

*Tomasz Gawenda\**, *Zdzisław Naziemiec\*\**, *Tadeusz Tumidajski\**, *Daniel Saramak\**

## SPOSOBY OPTYMALIZACJI SKŁADU ZIARNOWEGO I KSZTAŁTU ZIAREN KRUSZYW MINERALNYCH W PRODUKTACH KRUSZAREK SZCZĘKOWYCH\*\*\*

---

### 1. Wstęp

Wydajność urządzeń rozdrabniających, zużycie ich elementów roboczych i zużycie energii, są istotnymi wskaźnikami oceny procesu rozdrabniania. Jednak najważniejszym celem procesów rozdrabniania surowców skalnych jest osiągnięcie odpowiedniego uziarnienia produktów pod względem ich rozmiaru i kształtu.

Wiadomo, że wymagania dotyczące cech fizycznych i chemicznych kruszywa mają związek z surowcem, z którego wyprodukowano kruszywo oraz z samym procesem jego produkcji. Proces kruszenia wpływa na wychód poszczególnych klas ziarnowych kruszyw i ma wpływ na zawartość ziaren nieforemnych, a to z kolei wpływa na wytrzymałość ziaren kruszyw używanych do m.in. produkcji betonu (np. wytrzymałość na miażdżenie).

Właściwości betonu w znaczącym stopniu uzależnione są od właściwości tzw. matrycy cementowej, właściwości kruszyw i od właściwości tzw. warstwy pośredniej między matrycą i kruszywem [11].

Dokładny opis procesu rozdrabniania jest trudny ze względu na dużą liczbę parametrów wpływających na rezultaty kruszenia związanych z surowcem i rodzajem kruszarki.

Jedną z możliwych koncepcji opisu jest próba opisu statystycznego opartego na precyzyjnie zaplanowanych doświadczeniach, gdzie zmiennymi byłyby: rodzaj surowca charakteryzowany wskaźnikami wytrzymałościowymi oraz parametry pracy urządzenia takie jak (np. dla kruszarki szczękowej): szerokość szczeliny wypustowej, wielkość skoku szczęki ruchomej, częstotliwość drgań szczęki itd.

W badaniach analizowano m.in. wpływ kształtu powierzchni roboczych kruszarek szczękowych na efekty rozdrabniania (skład ziarnowy produktu, kształt ziaren).

---

\* Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

\*\* Instytut Mineralnych Materiałów Budowlanych o/Kraków-Nowa Huta; Kraków

\*\*\* Artykuł jest wynikiem projektu badawczego nr 4 T12A 030 26

## 2. Badania laboratoryjne i modelowanie regresyjne pracy kruszarki

Badania przeprowadzono na kruszarce szczękowej jedno-rozporowej o prostym ruchu szczęki, górno-osiowej z napędem mimośrodowym. Kruszarka posiadała szczęki gładkie, wielkość paszczy wlotowej  $110 \times 145$  mm, szerokość szczeliny wypustowej była w przedziale  $10 \div 35$  mm, kąt uchwytu  $\alpha$  wynosił  $20^\circ$ .

Do badań użyto pięć różnych surowców skalnych (wapień, dolomit, piaskowiec, diabaz, porfir) charakterystycznych ze względu na pochodzenie geologiczne oraz cechy fizykomechaniczne.

Dla każdego z materiałów przewidziano 27 rozdrabnień przy 3 różnych szczelinach wylotowych, 3 różnych skokach i 3 prędkościach obrotowych wału (częstotliwościach drgań szczęki ruchomej kruszarki) dla  $f = 300, 350, 400$  obr/min. Układ zaplanowanych zmiennych parametrów wielkości przedstawiono w tabeli 1. Relacje wielkości szczeliny  $e$  do wielkości skoku  $s$  zaplanowano wg zależności  $(e+s)$  w granicach  $17,7 \div 38,4$  mm [5]. Zgodnie z literaturą [9] dla małych kruszarek szczękowych zaleca się stosowanie wielkości skoku równego  $0,3$  do  $0,5$  wielkości szczeliny wylotowej, a dla dużych jednostek skok powinien wynosić  $0,15$  do  $0,5$  rozmiaru szczeliny.

TABELA 1

**Dobór szczeliny wylotowej kruszarki dla układu wartości skoku szczęki ruchomej**

Szczelina wylotowa $e$ , mm	Skok szczęki $s$ , mm		
15	2,7	5,3	8,0
20	5,3	8,0	10,7
25	8,0	10,7	13,4

W celu określenia typu zależności między składem ziarnowym produktu a warunkami przebiegu procesu została przeprowadzona aproksymacja dystrybuant empirycznych metodą najmniejszych kwadratów wzorem [2]

$$1 - \Phi(d) = F(d) = e^{-c \left( \frac{d}{d_{\max} - d} \right)^n} \quad (1)$$

gdzie:

$d$  — wielkość ziarna,

$c, d_{\max}, n$  — parametry,

$\Phi(d)$  — dystrybuanta rozkłady wielkości ziaren.

Aby prostymi wzorami metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć parametry  $n$  i  $c$  należy przyjąć na początku obliczeń wartość  $d_{\max}$  i poszukiwać wartości  $n$  i  $c$ , które minimalizują odchylenie resztowe liczone ze wzoru (2)

$$s_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{p_s} (\Phi_e(d_i) - \Phi_i(d_i))^2}{p_s - 2}} \quad (2)$$

gdzie:  $p_s$  jest liczbą użytych sit o wielkościach oczek  $d_i$ , a  $\Phi_e(d_i)$  i  $\Phi_i(d_i)$  są odpowiednio wartościami dystrybuanty empirycznej i dystrybuanty wyznaczonej wzorem aproksymującym dla wielkości ziaren  $d_i$ .

Po wykonaniu obliczeń dla wszystkich wartości  $d_{\max}$  większych od wielkości maksymalnego oczka sita (z dokładnością do 1 mm) jako wartości  $n$ ,  $c$  i  $d_{\max}$  używane w dalszych obliczeniach przyjęto te wartości, które wykazują minimalną wartość  $s_r$  w przebadanym zbiorze.

Jeżeli wzór aproksymujący krzywą składu ziarnowego produktu wykazuje dużą zbieżność z rzeczywistością, to wtedy można wiązać jego parametry z właściwościami materiału i charakterystykami technologicznymi urządzenia rozdrabniającego. W przypadku kruszarki szczękowej interesującymi zależnościami byłyby (dla parametrów wzoru (1)):

$$k = f_i(d, w, P, e, s, f) \quad (3)$$

gdzie:

- $k$  — parametr we wzorze (1) tzn.,  $n$ ,  $c$ ,  $d_{\max}$  lub  $d_{50}$  i  $d_{80}$ , a także wychody wybranych klas;
- $d$  — wielkość charakteryzująca średni rozmiar ziarn nadawy;
- $w$  — wypełnienie przestrzeni roboczej;
- $P$  — charakterystyka wytrzymałości ziarn (np. liczba Poissona, wskaźnik Protodiakonowa);
- $e$  — szerokość szczeliny wypustowej kruszarki szczękowej;
- $s$  — skok szczęki;
- $f$  — częstotliwość drgań szczęki.

Tabela 2 przedstawia współczynniki korelacji liniowej pomiędzy rozpatrywanymi zmiennymi. Wytłuszczone zostały wartości współczynników istotnych na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ .

Z punktu widzenia celów modelowania matematycznego procesu rozdrabniania w analizie współczynników korelacji najważniejszymi stają się korelacje między zmiennymi niezależnymi ( $e, s, f, P$ ) a zmiennymi zależnymi ( $n, c, d_{\max}, d_{50}, d_{80}, \gamma_{-20}$ ).

W klasycznym eksperymencie czynnikowym, który daje najlepsze odpowiedzi w zakresie liniowych współczynników korelacji, przyjmuje się, że współczynniki korelacji liniowej między zmiennymi niezależnymi wynoszą 0. W doświadczeniach przeprowadzonych w tej pracy zasada ta została dotrzymana z wyjątkiem szczęki dla których współczynnik korelacji wynosi 0,71. Jest to spowodowane koniecznością dotrzymania sensorycznych warunków technicznych pracy kruszarki (stosunek  $s$  do  $e$  nie powinien przekraczać war-

tości 0,3÷0,5). Skorelowanie wartości  $e$  i  $s$  rzutuje na możliwość rozdzielenia ich wpływów na wyniki rozdrabniania, ponieważ niektóre ze współczynników regresji liniowej przy  $e$  lub  $s$  w równaniach mogą stawać się nieistotnymi ze względu na przejmowanie obu wpływów przez współczynnik przy zmiennej pozostającej w równaniu.

TABELA 2

**Macierz współczynników korelacji liniowej między rozpatrywanymi zmiennymi (135 zestawów danych)**

Zmienna	$e$	$s$	$f$	$P$	$n$	$C$	$d_{\max}$	$d_{50}$	$d_{80}$	$\gamma_{-20}$
$e$ , mm	1,00	<b>0,71</b>	0,00	0,00	<b>-0,58</b>	<b>-0,67</b>	<b>0,40</b>	<b>0,81</b>	<b>0,84</b>	<b>-0,88</b>
$s$ , mm	<b>0,71</b>	1,00	0,00	0,00	<b>-0,52</b>	<b>-0,43</b>	<b>0,22</b>	<b>0,56</b>	<b>0,58</b>	<b>-0,59</b>
$f$ , obr/min	0,00	0,00	1,00	0,00	0,04	0,09	0,04	-0,06	-0,05	0,03
$P$	0,00	0,00	0,00	1,00	<b>0,32</b>	0,00	0,11	0,05	0,00	-0,03
$n$	<b>-0,58</b>	<b>-0,52</b>	0,04	<b>0,32</b>	1,00	<b>0,78</b>	-0,02	<b>-0,65</b>	<b>-0,71</b>	<b>0,63</b>
$c$	<b>-0,67</b>	<b>-0,43</b>	0,09	0,00	<b>0,78</b>	1,00	0,10	<b>-0,83</b>	<b>-0,81</b>	<b>0,80</b>
$d_{\max}$ , mm	<b>0,40</b>	<b>0,22</b>	0,04	0,11	-0,02	0,10	1,00	<b>0,31</b>	<b>0,42</b>	<b>-0,35</b>
$d_{50}$ , mm	<b>0,81</b>	<b>0,56</b>	-0,06	0,05	<b>-0,65</b>	<b>-0,83</b>	<b>0,31</b>	1,00	<b>0,98</b>	<b>-0,97</b>
$d_{80}$ , mm	<b>0,84</b>	<b>0,58</b>	-0,05	0,00	<b>-0,71</b>	<b>-0,81</b>	<b>0,42</b>	<b>0,98</b>	1,00	<b>-0,97</b>
$\gamma_{-20}$ , %	<b>-0,88</b>	<b>-0,59</b>	0,03	-0,03	<b>0,63</b>	<b>0,80</b>	<b>-0,35</b>	<b>-0,97</b>	<b>-0,97</b>	1,00

Częstotliwość drgań szczęki ruchomej  $f$  nie ma praktycznie wpływu na wartości współczynników wzoru (1).

Warto zauważyć, że parametry wzoru (1) tzn. wartości  $n$ ,  $c$  i  $d_{\max}$  są mocno skorelowane z wartościami  $e$  i  $s$ . Zgodnie z oczekiwaniami  $n$  i  $c$  są skorelowane z wartościami  $e$  i  $s$  ujemnie co oznacza, że ze wzrostem  $e$  i  $s$  maleje udział ziarn drobnych w produkcie rozdrabniania. Wartość  $d_{\max}$  jest skorelowana z wielkościami  $e$  i  $s$  dodatnio, co jest oczywiste.

Podobnie układa się sytuacja ze skorelowaniem wielkości  $d_{50}$ ,  $d_{80}$ , oraz wychodu  $\gamma$  klasy poniżej 20 mm z parametrami technicznymi (technologicznymi) kruszarki. Z tego powodu skorelowanie parametrów  $n$ ,  $c$ , i  $d_{\max}$  z wielkością  $d_{50}$ ,  $d_{80}$  i  $\gamma_{-20}$  jest oczywiste. Wskaźnik zwięzłości Protodiakonowa  $P$  jest skorelowany praktycznie tylko z parametrem kształtu  $n$ , co oznacza, że ze wzrostem wartości wskaźnika  $P$  następuje wzrost wychodów klas drobniejszych (materiały twardsze dają większą ilość ziarn drobnych przy rozdrabnianiu).

Zgodnie z zaproponowaną w rozdziale metodyką badań nad modelowaniem procesu rozdrabniania w kruszarce szczękowej postanowiono wyznaczyć zależności regresyjne wiążące parametry pracy powiązania wielkości szczeliny wypustowej, skoku kruszarki i wskaźnik zwięzłości Protodiakonowa z parametrami wzoru (1), a także zależności wiążące bezpośrednio wychód klasy poniżej 20 mm w produkcie kruszenia, ziarna 50-procentowe i 80-procentowe z wymienionymi wyżej zmiennymi niezależnymi.

Wyniki modelowania (liniowe modele regresyjne) uzyskane dla wszystkich 135 doświadczeń przedstawiają się następująco:

$$\hat{n} = 1,094 - 0,012e - 0,009s + 0,014P; R = 0,68287$$

[0,080]
[0,003]
[0,003]
[0,03]

$$\hat{c} = 3,336 - 0,126e + 0,018s + 0,001f; R = 0,68016$$

[0,473]
[0,015]
[0,020]
[0,001]

$$\hat{d}_{\max} = 29,359 + 0,749e - 0,251s + 0,006f + 0,261P; R = 0,42902$$

[5,299]
[0,171]
[0,224]
[0,012]
[0,186]

$$\hat{d}_{50} = -0,688 + 0,912e - 0,040s - 0,006f + 0,090P; R = 0,81639$$

[2,437]
[0,079]
[0,103]
[0,006]
[0,085]

$$\hat{d}_{80} = 3,273 + 1,258e - 0,062s - 0,007f + 0,010P; R = 0,84181$$

[3,030]
[0,098]
[0,1288]
[0,007]
[0,106]

$$\hat{\gamma}_{-20} = 135,787 - 3,811e + 0,349s + 0,0111f - 0,194P; R = 0,8796$$

[7,943]
[0,246]
[0,323]
[0,017]
[0,268]

Najlepsze wyniki modelowania dla parametru  $n$  uzyskano dla wapienia i dolomitu — najwyższe wartości współczynnika korelacji  $R$ , a także najniższe wartości odchylenia resztowego  $s_r$ . Liczby w nawiasach kwadratowych oznaczają błędy współczynników.

Warto także zauważyć, że wszystkie zmienne niezależne wykazują istotny wpływ na wartość  $n$ . Pozostałe trzy materiały wykazują zgodność w układzie istotnych i nieistotnych zmiennych niezależnych — tzn. we wszystkich trzech równaniach wielkość skoku szczęki oraz częstotliwość jej wahań nie mają istotnego wpływu na wartość  $n$  i jedynym istotnym decydem o wartości  $n$  jest wielkość szczeliny wypustowej kruszarki.

W modelu opisującym zachowanie się wszystkich materiałów nieistotna okazała się częstotliwość drgań kruszarki ruchomej, co może być powiązane jej charakterem ruchu (prosty ruch szczęki). Należy podkreślić, że w kruszarkach o ruchu złożonym, częstotliwość będzie miała większy wpływ na granulacje produktów rozdrabniania, ze względu na występujący element ścierania (wciąganie materiału w głąb komory).

Jakość modelu jest także bardzo wysoka, przy czym warto podkreślić bardzo istotny wpływ wskaźnika zwięzłości Protodiakonowa [12].

Analogiczne modele regresyjne dla parametru  $c$  i  $d_{\max}$  wzoru (1) mają zdecydowanie inne charakterystyki. Jedyną wielkością mającą istotny wpływ na te parametry ma tylko szerokość szczeliny wypustowej kruszarki, przy czym jest on ujemny dla  $c$  a dodatni dla  $d_{\max}$ , co oznacza, że ze wzrostem wielkości  $e$  maleje wartość parametru  $c$ , a rośnie wartość parametru  $d_{\max}$ . Parametr  $c$  nazywany jest parametrem skali. Podobną charakterystykę ma także parametr  $d_{\max}$  ponieważ obydwa te parametry określają zakres zmian wielkości ziarn

produktu rozdrabniania. Jest więc rzeczą oczywistą, że częstotliwość drgań szczęki, której wzrost powinien zwiększać udział ziarn drobnych nie ma większego wpływu na parametry  $c$  i  $d_{\max}$ . Wpływ częstotliwości daje się zauważyć tylko dla wapienia i w pewnym sensie dla diabazu.

W równaniach regresji opisujących rozdrabnianie wszystkich materiałów w sposób istotny występuje zawsze wielkość szczeliny wypustowej. Wpływ pozostałych zmiennych niezależnych jest zróżnicowany. Ze względu na to, że skok szczęki ruchomej jest dobierany w pewnym sensie w zależności od szczeliny wypustowej jego wpływ jest słabiej zauważalny (współczynniki przy wielkości  $e$  przejmują część wpływu  $s$ ). Istotny wpływ wielkości  $s$  wystąpił tylko w równaniach regresji dla parametru  $n$ . Także tylko w tym równaniu ujawnił się istotny wpływ wskaźnika zwięzłości Protodiakonowa będącego jedynym wskaźnikiem określającym właściwości fizykochemiczne materiału. W pozostałych równaniach, a zwłaszcza tych bezpośrednio modelujących wyniki rozdrabniania dla ( $d_{50}$ ,  $d_{80}$  i  $\gamma_{-20}$ ) wpływ wskaźnika Protodiakonowa jest pomijalny.

Należy podkreślić, że współczynniki korelacji wielokrotnej dla wszystkich równań są istotne na poziomie istotności  $\alpha < 0,05$ , co potwierdza zasadność liniowych modeli regresyjnych.

W celu dodatkowego scharakteryzowania wpływu jakości surowców na efekty rozdrabniania postanowiono wyznaczyć równania regresji z użyciem zmiennych pozornych. Polega to na wprowadzeniu do macierzy danych dodatkowych kolumn zmiennych niezależnych  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$ , które za pomocą zer i jedynek określałyby surowce skalne. I tak wszystkie doświadczenia dla wapienia otrzymały układ 0, 0, 0, 0; dla piaskowca 1, 0, 0, 0; dla dolomitu 0, 1, 0, 0; dla porfiru 0, 0, 1, 0 oraz dla diabazu 0, 0, 0, 1.

Uzyskano w ten sposób następujące równania:

$$\hat{n} = 1,259 - 0,012e - 0,008s - 0,104Q_1 - 0,072Q_3 + 0,058Q_4; R = 0,7979$$

[0,063]
[0,002]
[0,003]
[0,019]
[0,019]
[0,019]

$$\hat{c} = 3,569 - 0,122e - 0,427Q_1 - 0,339Q_3; R = 0,7134$$

[0,434]
[0,015]
[0,134]
[0,134]

$$\hat{d}_{\max} = 31,45 + 0,749e; R = 0,4501$$

[5,03]
[0,171]

$$\hat{d}_{80} = 1,14 - 1,258e - 3,73Q_1 + 2,59Q_2 + 2,48Q_3 + 2,37Q_4; R = 0,8663$$

[2,69]
[0,091]
[0,83]
[0,83]
[0,83]
[0,83]

$$\hat{d}_{50} = -1,58 + 0,91e - 2,80Q_1 + 2,27Q_2 + 1,57Q_3 + 2,52Q_4; R = 0,8450$$

[2,17]
[0,07]
[0,67]
[0,67]
[0,67]
[0,67]

$$\hat{\gamma}_{-20} = 138,60 - 3,81e - 7,69Q_1 - 5,67Q_2 - 4,46Q_3 - 6,41Q_4; R = 0,8908$$

[6,95]
[0,23]
[2,15]
[2,15]
[2,15]
[2,15]

W nawiasach kwadratowych pod współczynnikami regresji podano ich błędy statystyczne. Wszystkie równania regresji są istotne (wartości  $R$  podano przy równaniach).

Interpretacja równań ze zmiennymi pozornymi jest następująca. Część równania związana z parametrami pracy kruszarki charakteryzuje ogólną zasadę procesu kruszenia, a część związana ze zmiennymi pozornymi pozwala na uzyskanie pięciu równań, w których zmienia się tylko wyraz wolny wynikający z dodania do występującego w równaniu wyrazu wolnego współczynnika przy odpowiedniej zmiennej pozornej. I tak np.: dla równania określającego  $d_{50}$  mamy:

$$d_{50} = -1,58 + 0,91e \text{ — dla wapienia}$$

$$d_{50} = -1,58 + 0,91e - 2,80 \text{ — dla piaskowca}$$

$$d_{50} = -1,58 + 0,91e + 2,27 \text{ — dla dolomitu}$$

$$d_{50} = -1,58 + 0,91e + 1,57 \text{ — dla porfiru}$$

$$d_{50} = -1,58 + 0,91e + 2,52 \text{ — dla diabazu.}$$

Istotne współczynniki przy zmiennych pozornych wystąpiły w czterech równaniach regresji (błąd współczynnika jest co najmniej dwa razy mniejszy od jego wartości). W przypadku parametru  $n$  współczynniki te mają różne znaki co dowodzi możliwości zmiany wypukłości dystrybuanty w zależności od materiału. W przypadku parametru  $c$  tylko piaskowiec i porfir istotnie zmieniają (zmniejszają) jego wartości. Dla  $d_{50}$  i  $d_{80}$  następuje mniejszy lub większy ich wzrost w porównaniu z rozdrobieniem wapienia. Można także twierdzić, że wyniki aproksymacji  $d_{\max}$  są zależne tylko od wielkości szczeliny wypustowej kruszarki i rodzaj materiału nie odgrywa żadnej roli.

W przypadku modelowania wychodów  $\gamma_{-20}$  okazało się, że wszystkie materiały zmniejszają wychody klasy  $-20$  mm w porównaniu z wapieniem. Istotność równania wzrasta a współczynniki w podstawowej części równania (wyraz wolny i współczynnik przy  $e$ ) nie uległy zmianie w porównaniu z analogicznym równaniem wcześniejszym.

Takie wyniki modelowania zarówno z użyciem wskaźnika Protodiakonowa jak i z użyciem zmiennych pozornych doprowadzają do wniosku, że próba reprezentacji właściwości materiału pojedynczą liczbą przy modelowaniu statystycznym prowadzi do niepowodzenia. Spowodowane jest to tym, że wskaźniki właściwości materiału w rozdrabnianym zbiorze ziarn mają też charakter statystyczny i powinny być reprezentowane swoim rozkładem [8].

Skład ziarnowy produktu kruszenia, zgodnie z teorią Rittingera jest związany z energią rozdrabniania. Energia rozdrabniania przy dezintegracji ziarna jest zależna od wytrzymałości na rozciąganie, na którą z kolei ma wpływ struktura ziarna.

O przebiegu rozdrabniania decydują więc parametry jakościowe materiałów, takie jak tekstura lub struktura, rozkłady spękań itp. [19]. Z tego powodu modelowanie statystyczne parametrów rozdrabniania może być uwieńczone pełnym powodzeniem, jeżeli zostaną uzyskane istotne rezultaty w badaniach stereologicznych [17, 18] lub dotyczących rozdrabniania grupowego czy warstwowego [3, 13].

### 3. Badania wpływu ukształtowania wykładzin szczęk na efekty rozdrabniania

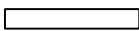
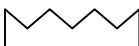

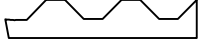

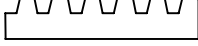
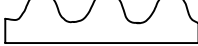
Spośród wielu czynników wpływających na efekty rozdrabniania surowców skalnych w kruszarkach szczękowych do najważniejszych należą profil podłużny komory kruszenia i profil poprzeczny wykładzin szczęk. Powierzchnia wykładzin szczęk kruszarek szczękowych jest zwykle rowkowana. W przemysłowych rozwiązaniach dominują szczęki z rowkami trójkątnymi. Wysokość zębów rowkowania  $h$  mieści się w granicach  $h = (0,3 \div 0,5)t$  ( $t$  – podziałka rowkowania) [1, 4].

W celu zbadania wpływu rowkowania szczęk na efekty kruszenia przeprowadzono szereg prób kruszenia w laboratoryjnej kruszarce szczękowej, w których użyto szczęk o różnym rowkowaniu (o różnym profilu poprzecznym).

W tabeli 3 przedstawiono profile poprzeczne i wymiary rowkowania szczęk użytych do badań [10].

TABELA 3

Doświadczalne wykładziny szczęk użyte do badań w kruszarce szczękowej

Rodzaj rowkowania wykładzin szczęk		Podziałka rowkowania $t$ , mm	Wysokość zębów $h$ , mm	$h/t$	Względna długość linii przekroju*	Liczba punktów załamań linii przekroju*	Wskaźnik profilu poprzecznego (6 + 7)
nazwa	kształt						
1	2	3	4	5	6	7	8
gładkie		–	–	–	1	0	1
trójkąt niski		24	12	0,5	1,41	2,5	3,91
trójkąt wysoki		24	17	0,7	1,75	2,5	4,25
trapez niski		24	12	0,5	1,63	4,5	6,13
trapez wysoki		24	17	0,7	2,02	4,5	6,52
trapez zagęszczony		17	12	0,7	2,04	5,5	7,54
faliste (kołowe)		24	12	0,5	1,57	2,5	4,07

\* Względną długość linii przekroju otrzymano dzieląc długość linii przekroju poprzecznego rowków przez długość jej rzutu poziomego, natomiast liczba punktów załamań linii przekroju wyznaczana jest na odcinku  $t = 24$  mm.

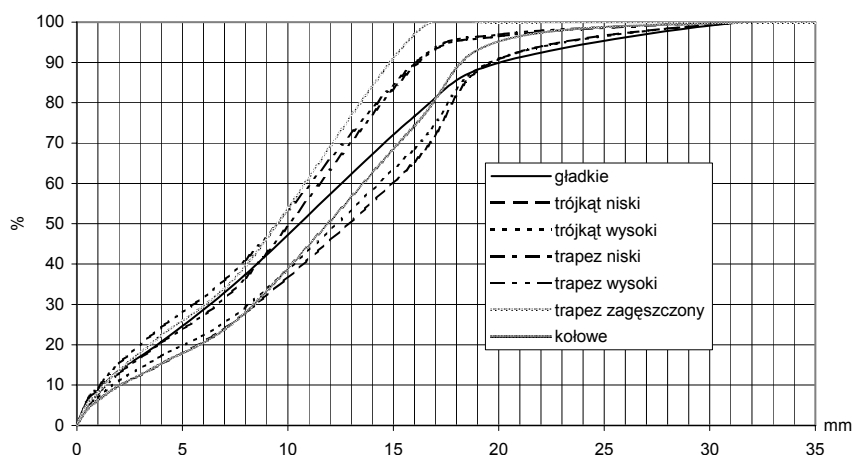


Jako nadawę do prób kruszenia użyto czterech różnych surowców skalnych: piaskowca, wapienia (zwięzłego), porfiru oraz diabazu o uziarnieniu 40÷63 mm i wykonano dla nich oznaczenia najważniejszych parametrów fizykomechanicznych.

Próby kruszenia wszystkich materiałów przeprowadzono w kruszarce o prostym ruchu szczęki dla 7 kompletów szczęk doświadczalnych, przy następujących parametrach pracy kruszarki:

- skok szczęki ruchomej  $s = 8$  mm,
- obroty wału mimośrodowego  $n = 320 \text{ min}^{-1}$ ,
- wielkość szczeliny wylotowej  $e = 15; 20; 30$  mm.

Dla produktów wykonano analizy składu ziarnowego (rys. 1), wyznaczono stopnie rozdrabniania i dla wybranych klas ziarnowych produktów oznaczono wskaźniki kształtu oraz wskaźniki płaskości. Na podstawie rysunku można stwierdzić, że najgrubsze ziarna w produktach uzyskano dla szczęk gładkich, natomiast dla szczęk trapezowych uzyskano znacznie drobniejsze produkty.



**Rys. 1.** Skład ziarnowy produktów kruszenia porfiru przy zastosowaniu różnych kształtów powierzchni szczęk ( $e = 15$  mm,  $n = 320$  obr./min,  $s = 8$  mm)

W celu uogólnienia aproksymacje krzywych składu ziarnowego przeprowadzono wzorami [6, 15]: dystrybuantą uciętego rozkładu Weibulla (1) oraz dystrybuantą rozkładu logistycznego (4) [16]

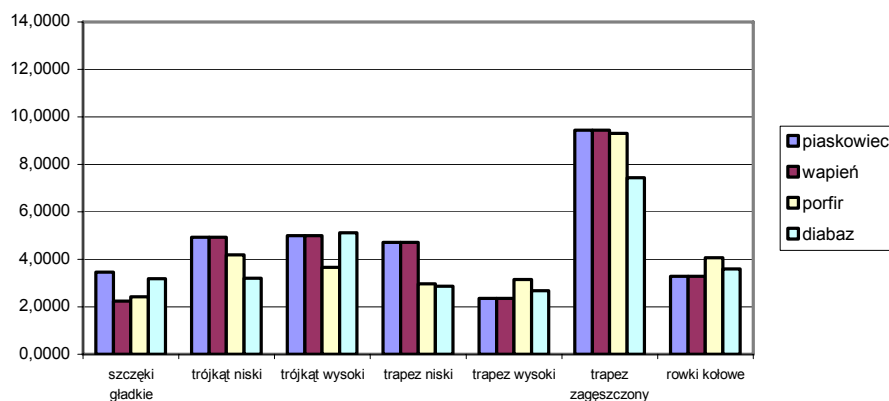
$$\Phi(d) = \frac{100}{1 + b \cdot e^{-ad}} \quad (4)$$

gdzie:

- $d$  — wielkość ziarna,
- $\Phi(d)$  — wartość dystrybuanty,
- $a, b$  — parametry.

Mimo tego, że ucięty rozkład Weibulla jest uznawany jako rozkład doskonale opisujący produkty grubego kruszenia w kruszarkach szczękowych, okazało się, że w przypadku kruszarki wyposażonej w różne wyprofilowane poprzecznie szczęki lepsze aproksymacje daje rozkład logistyczny (mniejsze wartości  $s_r$ , wzór (2)).

Wartości odchyłeń resztkowych aproksymant składu ziarnowego produktów dla różnych rodzajów szczęk przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Wartości odchyłeń resztkowych aproksymant składu ziarnowego produktów dla różnych rodzajów szczęk

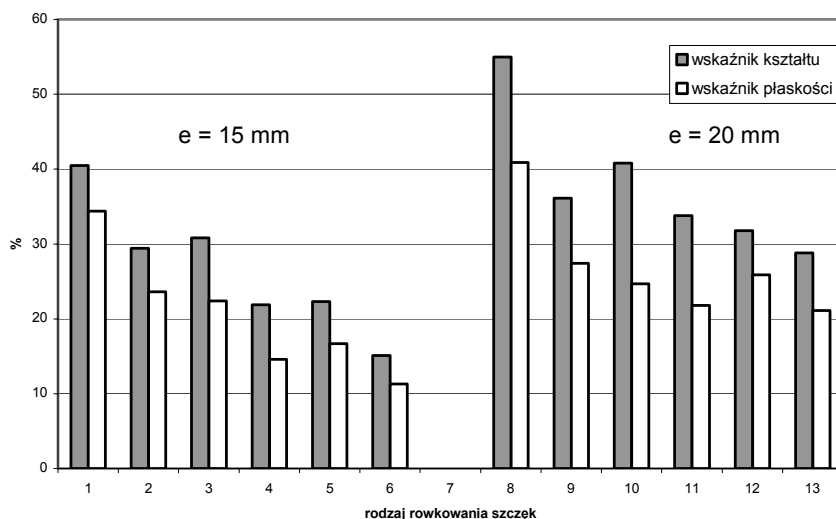
Warto zwrócić uwagę, że proces kruszenia przebiegał najefektywniej przy zastosowaniu płyt kruszących z rowkami trapezowymi, ponieważ stopnie rozdrobnienia były największe (tab. 4) a udziały ziaren nieforemnych w produktach stosunkowo najmniejsze, co zaprezentowano na rysunku 3.

TABELA 4

Średni stopień rozdrobnienia dla różnych szczęk kruszarki szczękowej i szczelin wylotowych  $e$  (wartości średnie z kruszenia 4 materiałów skalnych)

Rodzaj szczęk	Stopień rozdrobnienia dla:	
	$e = 15 \text{ mm}$	$e = 20 \text{ mm}$
Gładkie	3,9	2,9
Trójkąt niski (1), (8)	3,6	3,0
Trójkąt wysoki (2), (9)	4,1	2,8
Trapez niski (3), (10)	5,0	3,5
Trapez wysoki (4), (11)	5,1	3,7
Trapez zagęszczony (5), (12)	5,2	3,9
Faliste (6), (13)	4,2	3,1

Liczby w nawiasach oznaczają numery kolejnych szczęk na rysunku 4.



**Rys. 3.** Udziały ziaren nieforemnych w produktach kruszenia dla różnych szczęk

W procesie kruszenia, w kruszarkach w których dominuje ściskanie materiału (kruszarki szczękowe, stożkowe, walcowe) bardzo ważną rolę odgrywiają szczeliny (defekty materiału), które stanowią źródło rozprzestrzeniania się pęknięć. W związku z tym ważną rolę odgrywa również rozmieszczenie, kształt i wielkość karbów, umożliwiających powstawanie lokalnych odkształceń w procesie kruszenia materiału skalnego. W ocenie rowkowania wykładzin szczęk pojawia się pytanie co ma większy wpływ na zawartość ziaren nieforemnych w produktach kruszenia — podziałka rowkowania (np. gęste rowki), wysokość zębów (wartości  $h$  i  $h/t$ ), czy kształt rowkowania.

W tabeli 5 zestawiono wyniki uzyskane przy kruszeniu szczękami o różnej geometrii rowkowania wykładzin i dla tych wyników wyznaczono równania regresji.

Badanymi materiałami były: wapień, porfir, diabaz i piaskowiec. W tabeli 5 użyto wartości średnich dla wszystkich materiałów.

$$y_1 = 5,49 + 0,3206x_1 - 0,2932x_2 + 1,0927x_3 - 1,0928x_4;$$

$[6,51]$ 
 $[0,2286]$ 
 $[0,1844]$ 
 $[0,0631]$ 
 $[0,4056]$

$$R = 0,9810; s_r = 1,67\%$$

$$y_2 = 3,23 + 0,0082x_1 + 0,6118x_2 + 1,8833x_3 - 2,7882x_4;$$

$[15,28]$ 
 $[0,504]$ 
 $[0,406]$ 
 $[0,347]$ 
 $[0,894]$

$$R = 0,9396; s_r = 3,00\%$$

$$y_3 = 4,4860 + 0,0321x_1 - 0,0113x_2 - 0,1531x_3 + 0,2946x_4;$$

$[1,328]$ 
 $[0,046]$ 
 $[0,038]$ 
 $[0,013]$ 
 $[0,082]$

$$R = 0,9620; s_r = 0,34\%$$

TABELA 5

## Wyniki rozdrabniania materiałów w kruszarce o różnych profilach szczęk

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
		15	1	32,8	46,0	3,9
		20	1	36,9	53,7	2,9
24	12	15	3,91	24,0	32,4	3,6
24	12	20	3,91	26,4	37,3	3,0
24	12	30	3,91	35,1		2,0
24	17	15	4,25	21,0	31,3	4,1
24	17	20	4,25	25,1	41,4	2,8
24	17	30	4,25	36,6		2,0
24	12	15	6,13	18,8	22,9	5,0
24	12	20	6,13	23,3	33,8	3,5
24	12	30	6,13	38,8		2,2
24	17	15	6,52	17,5	22,6	5,1
24	17	20	6,52	21,5	31,8	3,7
24	17	30	6,52	34,3		2,3
17	12	15	7,54	15,3	17,2	5,2
17	12	20	7,54	20,6	28,1	3,9
17	12	30	7,54	32,7		2,3
24	12	15	4,07	20,9	23,4	4,2
24	12	20	4,07	29,1	33,9	3,1
24	12	30	4,07	37,5		2,1

W tabeli przyjęto następujące oznaczenia:  $x_1$  — podziałka karbowania,  $x_2$  — wysokość karbów,  $x_3$  — szczelina wylotowa kruszarki,  $x_4$  — kształt rowkowania (wskaźnik profilu wg tab. 3),  $y_1$  — zawartość ziaren nieforemnych (wskaźnik płaskości),  $y_2$  — zawartość ziaren nieforemnych (wskaźnik kształtu),  $y_3$  — stopień rozdrabnienia.

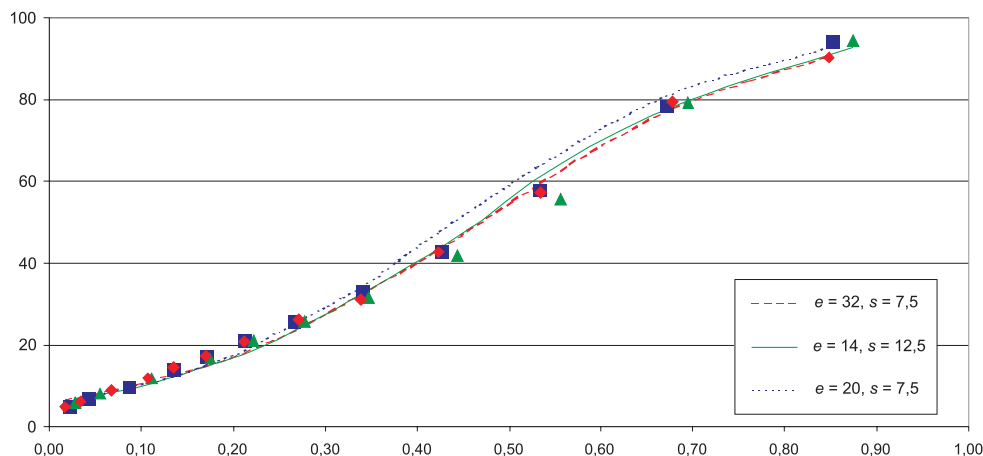
Z powyższych obliczeń wynika, że ilość ziaren nieforemnych występujących w kruszywie uzyskanym w poszczególnych próbach kruszenia przy użyciu wykładzin o różnym rowkowaniu, zależy w głównej mierze od kształtu rowkowania wykładzin. Najkorzystniejsze wyniki uzyskano dla płyt z rowkowaniem trapezowym o stosunkowo niewielkiej podziałce  $t$  i względnej wysokości zębów  $h/t = 0,7$ , a więc stosunkowo wysokich.

Ponadto zawartość ziaren nieforemnych ulega zwiększeniu razem ze wzrostem wielkości szczeliny wylotowej, (gdy stosunek  $h/e$  maleje zmniejsza się zasięg oddziaływania zębów na kruszony materiał).

#### 4. Badania przemysłowe

Uzyskane rezultaty laboratoryjne zostały potwierdzone badaniami przemysłowymi dzięki użyciu najmniejszej polskiej przemysłowej semi-mobilnej kruszarki szczękowej L44.41 produkcji Makrum Bydgoszcz. Kruszarka ta posiada możliwość łatwej regulacji skoku szczęki na mimośródzie (7,5÷12,5 mm), szczeliny wylotowej (8÷32 mm), kąta nachylenia płyty rozporowej (do 20°), prędkości obrotowej wału za pomocą falownika (60÷400 obr./min) oraz możliwość wymiany szczęk roboczych o różnych kształtach uzębienia.

Kruszone były różne klasy chalcedonitu przy przyjęciu zasady, że  $e = 1/3$  średniego wymiaru ziarna nadawy [7]. Wyniki rozdrabniania były aproksymowane omówionym wzorem (1). Dzięki wyznaczeniu wielkości  $d_{\max}$  metodą aproksymacji można było przedstawić uzyskiwane krzywe w układzie  $(d/d_{\max}, \Phi(d))$  (rys. 4).



Rys. 4. Wyniki rozdrabniania chalcedonitu w kruszarce szczękowej

Okazało się, że krzywe te nakładają się na siebie, co oznacza, że można przyjąć jako zasadę przenoszenia wyników ze skali laboratoryjnej na przemysłową następującą procedurę:

- wyznaczyć w przybliżeniu  $d_{\max}$  wzoru (1) na podstawie zależności regresyjnej wiążącej  $d_{\max}$  ze wielkością  $e$ ;
- wychody klas produktu kruszenia przemysłowego kalkulować na podstawie krzywej laboratoryjnej prezentowanej w układzie  $(d/d_{\max}, \Phi(d))$ .

Dodatkowo po wykonaniu prób laboratoryjnych w zakresie badań wpływu ukształtowania wykładzin szczęk na efekty rozdrabniania i na podstawie uzyskanych wyników, zgodnie z wcześniejszymi założeniami, przeprowadzono próby w skali przemysłowej w Kopalni Chalcedonitu „Inowłódz”.

Rozdrabnianie wykonano w tej samej kruszarce L44.41 i zastosowano w niej układziny szczęk o trzech różnych kształtach (tab. 6).

TABELA 6

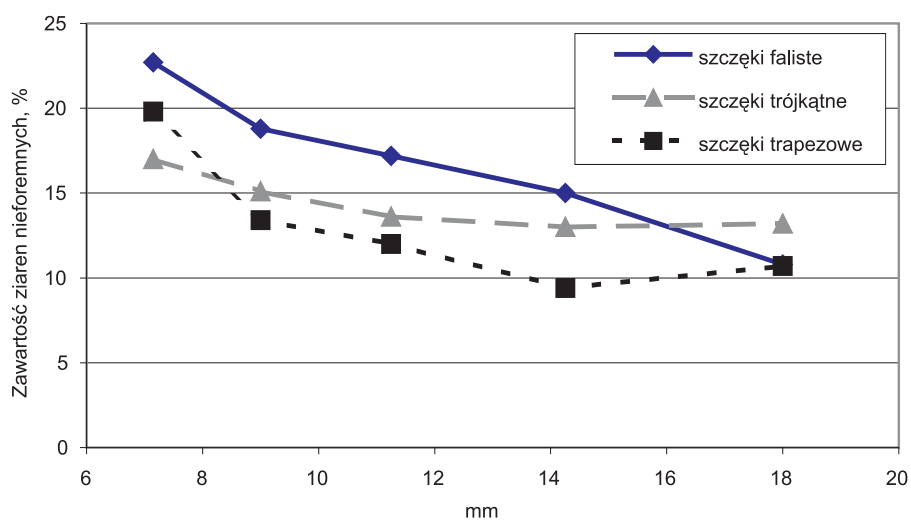
Charakterystyka szczęk użytych do badań przemysłowych w kruszarce L44.41

Kształt rowków szczęk	Wysokość rowkowania $h$ , mm	Podziałka $t$ , mm
trójkątne (zużyte)	6	25
trójkątne	12,5	25
trapezowe	12	17

Przebadano szczęki z rowkowaniem trójkątnym wykazującym znaczny stopień zużycia oraz szczęki nowe z rowkami trójkątnymi, w których stosunek wysokości rowków  $h$  do podziałki  $t$  wynosił 0,5. Szczęki z rowkami trapezowymi zostały zaprojektowane przez autorów publikacji na podstawie wniosków uzyskanych z badań laboratoryjnych, w taki sposób, że  $h/t = 0,7$ , gdyż dla takich kształtów otrzymano najmniejsze zawartości ziaren nieforemnych i największe stopnie rozdrobnienia.

Nadawę stanowił chalcedonit o uziarnieniu  $40\div 80$  i  $10\div 60$  mm, skok szczęki  $s$  wynosił 7,5 mm, natomiast szczelina wylotowa  $e$  wynosiła dla grubszej nadawy 20 mm, a dla drobniejszej 8 mm. Prędkość obrotową kruszarki  $n$  ustalono na poziomie 259 obr./min.

Wyniki prób potwierdziły zalety szczęk z rowkami trapezowymi. Dla szczęk tych uzyskano najmniejsze zawartości ziaren nieforemnych (rys. 5).



Rys. 5. Zawartość ziaren nieforemnych (wskaźnik płaskości, %) w różnych klasach ziarnowych kruszyw z kruszarki L 44.41, nadawa  $10\div 60$  mm;  $e = 8$  mm,  $s = 7,5$  mm

## 5. Podsumowanie

Aby wykorzystać uzyskane modele matematyczne do wybrania parametrów kruszarki w celu osiągnięcia pożądaných składów produktów rozdrabniania określonego surowca należy na wstępie przyjąć określoną dystrybuantę (w sensie parametrów wzoru (1)).

Po określeniu współczynnika zwięzłości Protodiakonowa należy przyjąć wielkość szczeliny wypustowej  $e$ , która wynika z założonego  $d_{\max}$  i dobrać skok szczęki ruchomej, którym będzie można osiągać założoną wypukłość dystrybuanty charakteryzowaną wartością  $n$  [5].

Doświadczenie zrealizowane w ramach tej pracy były doświadczeniami laboratoryjnymi i ich przeniesienie na warunki przemysłowe może być zrealizowane na dotychczasowych założeniach często występujących w modelach macierzowych. Zakłada się tam, że bez względu na gabaryty rozdrabnianych ziarn macierz rozdrabniania wyznaczana jest

poprzez odejmowanie wartości  $\left(\frac{d_i}{D_{\max}}\right)^k$  dla kolejnych dwóch sit, przy czym  $D_{\max}$  jest ma-

ksymalnym wymiarem ziarna nadawy i z tego powodu iloraz  $\frac{d_i}{D_{\max}}$  przyjmuje wartości z przedziału  $\langle 0,1 \rangle$ .

Analizując uzyskane wyniki, można sformułować następujące wnioski:

- 1) Rodzaj kruszonego materiału w minimalnym stopniu wpływa na zawartość ziaren nieforemnych w produktach. Największy stopień rozdrobnienia występował przy kruszeniu wapienia a najmniejszy przy kruszeniu diabazu. Zależność powyższa pokrywa się z właściwościami wytrzymałościowymi badanych surowców skalnych.
- 2) Kształt rowkowania ma zdecydowany wpływ na stopień kruszenia i zawartość ziaren nieforemnych w produkcie. Najkorzystniejsze okazały się szczęki z rowkami trapezowymi. Istotny jest nie tylko kształt zębów ale i wysokość zębów (stosunek  $h/t$ ) oraz wielkość podziałki  $t$ . Najkorzystniejsze wyniki otrzymano dla szczęk z rowkami trapezowymi zagęszczonymi, o stosunkowo najmniejszej podziałce  $t$  i relacji  $h/t = 0,7$ . Zostało to potwierdzone również badaniami przemysłowymi.  
Zawartość ziaren nieforemnych wyrażona wskaźnikiem płaskości dla szczęk trapezowych była o ponad 10% niższa niż dla szczęk gładkich. Wskaźnik kształtu dla szczęk z zębami trapezowymi zagęszczonymi był prawie o 30% niższy niż dla szczęk gładkich. Pozytywny wpływ szczęk z rowkami trapezowymi zagęszczonymi na efekty rozdrabniania może wynikać z faktu, że szczęki te posiadają najdłuższą linię przekroju poprzecznego, jak również posiadają najwięcej punktów załamań, w których następuje koncentracja naprężeń podczas ściskania kruszonego surowca.
- 3) Na zawartość ziaren nieforemnych w produktach wpływa zdecydowanie wielkość szczeliny wylotowej. Wraz ze wzrostem wielkości szczeliny wylotowej, przy nie zmienionych wymiarach rowków płyt kruszących, wzrasta zawartość ziaren nieforemnych. W celu ograniczenia ilości ziaren nieforemnych stosunek wysokości zębów do wielkości szczeliny wylotowej powinien być możliwie wysoki ( $h/e$  około 0,7), a stosunek  $t/e$  zbliżony do jedności.

## LITERATURA

- [1] *Beckmann G.*: Auswahl von Brechertypen und Rohmaterialien zur Erzielung einer bestimmten Kornform- bzw. Korngrößenverteilung mit Hilfe der „Digitalen Bildverarbeitung“. Brechen und Sieben in der Mineralrohstoffindustrie – Fachseminar. Bergmännischer Verband Österreichs, Technisch-Wissenschaftlicher Verein, Leoben, 27–29 Februar 2003
- [2] *Cardu M., Clerici C., Morandini A., Ocella E.*: An experimental research on the comminution law and work index in jaw. XVII IMPC, Sydney, 1993
- [3] *Dresher A.*: Metody obliczeń paré i przepływu materiałów ziarnistych w zbiornikach. Warszawa–Poznań, PWN 1983
- [4] *Gawenda T., Naziemiec Z.*: Sposoby poprawy kształtu ziaren kruszyw mineralnych w kruszarkach szczękowych. Inżynieria Mineralna, 2003, zeszyt specjalny, nr S.3 (10)
- [5] *Gawenda T.*: Ocena wpływu właściwości fizykochemicznych surowców skalnych i parametrów technologicznych kruszarek szczękowych na efekty rozdrabniania. Kraków, AGH 2004 (praca doktorska)
- [6] *Gawenda T.*: Prognozowanie składu ziarnowego produktu rozdrabniania w kruszarkach szczękowych. Zagadnienia Interdyscyplinarne w Górnictwie i Geologii, III Konferencja Naukowa Doktorantów, Szklarska Poręba, 2003
- [7] *Gawenda T.*: Relacje między rezultatami laboratoryjnego i przemysłowego rozdrabniania surowców mineralnych w kruszarkach szczękowych. Centrum Mechanizacji Górnictwa KOMAG, Gliwice, Materiały VII Konferencji Naukowo-Technicznej, Komeko, Zakopane, 2006
- [8] *Hudson J.A.*: Tensile strength and the ring test. Int. J. Rock Mech. Mining Sci., 1969, 6, 91–97
- [9] *Kobialka R., Tumidajski T.*: Wpływ wielkości szczeliny wypustowej i częstotliwości wahań szczęki ruchomej na wyniki rozdrabniania. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, 1999, zeszyt specjalny, t. 15, 327–334
- [10] *Naziemiec Z.*: Wpływ kształtu powierzchni płyt roboczych w kruszarkach szczękowych na skład ziarnowy i kształt ziaren produktów. Kraków, AGH 2006 (praca doktorska)
- [11] *Neville A.M.*: Właściwości betonu. Polski Cement. Kraków 2000
- [12] *Protodiakonow M.M., Voblikow V.C.*: Opredelenie kreposti gornych porod na obrazchah niepravilnoj formy. Ugol, 1957, No. 4, 13–17
- [13] *Szczepiński W.*: Stany graniczne i kinetyka ośrodków sypkich. Warszawa, PWN 1974
- [14] *Tumidajski T., Gawenda T., Naziemiec Z., Saramak D.*: Problemy statystycznej analizy badań zmian składu ziarnowego produktów rozdrabniania. Inżynieria Mineralna, 2003, zeszyt specjalny, nr S.3 (10)
- [15] *Tumidajski T., Gawenda T., Niedoba T.*: Prognosemoeglichkeiten der Korngroesse von Zerkleinerungsprodukten in Backenbrechern. Brechen und Sieben in der Mineralrohstoffindustrie — Fachseminar. Bergmaennischer Verband Oesterreichs, Technisch-Wissenschaftlicher Verein, Leoben, 2003