dopuszczalnego górotworu, zbudowaniu na podstawie uzyskanych wyników nowego modelu zawierającego powstałe nieciągłości, nałożeniu na nowy model warunków brzegowych i początkowych wynikających z etapu pierwszego, a następnie określeniu stanu odkształcenia i naprężenia dla niestacjonarnego dynamicznego problemu teorii sprężystości.

Bazując na metodzie elementów skończonych, sformułowany problem sprowadza się do rozwiązania następujących równań macierzowych dla dyskretnego modelu górotworu.

Niech:

- macierz K_c oznacza globalną macierz sztywności numerycznego modelu ciągłego;
- macierz K_N oznacza globalną macierz sztywności numerycznego modelu o naruszonej ciągłości — tworzoną podobnie jak macierz K_c , jednak z uwzględnieniem faktu, że geometria modelu o naruszonej strukturze jest inna aniżeli modelu ciągłego;
- wektor F oznacza siły zewnętrzne działające na model.

Rozwiązując równanie równowagi statycznej modelu ciągłego

$$K_c \cdot q_c = F \tag{2}$$

otrzymujemy przy zadanych siłach F (lub przemieszczeniach na brzegu modelu) pole przemieszczeń q_c . Oznacza to równowagę sił zewnętrznych i wewnętrznych

$$K_c \cdot q_c - F = 0 \quad (3)$$

Naruszenie ciągłości modelu (a tym samym jego przebudowa w sensie numerycznym) powoduje, że

$$K_c \cdot q_c - F \neq 0 \quad (4)$$

co oznacza „uzewnętrznienie” pewnej części sił wewnętrznych, zaś q_c staje się początkowym polem przemieszczeń dla rozpoczynającego się procesu dynamicznego.

Warunek równowagi będzie spełniony ponownie, gdy „naddatek” sił wewnętrznych zrekomensuje siła d’Alamberta i opory ruchu, co przy założeniu $F = \text{const}$ prowadzi do równania

$$K_N \cdot q_c(t) - F + B_N \cdot \ddot{q} + C_N \dot{q} = 0 \quad (5)$$

z warunkami początkowymi

$$\begin{aligned} q_{t=0} &= q_0, \\ \dot{q}_{t=0} &= \dot{q}_0 \end{aligned} \quad (6)$$

zaś macierze B_N i C_N są macierzami bezwładności i tłumienia modelu o naruszonej strukturze, \dot{q} , \ddot{q} wektorami pierwszych i drugich pochodnych wektora przemieszczeń po czasie. Sposoby całkowania równania (5) można znaleźć w pracy [3, 7, 10, 11].

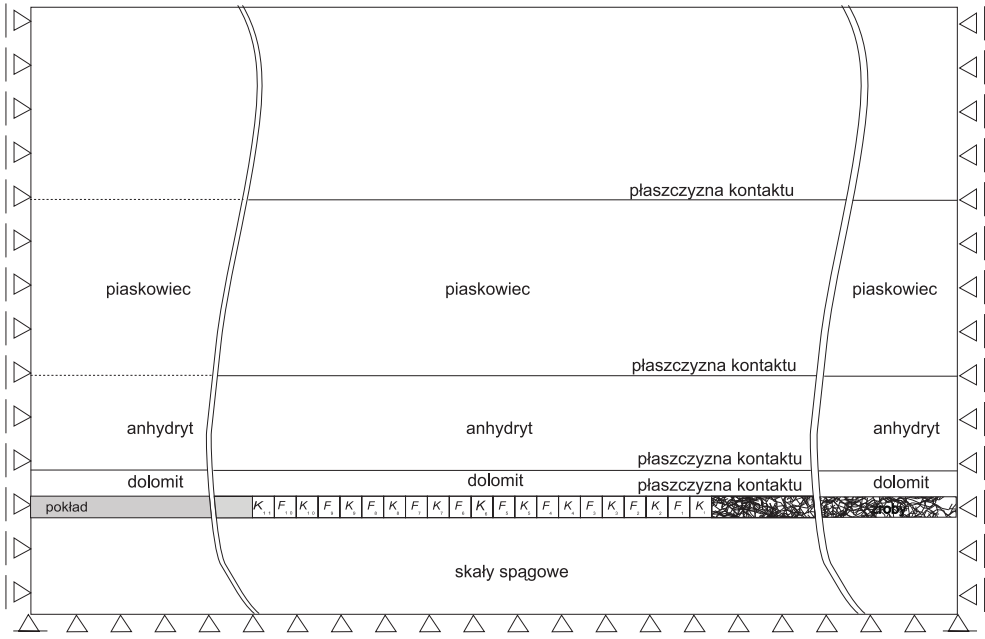
Równania (1) oraz (2)–(6) stanowią kompleksowy zapis równowagi zarówno w stanie statycznym, jak i dynamicznym.

W przypadku statycznym równanie (1) można ograniczyć do postaci (2) i obliczać nie zmieniające się w czasie przemieszczenia q (przy stałym obciążeniu F). Macierz sztywności K zbudowana jest zgodnie z zasadami metody elementów skończonych oraz przyjętym modelem fizycznym górotworu.

Macierz K można zbudować w taki sposób, aby uwzględniała sprężysto-plastyczne właściwości górotworu, jego charakterystykę pozniszczeniową, niejednorodność oraz warstwowość górotworu, a także spękania i płaszczyzny nieciągłości. W tym ostatnim przypadku konieczne staje się wykorzystanie tzw. elementów kontaktowych opisanych w pracach [1, 2, 4, 5, 6]. Przykład wykorzystania statycznej wersji równania (1) do komputerowej symulacji zmian energii w polu filarowo-komorowym spowodowanych zmianą właściwości fizycznych filarów podano w rozdziale następnym.

2. Model obliczeniowy

Zakładając, że eksploatacja pola jest zatrzymana (liczba komór i filarów nie ulega zmianie), zbudowano model, który jest płaskim przekrojem pola filarowo-komorowego (rys. 1).



Rys. 1. Schemat poglądowy modelu z zaznaczonymi warunkami brzegowymi

Odwzorowuje się go tarczą znajdującą się w płaskim stanie odkształcenia (o jednostkowej grubości) i wymiarach 4000 m (szerokość) \times 1284 m (wysokość). Strop pokładu o grubości 4 m znajduje się na głębokości 1030 m. Krawędź eksploatacji umiejscowiona jest w środku modelu, zaś wybrana część pokładu składa się z pięciu filarów (F_1 – F_5 szerokości 6 m każdy) i sześciu komór (K_1 – K_6 także o szerokości 6 m każda). Dalszą część wybranej przestrzeni stanowią zrobry. Znajdujący się nad pokładem górotwór został podzielony na dwie części: górotwór nienaruszony i górotwór naruszony (wpływem eksploatacji). Górotwór naruszony zgodnie z pracą [12] obejmuje obszar nad zrobami do krawędzi eksploatacji. Właściwości fizykomechaniczne poszczególnych fragmentów modelu zdefiniowane są modułem Younga E oraz współczynnikiem Poissona ν . Obciążeniem modelu jest ciężar własny górotworu $\gamma = 0,025 \text{ MPa/m}^3$.

Warunki brzegowe (rys. 3) stanowią:

- zerowe przemieszczenia poziome na pionowych krawędziach modelu,
- zerowe przemieszczenia pionowe na dolnej krawędzi poziomej.

Dyskretyzację modelu przeprowadzono czworokątnymi płaskimi 9-węzłowymi elementami skończonymi, przy czym całkowita liczba stopni swobody modelu wyniosła 221 758.

Na potrzeby uwzględnienia wpływu uwarstwienia górotworu oraz nieciągłości międzywarstwowych na stan naprężenia górotworu model posiada w sobie dodatkowe elementy typu „kontaktowego” pozwalające na modelowanie poślizgów międzywarstwowych [1, 2, 4, 5].

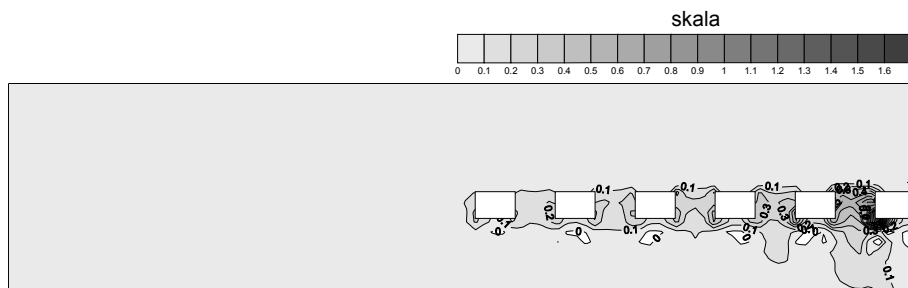
Oszacowano zastępczy moduł Younga oraz współczynnik Poissona dla górotworu naruszonego metodą analizy odwrotnej poprzez dopasowanie wyników pomiarów geodezyjnych (tak przemieszczeń pionowych, jak i poziomych) dla wyników uzyskanych drogą symulacji komputerowej i podano je w tabeli 1 [12].

TABELA 1

Zastępczy moduł Younga oraz współczynnik Poissona dla górotworu

Górotwór	E , MPa	ν
Pokład	14 000	0,25
Filary	8000	0,3
Zroby	140	0,4
Górotwór nienaruszony	14 000	0,25
Górotwór naruszony	3000	0,3
Skąły spągowe	8000	0,3

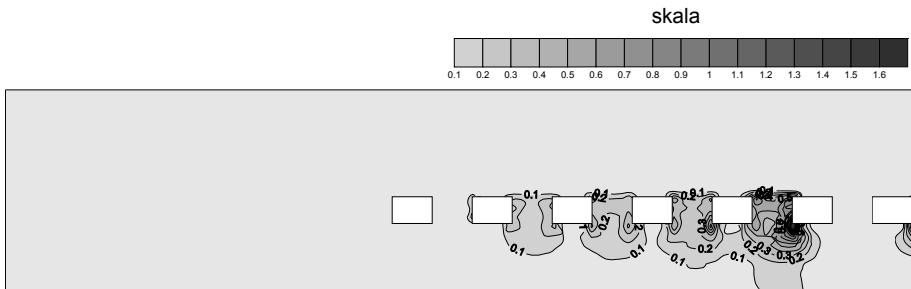
Założono, na podstawie uzyskanych wartości kumulacji energii całkowitej (rys. 2), że filar F_1 (najbliższy zrobom) ulega upodatnieniu (zmienia swoje właściwości fizyczne). W filarze tym gromadzi się najwięcej energii. Upodatnienie filarów symulowano, zmieniając ich właściwości fizyczne z liniowo-sprężystych (moduł Younga $E = 8000$ MPa, współczynnik Poissona $\nu = 0,3$) na właściwości idealnie plastyczne (plastyczność dwuliniowa — moduł Younga $E = 800$ MPa, granica uplastycznienia = 4 MPa współczynnik Poissona $\nu = 0,3$). Zakładając czynną eksploatację pokładu systemem filarowo komorowym zmodyfikowano model wstępny symulując postęp eksploatacji pokładu (powstawanie kolejnych komór K_7 – K_{11} i rozdzielających je filarów F_6 – F_{10}). Przy tworzeniu komór eksploatacyjnych usunięto z modeli elementy znajdujące się w miejscu lokalizacji komory.



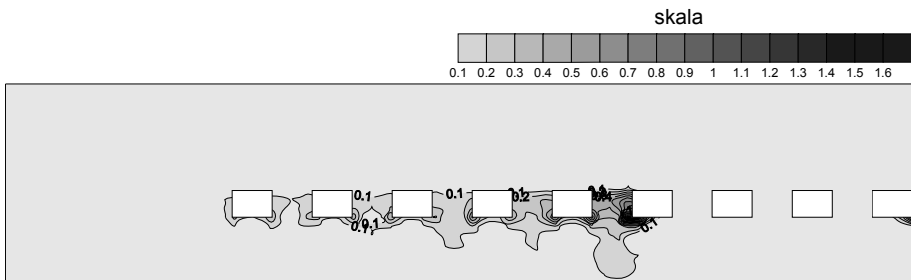
Rys. 2. Energia właściwa [MJ/m^3] (model wstępny)

Obliczenia przeprowadzono w 10 krokach.

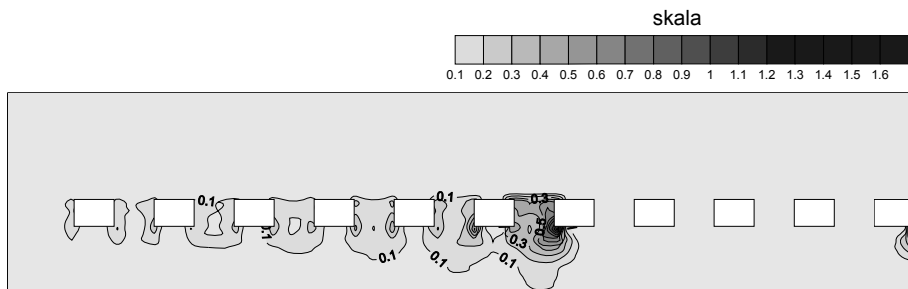
- Krok 1.** Przez usunięcie elementów w miejscu oznaczonym na rysunku 1 jako K_7 obliczono nowy stan przemieszczenia i naprężenia wynikający ze zmiany geometrii.
- Krok 2.** Zasymulowano upodatnienie filara F_1 najbliższego zrobom przez zmianę jego właściwości fizycznych. Powstały po tej zmianie rozkład gęstości energii przedstawiono na rysunku 3. W opisach czynności wykonanych w kolejnych krokach nie powtarzano słowa symulacja.
- Krok 3.** Wykonano komorę K_8 .
- Krok 5.** Wykonano komory K_9 — rozkład funkcji gęstości energii przedstawia rysunek 4.
- Krok 6.** Upodatniono filar F_3 .
- Krok 7.** Wykonano komorę K_{10} .
- Krok 8.** Upodatniono filara F_4 .
- Krok 9.** Wykonano komorę K_{11} — rozkład funkcji gęstości energii przedstawiono rysunku 5.
- Krok 10.** Upodatniono filar F_5 — rozkład funkcji gęstości energii przedstawia rysunek 6.



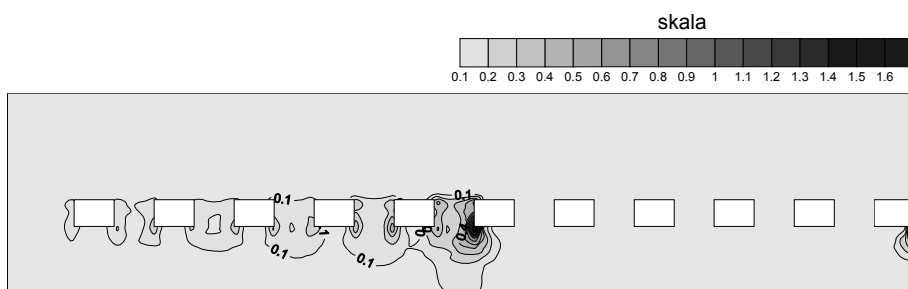
Rys. 3. Energia właściwa [MJ/m^3]
(wyeksploatowana siódma komora oraz upodatniony pierwszy filar)



Rys. 4. Energia właściwa [MJ/m^3]
(wyeksploatowana dziewiąta komora)



Rys. 5. Energia właściwa [MJ/m^3]
(wyeksploatowana jedenasta komora)



Rys. 6. Energia właściwa [MJ/m^3]
(wyeksploatowana jedenasta komora oraz upodatkony piąty filar)

3. Analiza uzyskanych wyników

Prezentowane na załączonych rysunkach wyniki uzyskiwane dla poszczególnych kroków symulacji wykazują zmiany w rozkładzie energii właściwej w bezpośrednim otoczeniu pola filarowo-komorowego. Początkowa lokalizacja miejsca koncentracji dużych wartości energii właściwej występuje w filarze skrajnym (koło zrobów — rys. 2); wraz z postępującym ich upodatkowaniem ulega przesunięciu na filary w kierunku pokładu (rys. 5 i 6). Zmniejszanie się wartości energii w filarach skrajnych powoduje wzrost wartości energii w filarach pozostałych.

Prezentowany w pracy model oraz osiągnięte wyniki pozwalają stwierdzić, że można efektywnie modelować komputerowo różne formy degradacji (niszczenia) górotworu oraz szacować ich skutki (zmiany energii właściwej, wyężenia, naprężeń itp.) w trakcie postępującej eksploatacji. Praca będzie rozwijana w kierunku bardziej złożonych modeli fizycznych górotworu (niesprężysto-plastycznych) oraz innych aniżeli filarowo-komorowe eksploatacje.

LITERATURA

- [1] *Bathe K.J.*: Finite element procedures in engineering analysis. NY, Prentice Hall Inc. 1982
- [2] *Cundall P.A.*: Numerical Modelling of Jointed and Faulted Rock. [In:] *Mechanics of Jointed and Faulted Rock*. Rotterdam, Balkema 1990, 11–18
- [3] *Dacko M i in.*: Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji. Warszawa, Arkady 1994
- [4] *Filcek H., Walaszczyk J., Tajduś A.*: Metody komputerowe w geomechanice górniczej. Katowice, Śląskie Wydawnictwo Techniczne 1994
- [5] Itasca Consulting Group Inc.: *Fast Lagrangian Analysis of Continua v.4.0, Users Manual*, Minneapolis 2000
- [6] *Adina System Online Manuals*. Watertown, USA, ADINA R@G, Inc. 1999
- [7] *Szmelter J.*: Metody komputerowe w mechanice. Warszawa, PWN 1980
- [8] *Walaszczyk J., Barnat A., Hachaj S.*: Komputerowa symulacja fali przemieszczeń spowodowanej nagłą degradacją filarów górniczych. Kraków, Geotechnika i budownictwo specjalne 2000, Wyd. KGBiG AGH 2000
- [9] *Walaszczyk J., Barnat A., Hachaj S.*: Wykorzystanie analizy falkowej do identyfikacji zniekształceń sygnałów otrzymanych z modeli numerycznych MES. Kraków, Geotechnika i budownictwo specjalne 2004, Wyd. KGBiG AGH 2004
- [10] *Walaszczyk J.*: O pewnych możliwościach zastosowania metod numerycznych do zagadnienia odprężenia górotworu. *ZN AGH Górnictwo*, z. 107, 1980
- [11] *Zienkiewicz O.C.*: Metoda elementów skończonych. London, McGraw-Hill 1977
- [12] *Praca zbiorowa pod redakcją E. Popiołka i J. Walaszczyka*: Wykorzystanie geodezyjnych obserwacji przemieszczeń i deformacji powierzchni terenu oraz górotworu do weryfikacji geomechanicznych modeli w aspekcie opisu stanu naprężeń górotworu z wykorzystaniem MES i obserwacji satelitarnych GPS. Kraków, Katedra Ochrony Terenów Górniczych AGH, 2003 (praca niepublikowana)