

Kazimierz Trybalski, Damian Krawczykowski**

MODELOWANIE PRZEMYSŁOWEGO PROCESU MIELENIA RUDY Z WYKORZYSTANIEM ENERGETYCZNYCH WSKAŹNIKÓW OCENY**

1. Wstęp

Rosnące wymagania dotyczące poprawy jakości i efektywności produkcji w zakładach wzbogacania rud miedzi a przede wszystkim minimalizacji jej kosztów, wymuszają działania zmierzające do pełnej optymalizacji procesu przeróbki rud miedzi. Nie jest to proste zagadnienie zważywszy na różnorodność, wielostadialność oraz złożoność operacji wzbogacania wchodzących w skład procesu technologicznego przeróbki tychże rud. Racjonalnym podejściem do zagadnienia optymalizacji jest traktowanie procesu, jako ciągu autonomicznych układów technologicznych grupujących w swojej strukturze — powiązane ze sobą, często pokrewne pod względem charakteru i skutków działania — operacje technologiczne wzbogacania rud miedzi.

Warunkiem skutecznej optymalizacji całego procesu wzbogacania jest możliwie pełna identyfikacja operacji technologicznych na drodze modelowania matematycznego oraz wykorzystanie uzyskiwanych w ten sposób modeli w kompleksowych systemach sterowania komputerowego poszczególnymi układami technologicznymi.

Podjmując działania optymalizacyjne mające na celu zminimalizowanie kosztów przerobu rudy miedzi, należy w głównym stopniu wziąć pod uwagę problem energochłonności procesu. Jak wynika z analizy kosztów zakładów, głównym składnikiem kosztów w procesie wzbogacania rudy miedzi jest koszt energii elektrycznej. Z przeprowadzonego bilansu wynika, że największą energochłonność wykazuje układ mielenia i klasyfikacji i dlatego został wybrany jako obiekt badań.

Zakładając, że informacje dostarczane przez system kontroli wężła mielenia i klasyfikacji mogą być podstawą optymalizacji pracy tego wężła, a w szczególności ciągi wartości mocy napędów maszyn i urządzeń pracujących w wężle w połączeniu z ciągami wartości

* Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

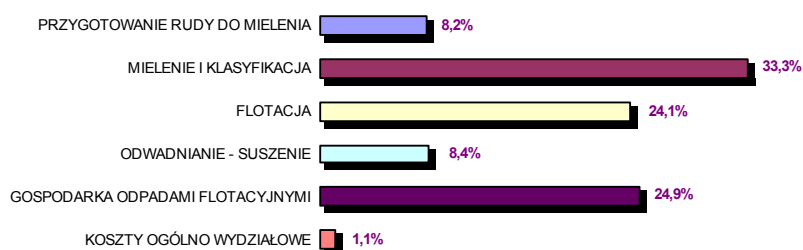
** Praca naukowa finansowana ze środków KBN w latach 2004–2006 jako projekt badawczy nr 4 T12A 030 26

wskaźników oceny technologicznej procesów mielenia i klasyfikacji mogą posłużyć do opracowania modeli matematycznych procesów, obliczono w artykule wartości wskaźników energetycznych oraz ich modele opisujące charakter i siłę zależności pomiędzy wskaźnikami a danymi energetyczno-technologicznymi procesu mielenia i klasyfikacji.

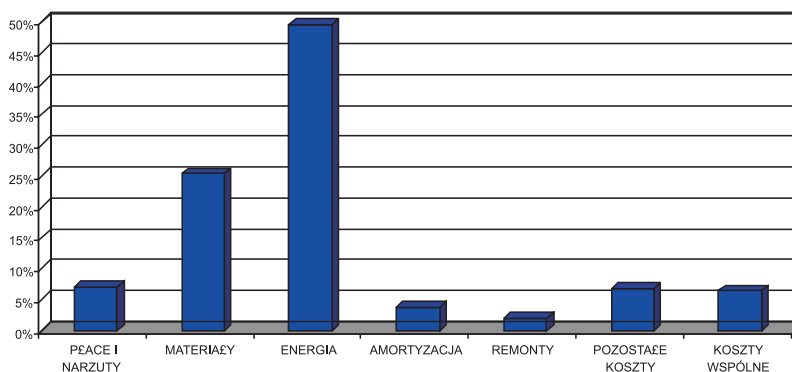
2. Bilans energetyczny dla węzła mielenia i klasyfikacji oraz całego zakładu

Proces rozdrabniania (kruszenia i mielenia) jest najbardziej energochłonnym procesem przeróbczym, co oznacza, że jest on również najdroższym procesem jednostkowym w przeróbce surowców. Dotyczy to zarówno kosztów inwestycyjnych jak i eksploatacyjnych. Potwierdzeniem tego jest przeprowadzona analiza kosztów w układzie stanowiskowym ze szczególnym uwzględnieniem kosztów energii dla rejonu Lubin.

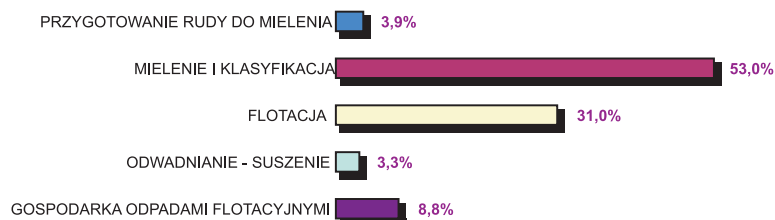
Rysunek 1 pokazuje zestawienie procentowe kosztów O/ZWR Rejon Lubin za rok 2002 w podziale na poszczególne procesy przeróbcze. Najwięcej kosztów generowanych jest w procesie mielenia i klasyfikacji, tj. ok. 33% a energia stanowi ich największy odsetek, prawie 50% (rys. 2).



Rys. 1. Zestawienie procentowe kosztów ZWR Rejon Lubin za rok 2002 w podziale na procesy przeróbcze

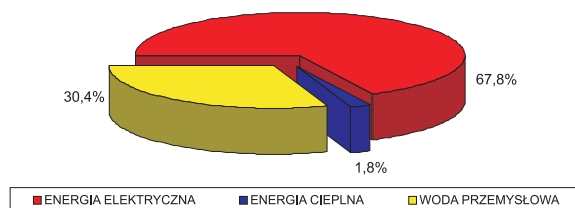


Rys. 2. Rodzaje i wielkość kosztów procesu mielenia i klasyfikacji za rok 2002



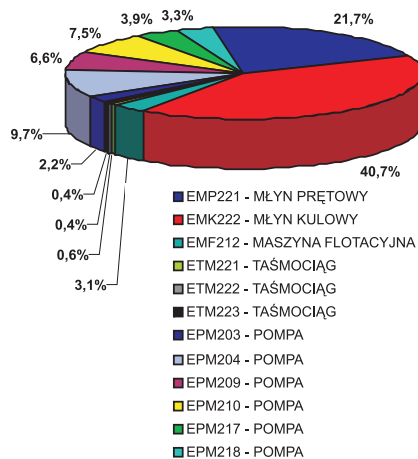
Rys. 3. Zestawienie procentowe kosztów energii ZWR Rejon Lubin za rok 2002 w podziale na procesy przerobcze

Rysunek 3 przedstawia rozkład kosztów energii w procesach przerobczych. Największy ich udział wynoszący 53% dla ZWR Rejon Lubin przypada na mielenie i klasyfikację. Są to koszty energii elektrycznej (68%), wody przemysłowej (30%) i koszty związane z energią cieplną (2%) (rys. 4).



Rys. 4. Podział składników kosztów w dziale „energii” dla węzła mielenia i klasyfikacji

Na rysunku 5 pokazany jest udział poszczególnych napędów zainstalowanych w analizowanym węźle mielenia i klasyfikacji Rejonu Lubin w zużyciu energii. Najbardziej energochłonnymi napędami są silniki młynów kulowych (domielających).



Rys. 5. Procentowy udział zużycia energii przez poszczególne napędy

Z przeprowadzonej analizy kosztów jednoznacznie wynika, że energia zużywana przez napędy młynów wężła przygotowania rudy miedzi do flotacji czyni proces mielenia i klasyfikacji najdroższym spośród wszystkich procesów przerobczych.

3. Teorie energetyczne rozdrabniania

Energetyczne teorie rozdrabniania polegają na powiązaniu stopnia rozdrabniania materiału uziarnionego ze zużytą energią. Problem ten jest szczególnie istotny dla procesu mielenia, który jak wykazano charakteryzuje się wysoką energochłonnością. Wszystkie istniejące energetyczne teorie rozdrabniania są hipotezami i posiadają bardzo ogólne uzasadnienia a ich zgodność z rzeczywistością potwierdza się wyłącznie doświadczalnie. Zasadniczymi teoriami są teorie Rittingera, Kicka oraz Bonda [5].

Rittinger (1867) przyjął, że cała energia w procesie rozdrabniania zużywana jest na pokonanie sił spójności międzycząsteczkowej. Stąd (przy dodatkowych założeniach o izotropowości rozdrabnianego materiału) otrzymuje się relację o proporcjonalności pracy rozdrabniania do nowo utworzonej powierzchni [7, 8].

$$A_R = A_r \cdot S \quad (1)$$

gdzie:

A_R — praca wykonana przy wytworzeniu powierzchni S , J,
 A_r — praca jednostkowa, J/m².

Kick (1885) założył, że cała energia zużyta na rozdrabnianie wykorzystywana jest do wytworzenia odkształcenia, przy którym nastąpi przekroczenie naprężenia krytycznego, oraz że naprężenie wzrasta liniowo z odkształceniem aż do naprężenia krytycznego. Z założeń tych wynika, że praca rozdrabniania jest proporcjonalna do objętości rozdrabnianego materiału [7].

$$A_K = \frac{\sigma_{kr}^2}{E} \cdot V \quad (2)$$

gdzie:

A_K — praca rozdrabniania, J,
 σ_{kr} — naprężenie krytyczne, MPa,
 E — moduł Younga, MPa,
 V — objętość rozdrabnianego materiału, m³.

Bond (1952) przyjął, że proces rozdrabniania składa się z dwu faz: w pierwszej powstaje odkształcenie doprowadzające do wystąpienia naprężenia krytycznego, w drugiej natomiast odpowiedni dodatek energii powoduje zniszczenie sił spójności międzycząsteczkowej. Tego rodzaju model tłumaczy słuszność teorii Rittingera dla rozdrabniania drobnego

(mały udział energii zużytej na deformację w porównaniu z energią zużytą na pokonanie sił spójności) oraz słuszność teorii Kicka dla rozdrabniania grubego (konieczność wytwarzania dużych odkształceń przy stosunkowo niewielkiej nowo utworzonej powierzchni) [2, 7].

$$A_B = 10A_b \left(\frac{1}{\sqrt{d_{80}^{(p)}}} - \frac{1}{\sqrt{d_{80}^{(n)}}} \right) \quad (3)$$

gdzie:

A_B — praca rozdrabniania, J,

A_b — praca jednostkowa, J/kg,

$d_{80}^{(p)}$ — wymiar ziarna 80-procentowego odpowiednio w produkcie i nadawie, μm .

Na podstawie wieloletnich badań i doświadczeń opracowano zależności uogólniające klasyczne hipotezy Rittingera, Kicka oraz Bonda [5]:

$$\frac{dW}{dd} = -Cd^n \text{ — Walker} \quad (4)$$

$$W_R = a + \frac{b}{d_0^m} \text{ — Dobie} \quad (5)$$

$$W = \frac{Kd_0^{3-r} (R^r - 1)}{2^R - 1} \text{ — Holmes} \quad (6)$$

gdzie:

W — zużywana energia (lub wykonywana praca),

d — wielkość ziarna,

d_0 — wielkość początkowa ziarna,

W_R — energia potrzebna dla osiągnięcia stopnia rozdrobnienia R

r, m — wykładniki,

C, K — stałe.

Wartości n, a, b, m, r przedstawiono w tabeli 1.

TABELA 1

Wartości wskaźników dla zależności Rittingera, Kicka i Bonda

Wskaźnik zużycia energii	n	a	b	m	r
Rittinger	-2	0	b	1	1
Kick	-1	a	0	-	0
Bond	1,5	0	b	0,5	0,5

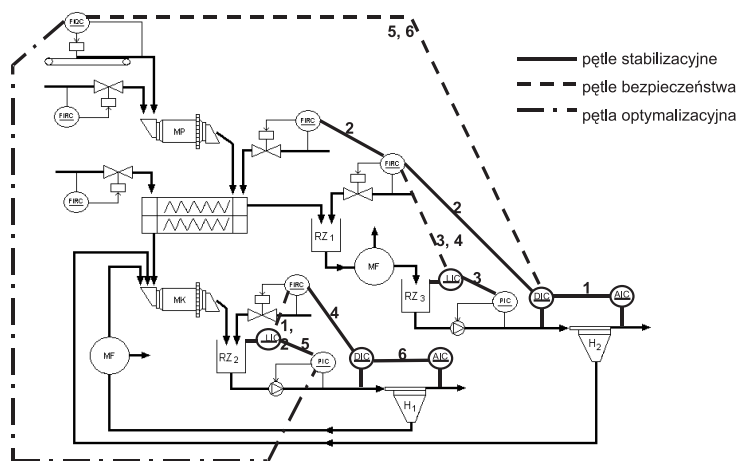
4. Opis obiektu i zmiennych

Obiektem badań był węzeł mielenia i klasyfikacji II ciągu technologicznego Rejonu Lubin O/ZWR.

Układ ten obejmuje:

- mielenie w młynach prętowych,
- mielenie w młynach kulowych,
- klasyfikację w klasyfikatorach zwojowych,
- klasyfikację w hydrocyklonach ϕ 500 mm i ϕ 350 mm wraz z układami pompowymi i siecią rurociągów,
- flotację wstępną,
- flotację szybką.

Schemat technologiczny węzła przedstawiono na rysunku 6. Na rysunku tym zaznaczono też układy pomiarowe i sterowania zainstalowane w tym węźle. Układy te umożliwiły zebranie wyników w odniesieniu do parametrów technologicznych procesu.



Rys. 6. Schemat obiektu oraz układów regulacji i sterowania węzłem mielenia i klasyfikacji w O/ZWR Rejon Lubin

Węzeł mielenia i klasyfikacji wyposażony jest w szereg urządzeń kontrolno-pomiarowych. Pomiary uziarnienia przelewów hydrocyklonów realizowane są w granulometrach PSI-200 firmy Outokumpu. Jakość produktów flotacyjnych kontrolowana jest automatycznie w analizatorach rentgenowskich COURIER 30 XP służących do ciągłego oznaczania zawartości Cu oraz istotnych pierwiastków towarzyszących. Pozostałymi urządzeniami kontrolno-pomiarowymi wchodzącymi w skład systemu automatycznego sterowania procesem są: gęstościomierze, przepływomierze, wagi taśmowe, ciśnieniomierze, czujniki temperatury, urządzenia falownikowe do regulacji parametrów pracy podajników i pomp.

Automatyzacja węzła oparta jest na systemie sterowania i optymalizacji PlantStar 2000 firmy Mintek (RPA) służącym do gromadzenia danych w czasie rzeczywistym, wizualizacji, alarmowania i nadrzędnego sterowania w skali ogólnozakładowej.

PlantStar 2000 składa się z dwóch aplikacji: podsystemu MillStar — nadzorującego proces przygotowania rudy do flotacji (mielenie i klasyfikacja) na drugim ciągu technologicznym oraz FloatStar — stabilizującego poziomy zawiesziny w maszynach flotacji głównej.

Zadaniem systemu sterowania MillStar jest zapewnienie:

- maksymalnego przerobu w różnych warunkach technologicznych wynikających ze zmiennej podatności rudy na mielenie,
- stałej gęstości pulpy w młynach,
- stabilnego uziarnienia i gęstości produktów mielenia,
- bezpiecznego technologicznie poziomu mętów w rzapiach.

W tabeli 2 zamieszczono wykaz najważniejszych zmiennych procesowych, dla drugiej tereji drugiego ciągu technologicznego O/ZWR Rejon Lubin, rejestrowanych i archiwizowanych przez system MillStar.

TABELA 2

Wykaz najważniejszych zmiennych obiektowych mierzonych przez system dla tereji drugiej

Technologiczne	Energetyczne
D_{nHC209} — gęstość nadawy na hydrocyklon HC_{209} ciągu rudy węglanowej, g/dm^3	E_{MP221} — moc napędu młyna prętowego, kW
P_{HC209} — ciśnienie nadawy na HC_{209} , kPa	E_{MK222} — moc napędu młyna kulowego, kW
V_{nHC209} — natężenie przepływu nadawy na HC_{209} , m^3/h	E_{MF212} — moc napędu maszyny flotacyjnej, kW
D_{pHC209} — gęstość przelewu HC_{209} , g/dm^3	E_{PM209} — moc napędu pompy, kW
$d_{srHC209}$ — średnia wielkość ziarna w przelewie HC_{209} , μm	E_{PM218} — moc napędu pompy, kW
$d_{+200HC209}$ — zawartość klasy $>200 \mu m$ w przelewie HC_{209} , %	E_{TM221} — moc napędu taśmociągu, kW
D_{nHC218} — gęstość nadawy na hydrocyklon HC_{218} ciągu rudy piaskowcowej, g/dm^3	
P_{HC218} — ciśnienie nadawy na HC_{218} , kPa	
D_{pHC218} — gęstość przelewu HC_{218} , g/dm^3	
$d_{srHC218}$ — średnia wielkość ziarna w przelewie HC_{218} , μm	
$d_{+200HC218}$ — zawartość klasy $>200 \mu m$ w przelewie HC_{218} , %	
D_{MP221} — gęstość pulpy w młynie prętowym, g/dm^3	
Q_{rMP221} — natężenie przepływu rudy do m. prętowego, Mg/h	
$L_{rz1B}, L_{rz2B}, L_{rz3B}$ — poziomy w rzapiach, %	

5. Wskaźniki oceny pracy wężła rozdrabniania (energetyczne)

Dla przedstawionego wężła przyjęto wskaźniki oceny jego pracy. Wybór odpowiedniego wskaźnika oceny jest bardzo ważny w modelowaniu i optymalizacji procesów. Przyjęto wskaźniki energetyczne, które obok chwilowych mocy i zużycia energii ujmują także jej zużycie na jednostkę rozdrabnianej masy produktu lub na jednostkę wytwarzanego produktu [10].

Ponieważ w omawianym wężle produkowane są dwa główne produkty końcowe — przelewy hydrocyklonów ciągu rudy piaskowcowej i rudy węglanowej, oprócz wskaźnika dla młyna prętowego przyjęto wskaźniki dla wyżej wymienionych ciągów jak i dla całego wężła przygotowania nadawy, podano także ich jednostki.

Dla młyna prętowego określono względny wskaźnik zużycia energii elektrycznej przez młyn na tonę przerabianej rudy.

$$\frac{M_{MP}}{F_{MP}}, \frac{\text{kW}}{\text{Mg/h}} \rightarrow \frac{E}{Q} = E_{jed.}, \frac{\text{kWh}}{\text{Mg}} \quad (7)$$

Dla ciągu rudy piaskowcowej określono wskaźnik wyrażający chwilowy pobór mocy młyna prętowego w stosunku do udziału procentowego klasy ziarnowej $> 200 \mu\text{m}$ w przelewie hydrocyklonów tego ciągu.

$$\frac{M_{MP}}{\gamma_{<dp}^{H_2}}, \frac{\text{kW}}{\%} \quad (8)$$

Dla ciągu rudy węglanowej zaproponowano trzy wskaźniki ujmujące zużycie energii elektrycznej młyna kulowego lub obu młynów jako globalnej jednostki rozdrabniającej w odniesieniu do składu ziarnowego przelewu hydrocyklonów ciągu rudy węglanowej lub masowego natężenia przepływu klasy $< d_p$ w przelewie hydrocyklonów.

$$\frac{M_{MK}}{\gamma_{<dp}^{H_1}}, \frac{\text{kW}}{\%},$$

$$\frac{M_{MP} + M_{MK}}{\gamma_{<dp}^{H_1}}, \frac{\text{kW}}{\%}, \quad (9)$$

$$\frac{M_{MP} + M_{MK}}{\gamma_{<dp}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot \dot{G}_{nH}} \cdot 1000, \frac{\text{kWh}}{\% \times \text{Mg}}$$

Oceniając cały wężel mielenia i klasyfikacji zaproponowano wskaźnik uwzględniający moc pobieraną przez wszystkie istotne napędy tego wężła jak również skład ziarnowy produktów końcowych wężła przygotowania nadawy.

$$\frac{M}{a\gamma_{<dp}^{H_2} + b\gamma_{<dp}^{H_1}}, \frac{\text{kW}}{\%} \quad (10)$$

gdzie:

- F_{MP} — masowe natężenie przepływu rudy w młynie prętowym, Mg/h;
- Q — masa, Mg;
- E — energia elektryczna, kWh;
- V_{nH} — objętościowe natężenie przepływu mętów w hydrocyklonach H_1 , m³/h;
- M_{MP} — moc chwilowa napędu młyna prętowego, kW;
- M_{MK} — moc chwilowa napędu młyna kulowego, kW;
- M — moc chwilowa wszystkich napędów, kW;
- $\gamma_{<dp}^{H_2}$ — wychód klasy $< d$ w przelewie hydrocyklonów ciągu rudy piaskowcowej, %;
- $\gamma_{<dp}^{H_1}$ — wychód klasy $< d$ w przelewie hydrocyklonów ciągu rudy węglanowej, %;
- G_{nH} — gęstość mętów nadawy do hydrocyklonów H_1 , g/dm³;
- a, b — wagi związane z technologicznymi warunkami pracy urządzeń klasyfikujących, bzw.

6. Metody obliczeniowe

Od procesów przemysłowych oczekuje się coraz lepszej powtarzalności, łatwości sterowania automatycznego, optymalizacji kosztów. Rośnie stopień złożoności procesu, co z kolei rzutuje na trudności w identyfikacji i stopień skomplikowania opisującego proces modelu. Poprawne modelowanie przemysłowych procesów przerobczych oraz ich układów musi być zatem oparte na eksperymencie czynnym, w którym prowadzi się badania wprowadzając założone zmiany istotnych parametrów technologicznych procesów. W przypadku badania złożonych procesów technologicznych takich np. jak układ mielenia i klasyfikacji, należy w sposób szczególnie rozważny typować najistotniejsze parametry technologiczne w tym parametry sterujące, uwzględniając ich wzajemne zależności, co może pozwolić na rozpoznanie mechanizmu powiązań między nimi [1].

W artykule opracowano modele określające wzajemne zależności funkcyjne pomiędzy zmiennymi energetycznymi i technologicznymi procesu. Modelowanie przeprowadzono bazując zarówno na regresji wielorakiej jak i z zastosowaniem sieci neuronowych [10].

W tabeli 3 przedstawiono charakterystykę statystyczną danych eksperymentalnych, a także obliczonych na ich podstawie wskaźników energetyczno-technologicznych wykorzystanych do modelowania. Dane te pochodzą z okresu trzech dziennych zmian roboczych w trakcie których przeprowadzano eksperyment. Rejestrowanie danych odbywało się z częstotliwością próbkowania co 10 s. W celu ustabilizowania chwilowych skoków ich wartości oraz odrzucenia błędnych wskazań dane uśredniano za czas 1 minuty i poddawano filtracji.

TABELA 3

Statystyki opisowe danych eksperymentalnych

Zmienna	Statystyki opisowe				
	<i>N</i> ważnych	średnia	minimum	maksimum	odch. std.
D_{nHC209}	860	1326,402	1202,141	1410,327	46,481
P_{HC209}	860	63,408	33,803	105,851	12,659
V_{nHC209}	860	478,981	326,281	600	61,881
D_{pHC209}	860	1168,626	1066,252	1295,654	46,129
d_{sHC209}	860	203,134	136,69	335,058	32,325
$g_{+200HC209}$	860	12,939	1,559	37,641	5,839
D_{nHC218}	860	1323,64	1239,4	1441,42	38,53
P_{HC218}	860	119,16	35,27	159,91	23,74
D_{pHC218}	860	1226,84	1081,46	1344,15	48,1
d_{sHC218}	860	246,86	130,27	497,04	80,9
$g_{+200HC218}$	860	9,63	2,13	20	5,24
Q_{RMP221}	860	154,5	85,91	230,82	22,26
D_{MP221}	860	1759,15	1693,73	1807,72	31
E_{MP221}	860	235,66	192,98	272,63	13,03
E_{MK222}	860	422,38	397,96	449,82	10,2
E_{MF212}	860	32,97	21,79	34,33	0,71
E_{PM209}	860	73,23	61,03	96,38	6,14
E_{PM218}	860	35,82	17,38	47,36	6,7
E_{TM221}	860	5,83	5,29	6,92	0,27
$L_{r=3B}$	860	53,31	16,06	92,69	15,61
$L_{r=2B}$	860	51,29	27,22	81,88	9,24
E_{MP}/Q_{RMP221}	860	1,56	0,94	2,82	0,26
E_{MK}/Q_{RMP221}	860	2,79	1,86	4,79	0,37
E_{max}/Q_{RMP221}	195	5,99	3,74	8,29	0,53
$E_{MP}/\gamma_{+200HC218}$	860	33,12	10,23	114,19	18,7
$E_{MK}/\gamma_{+200HC209}$	860	45,12	11,22	283,78	42,98
$E_{MP+MK}/\gamma_{+200HC209}$	860	70,01	17,2	443,79	65,71
$E_{MP+MK}/(\gamma_{+200HC209} \cdot V_{nHC209} \cdot D_{nHC209})$	860	0,1237	0,024	1,038	0,1538
$M/(0,5\gamma_{+200HC218} + 1,5\gamma_{+200HC209})$	195	42,22	32,66	67,82	4,75

6.1. Modelowanie regresyjne

Regresja jest to badanie wpływu jednej lub kilku zmiennych tzw. objaśniających na zmienną, której przebiegu poszukuje się, a więc na zmienną objaśnianą. Mówiąc o wpływie wielu zmiennych na zmienną objaśnianą, regresję nazywa się wieloraką lub wielowymiarową.

Analiza regresji polega na estymacji parametrów równania teoretycznego regresji, które w sposób najdokładniejszy odwzorowuje zachodzącą zależność.

Jeśli występuje n obserwacji zmiennych x_1, x_2, \dots, x_k , które mogą mieć wpływ na zmienną y to liniowym modelem regresji wielorakiej będzie równanie postaci [3]

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (11)$$

gdzie:

β_i — parametry modelu (współczynniki regresji) opisujące wpływ i -tej zmiennej,
 ε — składnik losowy.

Dla badanego węzła mielenia i klasyfikacji zmiennymi modelowanymi są wskaźniki energetyczne obliczone na podstawie danych energetyczno-technologicznych procesu, zebranych podczas eksperymentu czynnikowego przeprowadzonego w O/ZWR Rejon Lubin.

W tabelach 4–6 przedstawiono wyniki modelowania — równania regresji — przedstawiające siłę, kształt i kierunek powiązań pomiędzy przykładowymi wskaźnikami energetycznymi a danymi procesowymi wytypowanymi po uprzedniej analizie związków korelacyjnych pomiędzy nimi.

TABELA 4

Podsumowanie regresji

$N = 860$	Podsumowanie regresji zmiennej: $E_{MP+MK}/(Y_{+200HC209} \cdot V_{nHC209} \cdot D_{nHC209}) \cdot 1000$ $R = 0,83797920$ $R^2 = 0,70220913$ Skoryg. $R^2 = 0,69976250$ $F(7,852) = 287,01$ $p < 0,0000$ błąd std. estymacji: 0,08428					
	BETA	błąd std. BETA	B	błąd std. B	$t(852)$	poziom p
W. wolny	–	–	0,512	0,2586	1,98	0,048
P_{HC209}	–0,882	0,082	–0,0107	0,001	–10,7	0
D_{pHC209}	–0,323	0,024	–0,0011	0,0001	–13,2	0
P_{HC218}	–0,17	0,072	–0,0011	0,0005	–2,37	0,018
D_{MP221}	0,043	0,022	0,0002	0,0001	1,97	0,049
E_{PM209}	0,654	0,06	0,0164	0,0015	10,97	0
E_{PM218}	0,165	0,071	0,0038	0,0016	2,33	0,02
L_{tz2B}	–0,038	0,045	–0,0006	0,0008	–0,84	0,4

$$\frac{(M_{MP} + M_{MK}) \cdot 1000}{\gamma_{<dp}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot G_{nH}} = 0,512 - 0,0107P_{HC209} - 0,0011D_{pHC209} - 0,0011P_{HC218} +$$

$$+ 0,0002D_{MP221} + 0,0164E_{PM209} + 0,0038E_{PM218} - 0,006L_{rz2B} \pm 0,084; \quad (12)$$

$$R^2 = 0,7$$

Powyższa, oszacowana, funkcja regresji uzależniona jest od siedmiu zmiennych, spośród których brak istotności wykazuje jedynie zmienna poziomu mętów w rzapiu nr 2 ($p = 0,4 > p_{zal.} = 0,05$). Najsilniejszy wpływ na modelowany wskaźnik ma ciśnienie nadawy na hydrocyklon ciągu rudy węglanowej (P_{HC209}), ponieważ standaryzowany współczynnik regresji BETA ma najwyższą bezwzględną wartość. Siła oddziaływań parametru ciśnienia na wartość szacowanego wskaźnika jest ujemna, co oznacza, że wzrost ciśnienia nadawy na hydrocyklon ciągu rudy węglanowej o 1 kPa powoduje zmniejszenie wartości wskaźnika (efekt korzystny) o około 0,011 kWh/Mg rudy. Równie istotny wpływ na zmienność tego wskaźnika ma moc pobierana przez pompę, która zasila nadawę hydrocyklon ciągu rudy węglanowej. Siła oddziaływań pomiędzy wartościami wskaźnika i mocy jest w tym przypadku dodatnia. Wraz ze wzrostem mocy pobieranej przez pompę rośnie wartość rozpatrywanego wskaźnika. Błąd standardowy estymacji równy 0,084 interpretuje się jako przeciętne odchylenie wskaźnika w próbie od wskaźnika teoretycznego — wyznaczonego z modelu. Natomiast wartość współczynnika determinacji $R^2 = 0,7$ oznacza, że 70% zmienności szacowanego wskaźnika jest wyjaśnione przez model.

Analogicznej interpretacji podlegają wyniki modelowania wskaźnika oceniającego ciąg rudy piaskowcowej (8) oraz wskaźnika dla całego węzła mielenia i klasyfikacji (10).

TABELA 5

Podsumowanie regresji

N = 860	Podsumowanie regresji zmiennej: $E_{MP}/\gamma_{+200HC218}$ $R = 0,88895039$ $R^2 = 0,79023279$ Skoryg. $R^2 = 0,78826083$ $F(8,851) = 400,73$ $p < 0,0000$ błąd std. estymacji: 8,6045					
	BETA	błąd std. BETA	B	błąd std. B	t(852)	poziom p
W. wolny	–	–	509,523	34,703	14,68	0,000
D_{nHC209}	–0,1	0,028	–0,04	0,011	–3,57	0,000
P_{HC209}	0,204	0,095	0,301	0,14	2,15	0,032
V_{nHC209}	–0,198	0,078	–0,06	0,024	–2,54	0,011
P_{HC218}	–0,054	0,065	–0,043	0,051	–0,84	0,403
D_{pHC218}	–0,613	0,03	–0,238	0,012	–20,69	0,000
D_{MP221}	–0,059	0,018	–0,035	0,011	–3,2	0,001
E_{PM209}	–0,081	0,048	–0,247	0,146	–1,69	0,091
E_{PM218}	–0,357	0,066	–0,995	0,185	–5,37	0,000

$$\frac{M_{MP}}{\gamma_{<d_p}^{H_2}} = 509,52 - 0,04D_{nHC209} + 0,301P_{HC209} - 0,06V_{nHC209} - 0,043P_{HC218} - 0,238D_{pHC218} - 0,035D_{MP221} - 0,247E_{PM209} - 0,995E_{PM218} \pm 8,6; \quad (13)$$

$$R^2 = 0,79$$

Zmienność wskaźnika dla ciągu rudy piaskowcowej, ujmującego pobór mocy młyna prętowego w odniesieniu do udziału procentowego klasy ziarnowej $< d_p$ w przelewie hydrocyklonów ciągu rudy piaskowcowej, najsilniej uzależniona jest od gęstości przelewu w hydrocyklonie tegoż ciągu, natomiast nie zależy od ciśnienia nadawy kierowanej na hydrocyklon ciągu rudy piaskowcowej oraz mocy pobieranej przez napęd pompy tłoczącej nadawę do hydrocyklona ciągu rudy węglanowej.

TABELA 6

Podsumowanie regresji

N = 195	Podsumowanie regresji zmiennej: $M/(0,5\gamma_{+200HC218} + 1,5\gamma_{+200HC209})$ $R = 0,76373490$ $R^2 = 0,58329099$ Skoryg. $R^2 = 0,56999177$ $F(6,188) = 43,859$ $p < 0,0000$ błąd std. estymacji: 3,0498					
	BETA	błąd std. BETA	B	błąd std. B	t(852)	poziom p
W. wolny	–	–	321,8475	30,73682	10,4711	0,000000
D_{nHC209}	0,35632	0,075652	0,0656	0,01393	4,71	0,000005
D_{pHC209}	–0,87417	0,05979	–0,1272	0,0087	–14,6206	0,000000
D_{nHC218}	0,228952	0,148549	0,0395	0,02561	1,5413	0,124937
P_{HC218}	–0,41365	0,067284	–0,1241	0,02018	–6,1478	0,000000
D_{pHC218}	–0,38595	0,133075	–0,0875	0,03017	–2,9002	0,004173
D_{MP221}	–0,56246	0,08655	–0,0886	0,01363	–6,4986	0,000000

$$\frac{M}{0,5 \cdot \gamma_{<d_p}^{H_2} + 1,5 \cdot \gamma_{<d_p}^{H_1}} = 321,85 + 0,066D_{nHC209} - 0,127 D_{pHC209} + 0,039D_{nHC218} - 0,087D_{pHC218} - 0,124P_{HC218} - 0,087D_{MP221} \pm 3,05; \quad (14)$$

$$R^2 = 58,33$$

Wskaźnik wyrażony wzorem (10) — dla obu ciągów technologicznych — który uwzględni różne właściwości przerabianej w układzie mielenia i klasyfikacji rudy, najsilniej

zależy od ujemnie skorelowanej z nim gęstości przelewu hydrocyklonu ciągu rudy węglanowej (D_{pHC209}). Nie zależy natomiast od gęstości przelewu hydrocyklonu pracującego w ciągu rudy piaskowcowej, która jest w równaniu (14) parametrem o wysokim poziomie nieistotności. Wartość współczynnika determinacji $R^2 = 58,33$ jest znacząco niższa w stosunku do modeli (12) i (13), co świadczy o gorszym dopasowaniu modelu do rzeczywistych danych procesowych i niedostatecznie precyzyjnej identyfikacji procesu przez model.

Analizując przedstawione powyżej modele, należy stwierdzić wysoką istotność statystyczną współczynników przy większości zmiennych niezależnych, a tym samym parametrów technologiczno-energetycznych wpływających na szacowane wskaźniki.

Stopień wyjaśnienia zmienności wskaźników, szczególnie dla ciągu rudy piaskowcowej i węglanowej, jest dobry.

6.2. Modelowanie sieciami neuronowymi

Sieci neuronowe znalazły bardzo szerokie zastosowania w modelowaniu i sterowaniu różnorodnych procesów przemysłowych w tym także procesów przeróbki surowców mineralnych.

Sieci neuronowe są strukturami wzorowanymi na biologicznych systemach nerwowych. Neurony traktowane jako elementarne procesory powiązane są połączeniami stanowiącymi analogię do aksonów i dendrytów w systemach biologicznych. Połączenia pomiędzy neuronami mogą mieć charakter pobudzający lub hamujący. Każdy procesor wykonuje pewien prosty program, na który składa się obliczanie sumy ważonej danych wejściowych i niekiedy dodanie stałego składnika [9].

Efektywność modelowania zależy od przyjętych wartości modyfikowalnych wag. Waga jest współczynnikiem liczbowym mogącym przyjmować zarówno wartości dodatnie dla połączeń pobudzających, jak i ujemne dla połączeń hamujących.

Wartość sygnału wyjściowego z neuronu obliczana jest w dwu etapach. W pierwszym etapie sygnały wejściowe przemnażane są przez odpowiadające im wagi i następnie sumowane. W drugim etapie wynik funkcji wewnętrzznego przetwarzania podlega działaniu określonej funkcji wejścia — wyjścia, zwanej funkcją aktywacji, która ma najczęściej postać liniową, skoku jednostkowego, sigmoidalną lub tangensa hiperbolicznego. Ostatecznie dla pojedynczego neuronu sygnał wyjściowy wyliczany jest z następującej zależności [4, 9]

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i\right) \quad (15)$$

gdzie:

- x_i — wektor danych wejściowych,
- w_i — wektor wag,
- f — funkcja aktywacji,
- y — sygnał wyjściowy,
- n — liczba sygnałów wejściowych.

Dla analizowanego obiektu — węzła mielenia i klasyfikacji — poszukiwano takich samych typów zależności jak w przypadku modelowania regresyjnego. Obliczenia dla zadanych funkcji modelu przeprowadzono wykorzystując komputerowy program do modelowania sieci neuronowych *Statistica Neural Networks* firmy *StatSoft*. Do uczenia najlepszych wytypowanych sieci neuronowych zastosowano algorytm *wstecznej propagacji błędów* z następującymi parametrami uczenia: współczynnik uczenia 0,1, bezwładność 0,3, liczba epok 100.

Ogólną postać modeli oraz wyniki modelowania można przedstawić następująco:

a) dla ciągu rudy węglanowej:

$$\frac{(M_{MP} + M_{MK}) \cdot 1000}{\gamma_{<dp}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot G_{nH}} = f(P_{HC209}, D_{pHC209}, P_{HC218}, D_{MP221}, E_{PM209}, E_{PM218}, L_{rz2B}) \quad (16)$$

TABELA 7

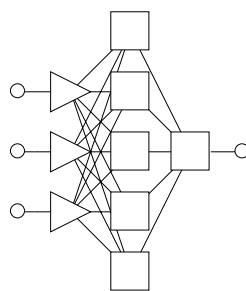
Edytor zbioru sieci

Nr sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Błąd ucz.	Błąd wal.	Błąd tst	Jakość ucz.	Jakość wal.	Jakość tst
1	MLP	1	2	0,01263	0,01305	0,01325	0,9028548	0,9273086	0,8572373
2	RBF	1	4	0,01143	0,0113498	0,01378	0,8168691	0,8054436	0,8881199
3	Liniowa	6	0	0,007508	0,0088028	0,00881	0,5365731	0,6029428	0,5691676
4	Liniowa	3	1	0,005716	0,006847	0,007443	0,4085353	0,4750551	0,4774531
5	MLP	3	5	0,004244	0,005235	0,005972	0,3033179	0,3675381	0,3815066

TABELA 8

Statystyki regresyjne

	Uczący $\frac{(M_{MP} + M_{MK}) \cdot 1000}{\gamma_{<dp}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot G_{nH}}$	Walidacyjny $\frac{(M_{MP} + M_{MK}) \cdot 1000}{\gamma_{<dp}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot G_{nH}}$	Testowy $\frac{(M_{MP} + M_{MK}) \cdot 1000}{\gamma_{<dp}^{H_1} \cdot V_{nH} \cdot G_{nH}}$
Średnia	0,07893	0,07904	0,07815
Odch. std.	0,01407	0,01422	0,01562
Średni błąd	5,099e-05	-0,0008123	-0,0009411
Odch. błędu	0,004266	0,005227	0,005958
Śr. bł. bezwz.	0,003279	0,004123	0,004321
Iloraz odch.	0,3033179	0,3675381	0,3815066
Korelacja	0,9529942	0,9312798	0,927755



Rys. 7. Schemat najlepszej sieci nr 5

b) dla ciągu rudy piaskowcowej:

$$\frac{M_{MP}}{\gamma_{<dp}^{H_2}} = f(D_{nHC209}, P_{HC209}, V_{nHC209}, P_{HC218}, D_{pHC218}, D_{MP221}, E_{PM209}, E_{PM218}) \quad (17)$$

TABELA 9

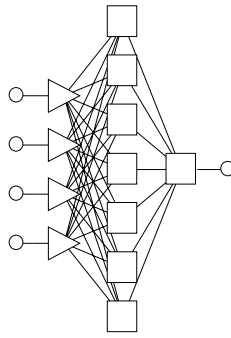
Edytor zbioru sieci

Nr sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Błąd ucz.	Błąd wal.	Błąd tst	Jakość ucz.	Jakość wal.	Jakość tst
1	Liniowa	5	–	6,806391	8,515447	8,142233	0,7268818	0,8818911	0,9767898
2	RBF	3	1	8,256925	8,316967	7,410022	0,8817901	0,8681912	0,8861264
3	Liniowa	6	–	6,505357	7,938395	7,708521	0,6947332	0,8263961	0,9240826
4	MLP	3	2	5,488482	5,743223	5,70565	0,5861368	0,5999909	0,6849654
5	MLP	4	7	4,225708	4,808492	4,936791	0,4512643	0,4989732	0,5921345

TABELA 10

Statystyki regresyjne

	Uczący $\frac{M_{MP}}{\gamma_{<dp}^{H_2}}$	Walidacyjny $\frac{M_{MP}}{\gamma_{<dp}^{H_2}}$	Testowy $\frac{M_{MP}}{\gamma_{<dp}^{H_2}}$
Średnia	35,90546	33,72933	36,22516
Odch. std.	10,20594	5,626772	9,915883
Średni błąd	-0,01519	-0,04084	-0,8432
Odch. błędu	4,71325	3,047909	4,352633
Śr. bł. bezwz.	3,450102	2,391509	3,333816
Iloraz odch.	0,4512643	0,4989732	0,5921345
Korelacja	0,8878443	0,8433839	0,9005398



Rys. 8. Schemat najlepszej sieci nr 5

c) dla obu ciągów technologicznych

$$\frac{M}{0,5 \cdot \gamma_{<dp}^{H_2} + 1,5 \cdot \gamma_{<dp}^{H_1}} = f(D_{nHC209}, D_{pHC209}, D_{nHC218}, D_{pHC218}, P_{HC218}, D_{MP221}) \quad (18)$$

TABELA 11

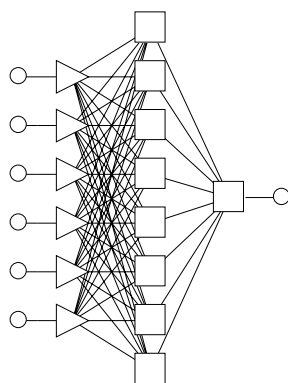
Edytor zbioru sieci

Nr sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Błąd ucz.	Błąd wal.	Błąd tst	Jakość ucz.	Jakość wal.	Jakość tst
1	RBF	6	1	3,434	6,793	4,480	0,984	1,006	0,985
2	Liniowa	2	0	2,175	5,280	3,100	0,623	0,839	0,786
3	Liniowa	6	0	2,066	5,079	3,333	0,592	0,811	0,850
4	MLP	5	9	1,387	4,121	3,277	0,397	0,636	0,818
5	MLP	6	8	1,540	3,755	3,014	0,441	0,604	0,762

TABELA 12

Statystyki regresyjne

	Uczący $\frac{M}{0,5 \cdot \gamma_{<dp}^{H_2} + 1,5 \cdot \gamma_{<dp}^{H_1}}$	Walidacyjny $\frac{M}{0,5 \cdot \gamma_{<dp}^{H_2} + 1,5 \cdot \gamma_{<dp}^{H_1}}$	Testowy $\frac{M}{0,5 \cdot \gamma_{<dp}^{H_2} + 1,5 \cdot \gamma_{<dp}^{H_1}}$
Średnia	35,715	39,021	37,848
Odch. std.	3,507	6,220	3,951
Średni błąd	0,006	-0,527	-0,448
Odch. błędu	1,548	3,760	3,011
Śr. bł. bezwz.	1,245	2,741	2,571
Iloraz odch.	0,441	0,604	0,762
Korelacja	0,897	0,798	0,652



Rys. 9. Schemat najlepszej sieci nr 5

Dla zadanego zbioru danych *Automatyczny projektant sieci* znalazł we wszystkich powyższych przypadkach zbiory pięciu – możliwie najlepszych i różnorodnych – sieci (tab. 7, 9 i 11), które mogą być wykorzystane do modelowania rozpatrywanych wskaźników. Sieci o numerze 5 okazały się najkorzystniejsze, gdyż charakteryzowały się najmniejszą wartością błędów i najwyższą „jakością” (dla regresji korzystna jest najmniejsza wartość wskaźnika jakości).

W tabelach edytora zbioru sieci zawarto podstawowe charakterystyki zaprojektowanych sieci. Podano błędy otrzymane przy uruchamianiu sieci na podzbiore uczącym, walidacyjnym i testowym. Wzrost błędu walidacyjnego na pewnym etapie uczenia sieci wskazuje na przeuczenie sieci. Wartość tego błędu należy przede wszystkim brać pod uwagę przy podejmowaniu decyzji, której sieci użyć w modelowaniu. Przedstawiono również jakości uczenia, walidacji i testowania zależne przede wszystkim od natury sieci. W zagadnieniach regresyjnych jakość sieci wyrażona jest ilorazem odchylenia standardowego dla reszt (błędów) i odchylenia standardowego wartości zmiennej objaśnianej. Mniejsza jego wartość świadczy o lepszej jakości (efektywności) modelu. Dla bardzo dobrych modeli iloraz ten nie przekracza wartości 0,1.

W edytorze zbioru sieci określono również liczbę zmiennych wejściowych wchodzących w strukturę sieci oraz liczbę neuronów ukrytych z drugiej warstwy dla sieci trójwarstwowych. Liczba neuronów ukrytych jest miarą złożoności sieci. Korzystniejsze są sieci z mniejszą liczbą neuronów ukrytych i mniejszą liczbą wejść, o ile nie tracą zbyt wiele na swojej efektywności. Dla przypadku a) najlepsza sieć nr 5 (rys. 7) wykorzystuje trzy zmienne wejściowe: D_{pHC209} , D_{MP221} , E_{PM209} i 5 neuronów ukrytych, dla przypadku b) sieć nr 5 (rys. 8) uwzględnia do budowy modelu cztery zmienne wejściowe: D_{nHC209} , D_{pHC218} , D_{MP221} , E_{PM218} i 7 neuronów ukrytych, natomiast w przypadku c) wytypowana sieć (rys. 9) ma strukturę najbardziej rozbudowaną składającą się z sześciu zmiennych wejściowych: D_{nHC209} , D_{pHC209} , D_{nHC218} , D_{pHC218} , P_{HC218} , D_{MP221} i ośmiu neuronów ukrytych. Z przedstawionego w równaniach (16) i (17) wykazu zmiennych wejściowych wchodzących do modeli widać, że nie wszystkie wejścia w stopniu istotnym wpływają na wartość wskaźnika oceny.

Tabele 8, 10 i 12 zawierają statystyki regresyjne wyznaczone niezależnie dla zbioru danych: uczącego, walidacyjnego i testowego. Statystyki te określają wartości średnie i odchylenia standardowe wyznaczone na podstawie rzeczywistych wartości zmiennej objaśnianej, przeciętne wartości błędów liczone jako różnica pomiędzy rzeczywistymi i obliczonymi wartościami zmiennej objaśnianej, odchylenia standardowe błędów, wartości średnie modułów błędów, ilorazy odchyłeń standardowych błędów i odchyłeń standardowych wartości zmiennej objaśnianej oraz współczynniki korelacji Pearsona liczone pomiędzy rzeczywistymi i obliczonymi przez model wartościami zmiennej objaśnianej [9].

Dla zaprojektowanych trzech modeli iloraz odchylenia standardowego zbioru walidacyjnego a tym samym jego „jakość” wynosi odpowiednio: 0,367; 0,499; 0,604 a, wartość korelacji 0,9313; 0,8434 i 0,7980. Parametry te świadczą o najlepszej efektywności modelu opisującego wskaźnik energetyczny dla ciągu rudy węglanowej, choć we wszystkich trzech przypadkach uzyskane modele jedynie w stopniu dość dobrym generalizują zadany problem.

Porównując dwa różne sposoby modelowania regresyjnego i sieci neuronowych trudno jednoznacznie ocenić wyższość jednych modeli nad drugimi. Modele uzyskane przy użyciu sieci neuronowych wykazywały większą wartość współczynnika korelacji w stosunku do modeli regresyjnych i mogą wydawać się bardziej efektywne. Modele regresyjne podają funkcję krzywej regresji, natomiast w sieciach neuronowych funkcja jest niejawna a otrzymanym modelem jest struktura sieci, parametry jej otrzymania oraz parametry oceny jej jakości. Fakt ten czyni modele regresyjne bardziej praktycznymi i uniwersalnymi w zastosowaniu do oceny obiektu badań.

7. Podsumowanie

W artykule przedstawiono możliwości oceny procesów mielenia rudy miedzi zachodzących w węźle mielenia i klasyfikacji w jednym z zakładów wzbogacania rudy KGHM „Polska Miedź” S.A. przy pomocy złożonych wskaźników oceny technologiczno-energetycznych. Ujmują one obok wskaźników technologicznych — zazwyczaj natury jakościowej, także wskaźniki energetyczne — ilościowe.

W sytuacji poszukiwania w zakładach przerobczych oszczędności energetycznych — przy uwzględnieniu, że najbardziej energochłonnym procesem są procesy rozdrabniania surowców — zastosowanie w ocenie przebiegu procesu a także w jego sterowaniu wskaźników energetycznych wydaje się w pełni uzasadnione. W artykule przedstawiono kilka rodzajów wskaźników, uwzględniając także strukturę analizowanego węzła jak i rodzaje uzyskiwanych produktów końcowych wychodzących z węzła. Podano przykładowe modele dwojakiego rodzaju: regresyjne i w postaci sieci neuronowych. Modele te mają podobną ogólną strukturę i uzyskano je w podobnym podejściu do modelowania. Porównano te modele. Modele regresyjne są bardziej praktyczne w ocenie procesów, natomiast w sterowaniu większa jest przydatność sieci neuronowych, których proces uczenia i aktualizacji może być „zautomatyzowany” i prowadzony w sposób dynamiczny wraz ze zmieniającymi się warunkami przebiegu procesu technologicznego.

LITERATURA

- [1] Badanie systemu sterowania procesem mielenia i flotacji w warunkach technologicznych ZWR — rejon Lubin. Praca zbiorowa, AGH — sprawozdanie, 2003
- [2] *Bond F.C.*: Berechnungsmethode zur Feinzerkleinerung. Aufbereitungs — Technik, 5, 1964
- [3] *Draper N.R., Smith H.*: Analiza regresji stosowana. Warszawa, PWN 1973
- [4] *Kurleto S., Trybalski K.*: Modelowanie układu mielenia i klasyfikacji rudy miedzi z zastosowaniem sieci neuronowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, 2002, Górnictwo, z. 255
- [5] Określenie możliwości techniczno-technologicznych obniżenia energochłonności procesu mielenia, określenie podatności na rozdrabnianie składników litologicznych przerabianego urobku — Etap I, praca zbiorowa AGH, sprawozdanie nr 5/TW/04, 2004
- [6] Praca zbiorowa. Monografia KGHM „Polska Miedź” S.A., Lubin, 1996
- [7] Praca zbiorowa. Poradnik Górnika tom V, Katowice, Wydawnictwo „Śląsk” 1976
- [8] *Rittinger P.*: Lehrkurs der Aufbereitungskunde. 1867
- [9] Sieci neuronowe — materiały konferencyjne z seminarium organizowanego przez StatSoft Polska Sp. z o.o., Warszawa, 14 październik 1999
- [10] *Trybalski K., Krawczykowski D.*: Energetyczne wskaźniki oceny procesu mielenia rudy miedzi i ich modelowanie. UWN-D AGH Górnictwo i Geoinżynieria, z. 4, 2005