

*Kazimierz Trybalski\*, Damian Krawczykowski\**

## ENERGETYCZNE WSKAŹNIKI OCENY PROCESU MIELENIA RUDY MIEDZI I ICH MODELOWANIE\*\*

---

### 1. Wstęp

Polskie rudy miedzi z uwagi na swoje specyficzne własności, skład mineralny, liczbę występujących typów litologicznych oraz wielkość ziarn minerałów kruszczowych i charakter mineralizacji należy zaliczyć do trudno wzbogacalnych. Trudność ta pojawia się szczególnie na etapie ich przygotowania do wzbogacania i samej flotacji, a nawet w procesie odwadniania. Polega ona na konieczności stosowania drobnego mielenia, długich czasów flotacji oraz termicznego dosuszania koncentratu końcowego. Tłumaczy to w sposób obiektywny większą energochłonność procesu wzbogacania naszych rud niezależnie od przyjętych rozwiązań projektowo-technicznych. Dlatego sprawa doboru właściwej technologii, przyjęcia możliwie najlepszych rozwiązań projektowych oraz zastosowania nowoczesnego wyposażenia technicznego wraz z szeroko rozumianą automatyzacją produkcji jest szczególnie ważna dla zapewnienia niskich kosztów przerobu. Działania te są sukcesywnie podejmowane od wielu lat, prowadzone są badania nad modyfikacją zastosowanych technologii wzbogacania oraz modernizacją znajdującego się w zakładach wyposażenia technicznego i wdrażaniem nowoczesnych systemów sterowania i kontroli procesem wzbogacania rud miedzi [4].

W artykule przedstawiono zagadnienia energochłonności mielenia i klasyfikacji rudy miedzi w O/ZWR Rejon Lubin. Przedstawiono bilans energetyczny dla układu mielenia i klasyfikacji oraz całego zakładu, wskazując na najwyższą energochłonność rozpatrywanego układu.

Na podstawie danych energetycznych i technologicznych dostarczonych przez system kontroli układu mielenia i klasyfikacji MillStar, obliczono wartości wskaźników energetycznych oraz modele opisujące charakter i siłę zależności pomiędzy wskaźnikami a danymi energetyczno-technologicznymi procesu mielenia i klasyfikacji [6].

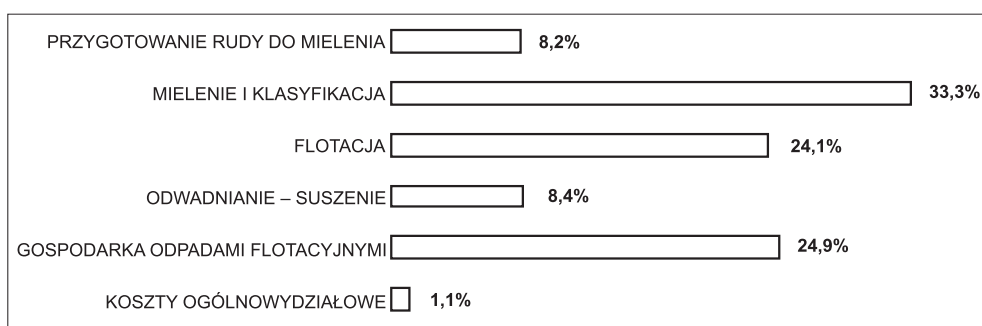
---

\* Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

\*\* Praca naukowa finansowana ze środków KBN na lata 2004–2006 jako projekt badawczy nr 4 T12A 030 26

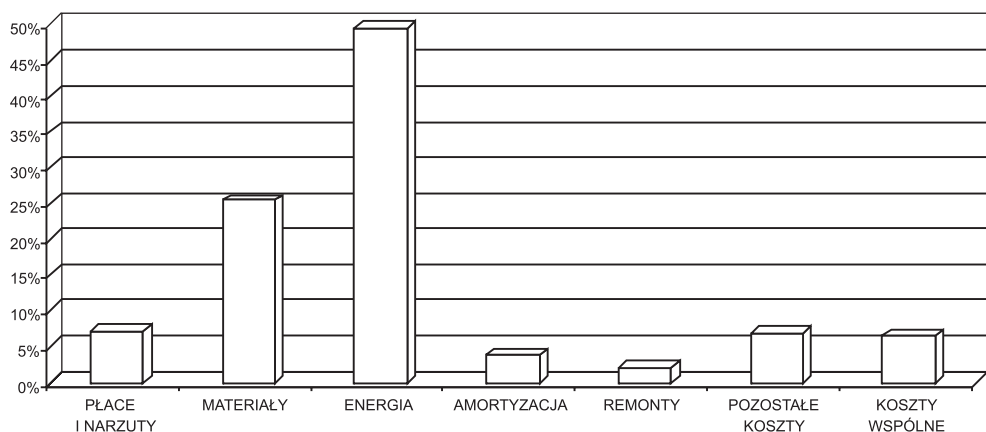
## 2. Bilans energetyczny dla węzła mielenia i klasyfikacji oraz całego zakładu

Proces rozdrabniania (kruszenia i mielenia) jest najbardziej energochłonnym procesem przeróbczym, co oznacza, że jest on również najdroższym procesem jednostkowym w przeróbce surowców. Dotyczy to zarówno kosztów inwestycyjnych, jak i eksploatacyjnych. Potwierdzeniem tego jest przeprowadzona analiza kosztów w układzie stanowiskowym ze szczególnym uwzględnieniem kosztów energii dla rejonu Lubin.



Rys. 1. Zestawienie procentowe kosztów O/ZWR Rejon Lubin za rok 2002 w podziale na procesy przeróbcze

Rysunek 1 ilustruje zestawienie procentowe kosztów O/ZWR Rejon Lubin za rok 2002 w podziale na poszczególne procesy przeróbcze. Najwięcej kosztów generowanych jest w procesie mielenia i klasyfikacji, tj. ok. 33%, a energia stanowi ich największy odsetek, prawie 50% (rys. 2).



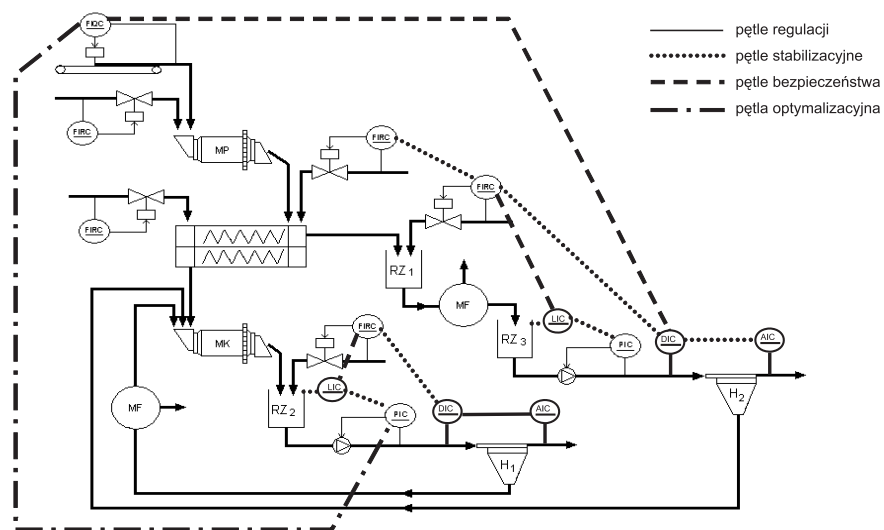
Rys. 2. Rodzaje i wielkość kosztów procesu mielenia i klasyfikacji za rok 2002

### 3. Opis obiektu i zmiennych

Obiektem badań był węzeł mielenia i klasyfikacji drugiego ciągu technologicznego O/ZWR rejonu Lubin. Układ ten obejmuje:

- mielenie w młynach prętowych,
- mielenie w młynach kulowych,
- klasyfikację w klasyfikatorach zwojowych,
- klasyfikację w hydrocyklonach  $\phi$  500 mm i  $\phi$  350 mm wraz z układami pompowymi i siecią rurowciągową,
- flotację wstępną,
- flotację szybką.

Schemat technologiczny węzła przedstawiono na rysunku 3. Na rysunku tym zaznaczono też układy pomiarowe i sterowania zainstalowane w tym węźle. Układy te umożliwiły zebranie wyników w odniesieniu do parametrów technologicznych procesu.



Rys. 3. Schemat obiektu oraz układów regulacji i sterowania węzłem mielenia i klasyfikacji w O/ZWR Rejon Lubin

W tabeli 1 zamieszczono wykaz najważniejszych zmiennych procesowych, dla drugiej trzeciej drugiego ciągu technologicznego O/ZWR Rejon Lubin, rejestrowanych i archiwizowanych przez system MillStar.

TABELA 1

Wykaz najważniejszych zmiennych obiektowych mierzonych przez system dla tercji drugiej

Technologiczne	Energetyczne
$D_{nHC209}$ – gęstość nadawy na hydrocyklon HC <sub>209</sub> ciągu rudy węglanowej [g/dm <sup>3</sup> ]	EMP221 – moc napędu młyna prętowego [kW]
$P_{HC209}$ – ciśnienie nadawy na HC <sub>209</sub> [KPa]	EMK222 – moc napędu młyna kulowego [kW]
$V_{nHC209}$ – natężenie przepływu nadawy na HC <sub>209</sub> [m <sup>3</sup> /h]	EMF212 – moc napędu maszyny flotacyjnej [kW]
$D_{pHC209}$ – gęstość przelewu HC <sub>209</sub> [g/dm <sup>3</sup> ]	EPM209 – moc napędu pompy [kW]
$d_{sHC209}$ – średnia wielkość ziarna w przelewie HC <sub>209</sub> [μm]	EPM218 – moc napędu pompy [kW]
$d_{+200HC209}$ – zawartość klasy > 200 μm w przelewie HC <sub>209</sub> [%]	ETM221 – moc napędu taśmociągu [kW]
$D_{nHC218}$ – gęstość nadawy na hydrocyklon HC <sub>218</sub> ciągu rudy piaskowcowej [g/dm <sup>3</sup> ]	
$P_{HC218}$ – ciśnienie nadawy na HC <sub>218</sub> [KPa]	
$D_{pHC218}$ – gęstość przelewu HC <sub>218</sub> [g/dm <sup>3</sup> ]	
$d_{sHC218}$ – średnia wielkość ziarna w przelewie HC <sub>218</sub> [μm]	
$d_{+200HC218}$ – zawartość klasy > 200 μm w przelewie HC <sub>218</sub> [%]	
$D_{MP221}$ – gęstość pulpy w młynie prętowym [g/dm <sup>3</sup> ]	
$Q_{rMP221}$ – natężenie przepływu rudy do młyna prętowego [Mg/h]	
$L_{rz1B}, L_{rz2B}, L_{rz3B}$ – poziomy w rzapiach [%]	

#### 4. Wskaźniki oceny pracy wężła rozdrabniania (energetyczne)

Dla przedstawionego wężła przyjęto wskaźniki oceny jego pracy. Wybór odpowiedniego wskaźnika oceny jest bardzo ważny w modelowaniu i optymalizacji procesów. Przyjęto wskaźniki energetyczne, które obok chwilowych mocy i zużycia energii ujmują także jej zużycie na jednostkę rozdrabnianej masy produktu lub na jednostkę wytwarzanego produktu.

Ponieważ w omawianym wężle produkowane są dwa główne produkty końcowe – przelewy hydrocyklonów ciągu rudy piaskowcowej i rudy węglanowej, oprócz wskaźnika dla młyna prętowego przyjęto wskaźniki dla wyżej wymienionych ciągów oraz dla całego wężła przygotowania nadawy wraz z ich jednostkami.

Dla młyna prętowego określono względny wskaźnik zużycia energii elektrycznej przez młyn na tonę przerabianej rudy

$$\frac{M_{MP}}{F_{MP}} \left[ \frac{\text{kW}}{\text{Mg/h}} \right] \rightarrow \frac{E}{Q} = E_{jed.} \left[ \frac{\text{kWh}}{\text{Mg}} \right] \quad (1)$$

Dla ciągu rudy piaskowcowej określono wskaźnik wyrażający chwilowy pobór mocy młyna prętowego w stosunku do udziału procentowego klasy ziarnowej > 200 μm w przelewie hydrocyklonów tego ciągu

$$\frac{M_{MP}}{\gamma_{<dp}^{H_2}} \left[ \frac{\text{kW}}{\%} \right] \quad (2)$$

Dla ciągu rudy węglanowej zaproponowano trzy wskaźniki ujmujące zużycie energii elektrycznej młyna kulowego lub obu młynów jako globalnej jednostki rozdrabniającej w odniesieniu do składu ziarnowego przelewu hydrocyklonów ciągu rudy węglanowej lub masowego natężenia przepływu klasy  $< d_p$  w przelewie hydrocyklonów:

$$\frac{M_{MK}}{\gamma_{<dp}^{H_1}} \left[ \frac{\text{kW}}{\%} \right]; \quad \frac{M_{MP} + M_{MK}}{\gamma_{<dp}^{H_1}} \left[ \frac{\text{kW}}{\%} \right]; \quad \frac{M_{MP} + M_{MK}}{\gamma_{<dp}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot G_{nH}} \cdot 1000 \left[ \frac{\text{kW}}{\% \cdot \text{Mg}} \right] \quad (3)$$

Oceniając cały węzeł mielenia i klasyfikacji, zaproponowano wskaźnik uwzględniający moc pobieraną przez wszystkie istotne napędy tego węzła, jak również skład ziarnowy produktów końcowych węzła przygotowania nadawy

$$\frac{M}{a\gamma_{<dp}^{H_2} + b\gamma_{<dp}^{H_1}} \left[ \frac{\text{kW}}{\%} \right] \quad (4)$$

W powyższych wzorach użyto następujących oznaczeń:

- $F_{MP}$  — masowe natężenie przepływu rudy w młynie prętowym [Mg/h],
- $Q$  — masa [Mg],
- $E$  — energia elektryczna [kWh],
- $V_{nH}$  — objętościowe natężenie przepływu mętów w hydrocyklonach  $H_1$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ],
- $M_{MP}$  — moc chwilowa napędu młyna prętowego [kW],
- $M_{MK}$  — moc chwilowa napędu młyna kulowego [kW],
- $M$  — moc chwilowa wszystkich napędów [kW],
- $\gamma_{<dp}^{H_2}$  — wychód klasy  $< d$  w przelewie hydrocyklonów ciągu rudy piaskowcowej [%],
- $\gamma_{<dp}^{H_1}$  — wychód klasy  $< d$  w przelewie hydrocyklonów ciągu rudy węglanowej [%],
- $G_{nH}$  — gęstość mętów nadawy do hydrocyklonów  $H_1$  [ $\text{Mg}/\text{m}^3$ ],
- $a, b$  — wagi związane z technologicznymi warunkami pracy urządzeń klasyfikujących [-].

## 5. Metody obliczeniowe

Od procesów przemysłowych oczekuje się coraz lepszej powtarzalności, łatwości sterowania automatycznego, optymalizacji kosztów. Rośnie stopień złożoności procesu, co z kolei rzutuje na trudności w identyfikacji i stopień skomplikowania opisującego proces modelu. Poprawne modelowanie przemysłowych procesów przeróbczych oraz ich układów musi być zatem oparte na eksperymencie czynnym, w którym prowadzi się badania, wprowadzając założone zmiany istotnych parametrów technologicznych procesów. W przypadku badania złożonych procesów technologicznych, takich np. jak układ mielenia i klasyfikacji, należy w sposób szczególnie rozważny typować najistotniejsze parametry technologiczne, w tym parametry sterujące, uwzględniając ich wzajemne zależności, co może pozwolić na rozpoznanie mechanizmu powiązań między nimi [5].

W artykule opracowano modele określające wzajemne zależności funkcyjne pomiędzy zmiennymi energetycznymi i technologicznymi procesu. Modelowanie przeprowadzono bazując zarówno na regresji wielorakiej, jak i z zastosowaniem sieci neuronowych.

Dane pochodzą z okresu trzech dziennych zmian roboczych, w trakcie których przeprowadzano eksperyment. Rejestrowanie danych odbywało się z częstotliwością próbkowania co 10 s. W celu ustabilizowania chwilowych skoków ich wartości oraz odrzucenia błędnych wskazań dane uśredniano za czas 1 minuty i poddawano filtracji.

### Modelowanie regresyjne

Regresja jest to badanie wpływu jednej lub kilku zmiennych tzw. objaśniających na zmienną, której przebiegu się poszukuje, a więc na zmienną objaśnianą. Mówiąc o wpływie wielu zmiennych na zmienną objaśnianą, regresję nazywa się wieloraką lub wielowymiarową.

Analiza regresji polega na estymacji parametrów równania teoretycznego regresji, które w sposób najdokładniejszy odwzorowuje zachodzącą zależność

Jeśli występuje  $n$  obserwacji zmiennych  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , które mogą mieć wpływ na zmienną  $y$ , to liniowym modelem regresji wielorakiej będzie równanie postaci [1]

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (5)$$

gdzie:

$\beta_i$  — parametry modelu (współczynniki regresji) opisujące wpływ  $i$ -tej zmiennej,

$\varepsilon$  — składnik losowy.

Dla badanego węzła mielenia i klasyfikacji zmiennymi modelowanymi są wskaźniki energetyczne obliczone na podstawie danych energetyczno-technologicznych procesu, zebranych podczas eksperymentu czynnikowego przeprowadzonego w O/ZWR Rejon Lubin.

TABELA 2

**Posumowanie regresji zmiennej  $E_{MP+MR}(\gamma_{+200HC209} \cdot V_{nHC209} \cdot D_{nHC209}) \cdot 1000$ ,  $R = 0,83797920$ ,  $R^2 = 0,70220913$ , skoryg.  $R^2 = 0,69976250$ ,  $F(7,852) = 287,01$ ,  $p < 0,0000$ , błąd estymacji: 0,08428**

$N = 860$	$\beta$	Błąd st. $\beta$	$B$	Błąd st. $B$	$t(852)$	poziom $p$
Wyraz wolny			0,5120	0,2586	1,98	0,084
$P_{HC209}$	-0,882	0,082	-0,0107	0,0010	-10,70	0,000
$D_{pHC209}$	-0,323	0,024	-0,0011	0,0001	-13,20	0,000
$P_{HC218}$	-0,170	0,072	-0,0011	0,0005	-2,37	0,018
$D_{MP221}$	0,043	0,022	0,0002	0,0001	1,97	0,049
$E_{PM209}$	0,654	0,060	0,0164	0,0015	10,97	0,000
$EP_{M218}$	0,165	0,071	0,0038	0,0016	2,33	0,020
$L_{rz2B}$	-0,038	0,045	-0,0006	0,0008	-0,84	0,400

W tabeli 2 podano wyniki modelowania – równania regresji (6) przedstawiające siłę, kształt i kierunek powiązań pomiędzy przykładowymi wskaźnikami energetycznymi a danymi procesowymi wytypowanymi po uprzedniej analizie związków korelacyjnych pomiędzy nimi.

$$\begin{aligned} \frac{(M_{MP} + M_{MK}) \cdot 1000}{\gamma_{<d_p}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot G_{nH}} = & 0,512 - 0,0107P_{HC209} - 0,0011D_{pHC209} - \\ & - 0,0011P_{HC218} + 0,0002D_{MP221} + 0,0164 E_{MP209} + 0,0038E_{PM218} - \\ & - 0,0006L_{rz2B} \pm 0,084; R^2 = 0,7 \end{aligned} \quad (6)$$

Powyższa, oszacowana, funkcja regresji uzależniona jest od siedmiu zmiennych, spośród których brak istotności wykazuje jedynie zmienna poziomu mętów w rzapiu nr 2 ( $p = 0,4 > p_{zal.} = 0,05$ ). Najsilniejszy wpływ na modelowany wskaźnik ma ciśnienie nadawy na hydrocyklon ciągu rudy węglanowej ( $P_{HC209}$ ), ponieważ standaryzowany współczynnik regresji  $\beta$  ma najwyższą bezwzględną wartość. Siła oddziaływań ciśnienia na wartość szacowanego wskaźnika jest ujemna, co oznacza, że wzrost ciśnienia nadawy na hydrocyklon ciągu rudy węglanowej o 1 kPa powoduje zmniejszenie wartości wskaźnika (efekt korzystny) o około 0,011 kWh/Mg rudy. Równie istotny wpływ na zmienność analizowanego wskaźnika ma moc pobierana przez pompę, która zasila nadawą hydrocyklon ciągu rudy węglanowej. Siła oddziaływań pomiędzy wartościami wskaźnika i mocy jest w tym przypadku dodatnia. Wraz ze wzrostem mocy pobieranej przez pompę rośnie wartość rozpatrywanego wskaźnika. Błąd standardowy estymacji równy 0,084 interpretuje się jako przeciętne odchylenie wskaźnika w próbie od wskaźnika teoretycznego – wyznaczonego z modelu. Natomiast wartość współczynnika determinacji  $R^2 = 0,7$  oznacza, że 70% zmienności szacowanego wskaźnika jest wyjaśnione przez model.

Analogicznej interpretacji podlegają wyniki modelowania wskaźnika oceniającego ciąg rudy piaskowcowej. Zmienność poniższego wskaźnika, ujmującego pobór mocy młyna prętowego w odniesieniu do udziału procentowego klasy ziarnowej  $< d_p$  w przelewie hydrocyklonów ciągu rudy piaskowcowej, najsilniej uzależniona jest od gęstości przelewu w hydrocyklonie tegoż ciągu, natomiast nie zależy od ciśnienia nadawy kierowanej na hydrocyklon ciągu rudy piaskowcowej oraz mocy pobieranej przez napęd pompy tłoczącej nadawę do hydrocyklona ciągu rudy węglanowej.

$$\begin{aligned} \frac{M_{MP}}{\gamma_{<d_p}^{H_2}} = & 509,52 - 0,04D_{nHC209} + 0,301P_{HC209} - 0,06V_{nHC209} - 0,043P_{HC218} - \\ & - 0,238 D_{pHC218} - 0,035D_{MP221} - 0,247E_{PM209} - 0,995E_{PM218} \pm 0,86; \end{aligned} \quad (7)$$

$$R^2 = 0,7$$

Analizując powyższe modele, można stwierdzić – w większości przypadków – wysoką istotność statystyczną współczynników przy zmiennych niezależnych, a tym samym istotność wpływu parametrów technologiczno-energetycznych na szacowane wskaźniki.

## Modelowanie sieciami neuronowymi

Sieci neuronowe znalazły ostatnio bardzo szerokie zastosowania w modelowaniu i sterowaniu nimi różnorodnych procesów przemysłowych, w tym także procesów przeróbki surowców mineralnych [2, 3].

Dla analizowanego obiektu – węzła mielenia i klasyfikacji – poszukiwano takich samych typów zależności jak w przypadku modelowania regresyjnego. Obliczenia dla zadanych funkcji modelu przeprowadzono, wykorzystując komputerowy program do modelowania sieci neuronowych Statistica Neural Networks firmy StatSoft. Do uczenia najlepszych wytypowanych sieci neuronowych zastosowano algorytm wstecznej propagacji błędów z następującymi parametrami uczenia: współczynnik uczenia 0,1, bezwładność 0,3, liczba epok 100.

Ogólną postać modeli oraz wyniki modelowania można przedstawić następująco:

- a) dla ciągu rudy węglanowej

$$\frac{M_{MP} + M_{MK} \cdot 1000}{\gamma_{<dp}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot G_{nH}} = f(P_{HC209}, D_{pHC209}, P_{HC218}, D_{MP221}, E_{PM209}, E_{PM218}, L_{r2B}) \quad (8a)$$

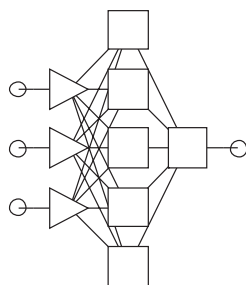
- b) dla ciągu rudy piaskowcowej

$$\frac{M_{MP}}{\gamma_{<dp}^{H_1}} = f(D_{nHC209}, P_{CH209}, V_{nHC209}, P_{HC218}, D_{pHC218}, D_{MP221}, E_{PM209}, E_{PM218}) \quad (8b)$$

TABELA 3

### Edytor zbioru sieci

Nr sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testów	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testów
1	MLP	1	2	0,01263	0,01305	0,01325	0,9028548	0,9273086	0,8572373
2	RBF	1	4	0,01143	0,0113498	0,01378	0,8168691	0,8054436	0,8881199
3	liniowa	6	–	0,007508	0,0088028	0,00881	0,5365731	0,6029428	0,5691676
4	liniowa	3	1	0,005716	0,006847	0,007443	0,4085353	0,4750551	0,4774531
5	MLP	3	5	0,004244	0,005235	0,005972	0,3033179	0,3675381	0,3815066



Rys. 4. Schemat najlepszej sieci nr 5 (dla przypadku a))



TABELA 4

Statystyki regresyjne (dla przypadku a))

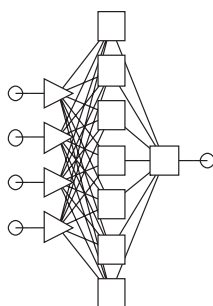
	Uczący $\frac{M_{MP} + M_{MK} \cdot 1000}{\gamma_{<dp}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot G_{nH}}$	Walidacyjny $\frac{M_{MP} + M_{MK} \cdot 1000}{\gamma_{<dp}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot G_{nH}}$	Testowy $\frac{M_{MP} + M_{MK} \cdot 1000}{\gamma_{<dp}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot G_{nH}}$
Średnia	0,07893	0,07904	0,07815
Odch. std.	0,01407	0,01422	0,01562
Średni błąd	5,099e-05	-0,0008123	-0,0009411
Odch. błędu	0,004266	0,005227	0,005958
Śr. bł. bezwz.	0,003279	0,004123	0,004321
Iloraz odch.	0,3033179	0,3675381	0,3815066
Korelacja	0,9529942	0,9312798	0,927755

TABELA 5

Edytor zbioru sieci (dla przypadku b))

Nr sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testów	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testów
1	liniowa	5	–	6,806391	8,515447	8,142233	0,7268818	0,8818911	0,9767898
2	RBF	3	1	8,256925	8,316967	7,410022	0,8817901	0,8681912	0,8861264
3	liniowa	6	–	6,505357	7,938395	7,708521	0,6947332	0,8263961	0,9240826
4	MLP	3	2	5,488482	5,743223	5,70565	0,5861368	0,5999909	0,6849654
5	MLP	4	7	4,225708	4,808492	4,936791	0,4512643	0,4989732	0,5921345

Dla zadanego zbioru danych *Automatyczny projektant sieci* znalazł w obu przypadkach zbiory pięciu sieci (tab. 3 i 5), które mogą być wykorzystane do modelowania rozpatrywanych wskaźników. Z sieci tych, sieci nr 5 okazały się najlepsze (rys. 4 i 5), charakteryzowały się bowiem najmniejszą wartością błędów i najwyższą „jakością” (dla regresji najlepsza jest najmniejsza wartość wskaźnika jakości).



Rys. 5. Schemat najlepszej sieci nr 5 (dla przypadku b))

TABELA 6

## Statystyki regresyjne (dla przypadku b))

	Uczący $\frac{M_{MP}}{\gamma_{<dp}^{H_1}}$	Walidacyjny $\frac{M_{MP}}{\gamma_{<dp}^{H_1}}$	Testowy $\frac{M_{MP}}{\gamma_{<dp}^{H_1}}$
Średnia	35,90546	33,72933	36,22516
Odch. std.	10,20594	5,626772	9,915883
Średni błąd	-0,01519	-0,04084	-0,8432
Odch. błędu	4,71325	3,047909	4,352633
Śr. bł. bezwz.	3,450102	2,391509	3,333816
Iloraz odch.	0,4512643	0,4989732	0,5921345
Korelacja	0,8878443	0,8433839	0,9005398

W tabelach 3 i 5, w edytorze zbioru sieci, zawarto podstawowe charakterystyki rozpatrywanych sieci. Podano błędy otrzymane przy uruchamianiu sieci na podzbiórce uczącym, walidacyjnym i testowym. Wzrost błędu walidacyjnego na pewnym etapie uczenia sieci wskazuje na przeuczenie sieci. Wartość tego błędu należy przede wszystkim brać pod uwagę przy podejmowaniu decyzji, której sieci użyć w modelowaniu. Przedstawiono również jakości uczenia, walidacji i testowania zależne przede wszystkim od natury sieci. W zagadnieniach regresyjnych jakość sieci wyrażona jest ilorazem odchylenia standardowego dla reszt (błędów) i odchylenia standardowego wartości zmiennej objaśnianej. Mniejsza jego wartość świadczy o lepszej jakości (efektywności) modelu. Dla bardzo dobrych modeli iloraz ten nie przekracza wartości 0,1.

W edytorze zbioru sieci określono również liczbę zmiennych wejściowych wchodzących w strukturę sieci oraz liczbę neuronów ukrytych z drugiej warstwy dla sieci trójwarstwowych. Liczba neuronów ukrytych jest miarą złożoności sieci. Korzystniejsze są sieci z mniejszą liczbą neuronów ukrytych i mniejszą liczbą wejść, o ile nie tracą zbyt wiele na swojej efektywności. Dla przypadku a) najlepsza sieć nr 5 wykorzystuje trzy zmienne wejściowe:  $D_{pHC209}$ ,  $D_{MP221}$ ,  $E_{PM209}$  i pięć neuronów ukrytych, natomiast dla przypadku b) sieć nr 5 uwzględnia do budowy modelu cztery zmienne wejściowe:  $D_{nHC209}$ ,  $D_{pHC218}$ ,  $D_{MP221}$ ,  $E_{PM218}$  i siedem neuronów ukrytych. Sieć nr 5 dla wskaźnika ciągu rudy piaskowcowej jest więc bardziej rozbudowana i złożona. Z przedstawionego powyżej wykazu zmiennych wejściowych wchodzących do modeli widać, że nie wszystkie wejścia w stopniu istotnym wpływają na wartość wskaźnika oceny.

Tabele 4 i 6 zawierają statystyki regresyjne wyznaczone na podstawie zbiorów danych. Są one wyznaczone niezależnie dla zbioru uczącego, walidacyjnego i testowego. Statystyki te określają: wartości średnie wyznaczone na podstawie rzeczywistych wartości zmiennej objaśnianej, odchylenia standardowe wyznaczone na podstawie rzeczywistych wartości zmiennej objaśnianej, przeciętne wartości błędów liczone jako różnica pomiędzy rzeczywistymi i obliczonymi wartościami zmiennej objaśnianej, odchylenia standardowe błędów, wartości średnie modułów błędów, ilorazy odchyłeń standardowych błędów i odchyłeń standardowych wartości zmiennej objaśnianej, współczynniki korelacji Pearsona liczone pomiędzy rzeczywistymi i obliczonymi przez model wartościami zmiennej objaśnianej [3].

Dla znalezionych dwóch modeli iloraz odchylenia standardowego zbioru walidacyjnego wynosi odpowiednio: 0,3675381 i 0,4989732, a wartość korelacji 0,9312798 i 0,8433839. Parametry te świadczą o lepszej jakości modelu dla wskaźnika energetycznego ciągu rudy węglanowej, choć w obu przypadkach uzyskane modele jedynie w stopniu dość dobrym generalizują zadany problem.

Porównując dwa różne sposoby modelowania: regresyjne i sieci neuronowych, trudno jednoznacznie ocenić wyższość jednych modeli nad drugimi. Modele uzyskane przy użyciu sieci neuronowych wykazywały większą wartość współczynnika korelacji w stosunku do modeli regresyjnych i mogą wydawać się bardziej efektywne. Modele regresyjne podają funkcję krzywej regresji, natomiast w sieciach neuronowych funkcja jest niejawną, a otrzymanym modelem jest struktura sieci, parametry jej otrzymania oraz parametry oceny jej jakości. Fakt ten czyni modele regresyjne bardziej praktycznymi i uniwersalnymi w zastosowaniu do oceny obiektu badań.

## 6. Podsumowanie

W artykule przedstawiono możliwości oceny procesów mielenia rudy miedzi zachodzących w węźle mielenia i klasyfikacji w jednym z zakładów wzbogacania rudy KGHM „Polska Miedź” S.A. za pomocą złożonych wskaźników oceny technologiczno-energetycznych. Ujmują one obok wskaźników technologicznych – zazwyczaj natury jakościowej – także wskaźniki energetyczno-ilościowe.

W sytuacji poszukiwania w zakładach przerobczych oszczędności energetycznych – przy uwzględnieniu, że najbardziej energochłonnym procesem są procesy rozdrabniania surowców – zastosowanie w ocenie przebiegu procesu, a także w jego sterowaniu wskaźników energetycznych wydaje się w pełni uzasadnione. W artykule przedstawiono kilka rodzajów wskaźników, uwzględniając także strukturę analizowanego węzła oraz rodzaje uzyskiwanych produktów końcowych wychodzących z węzła. Podano przykładowe modele dwójakiego rodzaju: regresyjne i w postaci sieci neuronowych. Modele te mają podobną ogólną strukturę i uzyskano je w podobnym podejściu do modelowania. Porównano te modele. Modele regresyjne są bardziej praktyczne w ocenie procesów, natomiast w sterowaniu większa jest przydatność sieci neuronowych, których proces uczenia i aktualizacji może być „zautomatyzowany” i prowadzony w sposób dynamiczny wraz ze zmieniającymi się warunkami przebiegu procesu technologicznego.

### LITERATURA

- [1] *Draper N.R., Smith H.*: Analiza regresji stosowana. Warszawa, PWN 1973
- [2] *Kurleto S., Trybalski K.*: Modelowanie układu mielenia i klasyfikacji rudy miedzi z zastosowaniem sieci neuronowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Górnictwo, z. 255, 2002
- [3] Sieci neuronowe. Materiały konferencyjne z seminarium organizowanego przez StatSoft Polska Sp. z o.o., Warszawa 14 października 1999
- [4] Praca zbiorowa: Monografia KGHM „Polska Miedź” S.A. Lubin, 1996
- [5] *Trybalski K.*: Badanie systemu sterowania procesem mielenia i flotacji w warunkach technologicznych ZWR – rejon Lubin. Praca zbiorowa AGH, sprawozdanie, 2003
- [6] *Trybalski K.*: Określenie możliwości techniczno-technologicznych obniżenia energochłonności procesu mielenia, określenie podatności na rozdrabnianie składników litologicznych przerabianego urobku – Etap I. Praca zbiorowa AGH, sprawozdanie nr 5/TW/04, 2004