

*Krzysztof Tajduś\**, *Antoni Tajduś\*\**

## WYKORZYSTANIE SUBMODELINGU DO MODELOWANIA ZACHOWANIA SIĘ BUDOWLI PODDANEJ WPŁYWOM EKSPLOATACJI

---

### 1. Wstęp

Wykonanie prognozy zachowania się budynku poddanego wpływowi eksploatacji górniczej jest niezwykle trudne. Problemem tym zajmowało się wielu naukowców w kraju oraz poza jego granicami. W ostatnich latach aby rozwiązać to zagadnienie sięgnięto po narzędzia numeryczne, najczęściej oparte na metodzie elementów skończonych (MES).

Przy modelowaniu tego zjawiska pojawia się szereg trudności, z których najważniejsze to:

- model budowli oraz odpowiednie odwzorowanie kontaktu na granicy fundament — górotwór (najczęściej fundament — grunt),
- konieczność uwzględnienia budowy górotworu,
- dobór własności budowli, fundamentu i górotworu,
- w miarę wierne odwzorowanie wpływu podziemnej eksploatacji na fundament znajdujący się na powierzchni terenu.

Ten ostatni problem jest przedmiotem artykułu. Do tej pory najczęściej wpływ eksploatacji na budowlę naziemną określa się za pomocą warunków przemieszczeniowych wyznaczonych z teorii geometryczno-całkowych (głównie teorii Budryka–Knotheego). Korzysta się tutaj z dwóch rozwiązań. W pierwszym warunki przemieszczeniowe narzucane są bezpośrednio na model fundamentu, w drugim wycina się z górotworu pewien obszar zawierający fundament (np. tarczę o skończonych wymiarach) i na brzegi tego obszaru (tarczy) narzuca się przemieszczenia wyliczone uprzednio przy pomocy teorii Budryka–Knotheego. Taki sposób modelowania współpracy budowli z górotworem poddanym eksploatacji gór-

---

\* Instytut Mechaniki Górotworu PAN

\*\* Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

niczej jest niezwykle uproszczony i może powodować uzyskiwanie wyników daleko odbiegających od rzeczywistych. Nie uwzględnia się bowiem wielu czynników mających istotny wpływ na uzyskiwane wyniki: warunków geologicznych występujących w rejonie eksploatacji (uskoki, zawodnienie, uwarstwienie itd.), wtórnego stanu naprężenia w górotworze powstałego na skutek eksploatacji, zmian własności górotworu będących wynikiem eksploatacji. Znacznie bliższe odwzorowanie rzeczywistych warunków można uzyskać poprzez wykorzystanie metod numerycznych. W modelu numerycznym powinno się uwzględnić zarówno budowę warstwową górotworu, występujące warunki geologiczne, przebieg eksploatacji, powstałe w wyniku eksploatacji strefy zawału, spękań, ugięcia, jak również budowę objęta wpływami eksploatacji. W modelowaniu pojawia się problem, bowiem z reguły wpływami eksploatacji górniczej objęta jest znaczna objętość górotworu, w porównaniu do wielkości budowli na powierzchni. Równoczesne w miarę wierne zamodelowanie najważniejszych elementów budowli i górotworu jest niemożliwe.

W tym celu należy się posłużyć dwoma modelami o różnej geometrii:

- 1) modelem globalnym, który powinien obejmować swoim zasięgiem dokonaną eksploatację oraz nadkład sięgający do powierzchni terenu wraz ze zgrubnym modelem budynku;
- 2) tzw. submodelem stanowiący interesujący nas wycinek modelu globalnego.

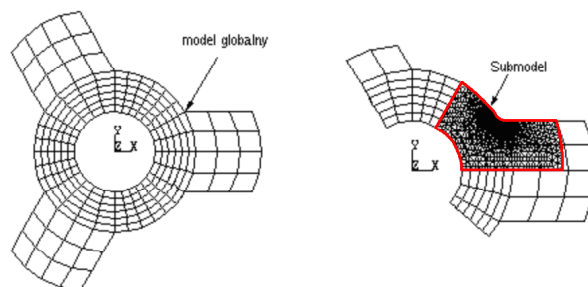
W tym przypadku submodel obejmuje budynek, jego fundamenty oraz wycinek górotworu ze szczególnym uwzględnieniem kontaktu pomiędzy fundamentem a górotworem. Ważnym aspektem podczas tego typu modelowania jest odpowiednie określenie warunków brzegowych dla submodelu.

## 2. Podstawy submodelingu

Idea submodelingu opiera się na zasadzie Saint Venanta, według której równoważne układy sił działające na mały obszar ciała wywołują takie same stany naprężenia w całym ciele z wyjątkiem bezpośredniego otoczenia przyłożonych sił (w tym przypadku miejsc koncentracji naprężeń). Postępując według tej zasady granice submodelu powinny być oddległe od miejsc koncentracji naprężeń na tyle, aby nie obejmowały obszarów o dużych gradientach naprężeń.

W submodelingu buduje się dwa modele:

- 1) model globalny, obejmujący całe rozpatrywane zagadnienie, w którym po dokonaniu uproszczeń (przede wszystkim geometrycznych) skupiamy się na uzyskaniu rozwiązania zgrubnego, ujmującego ogólne zachowanie się modelowanego obiektu;
- 2) submodel, który jest wycinkiem modelu ogólnego (zwykle bardzo dobrze zdyskretyzowanym). Przy pomocy tego modelu poszukujemy rozwiązania dokładnego przyjmując na odpowiednich krawędziach, jako warunki początkowo-brzegowe, wyniki (zwykle przemieszczenia) uzyskane w modelu ogólnym. Przykład geometrii i siatki MES dla modelu ogólnego (globalnego) i submodelu zaprezentowano na rysunku 1.



**Rys. 1.** Model globalny i submodel wirnika (przykład zaczerpnięty z Ansys User Manual, 1996)

W poszczególnych etapach obliczeń dla granic submodelu zostają zarejestrowane i interpolowane (przy wykorzystaniu funkcji kształtu elementu) wartości przemieszczeń uzyskane w węzłach modelu ogólnego, tak że na brzegach submodelu jego zachowanie wiernie odpowiada zachowaniu modelu ogólnego. Dość istotnym zabiegiem jest sprawdzenie, czy granice submodelu zostały dobrane na tyle daleko od koncentracji naprężenia, aby modyfikacja geometrii wewnątrz submodelu nie wpłynęła na wyniki uzyskane na jego brzegach.

Algorytm postępowania w przypadku tego typu obliczeń można więc ująć w następujących punktach:

1. budowa modelu globalnego, nie uwzględniającego wszystkich geometrycznych szczegółów obiektu,
2. wykonanie obliczeń modelu globalnego,
3. budowa submodelu uwzględniającego wszystkie interesujące szczegóły,
4. wykonanie obliczeń submodelu z warunkami brzeżno-początkowymi uzyskanymi z modelu globalnego oraz analiza uzyskanych wyników,
5. sprawdzenie i weryfikacja przyjętych granic submodelu.

Pod względem własności fizycznych i warunków początkowych obliczeń (np. wstępnych odkształceń czy obciążeń grawitacyjnych) submodel musi wiernie odpowiadać warunkom założonym w modelu globalnym.

Niewątpliwą zaletą tej metody jest możliwość uzyskania w miarę dokładnego rozwiązania zadania, w przypadku gdy interesujące i istotne jest szczegółowe prześledzenie zachowania niewielkiego obszaru, ujmowanego właściwie w innej skali niż modelowany duży obiekt. Nie bez znaczenia jest również oszczędność czasu i mocy obliczeniowych, które należałoby zaangażować przy budowie jednego modelu uwzględniającego szczegóły ujęte w submodelach.

### **3. Modelowanie wpływu eksploatacji na budowlę naziemne**

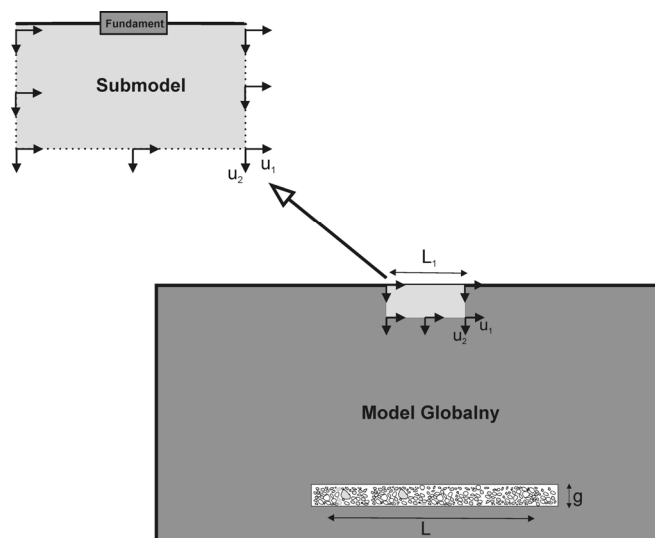
Odpowiedni dobór warunków brzegowych dla opisanego wpływu eksploatacji na budowlę naziemną jest problemem niezwykle trudnym. Do tej pory stosowano różne metody

rozwiązania tego problemu. Jedną z nich jest metoda przyjmująca za warunki brzegowe przemieszczenia wynikające z ekstremalnych wartości parametrów eksploatacji, wyznaczonych z teorii Budryka–Knotheego. Przykłady takich rozwiązań można znaleźć w wielu pracach np. [3, 4]. Odmienne podejście zastosowano w pracy Florkowskiej [5], gdzie warunki brzegowe modeli przyjmowano według równań profilu niecki obniżeniowej zaproponowanych przez Budzianowskiego i Lessaera [2], uwzględniając jej nieustalony charakter.

Bardzo interesujące podejście przy rozwiązywaniu tego problemu zastosował Majewski [6], który przy wykorzystaniu zależności podanych przez Budzianowskiego i Lessaera i uwzględnieniu ich losowego rozproszenia wykonywał obliczenia MES w dwóch etapach:

1. szczegółowo odwzorował zachowanie podłoża budynku poddanego wpływom eksploatacji, a sam budynek przyjął w postaci bryły zastępczej. Na tym modelu wyznaczył warunki oddziaływania podłoża na budynek;
2. wykorzystał wyniki z pierwszego modelu przy precyzyjnie odwzorowanym budynku, jako warunki brzegowe obliczeń. Drugi model dał odpowiedź, jakie będą skutki deformacji powierzchni w odniesieniu do zachowania samego budynku.

Rozwiązanie pokazane przez Majewskiego może być przykładem podziału obliczeń podejmowanego zadania na dwa etapy i wykorzystania wyników obliczeń z jednego etapu w drugim. Autorzy artykułu również skłonili się do próby rozwiązania problemu modelowania wpływu eksploatacji podziemnej na budynki w sposób dwuetapowy, wykorzystując model globalny i submodel. W odróżnieniu od poprzednich metod, w technice zaproponowanej przez autorów warunki brzegowe zadawane na submodel stanowiły przemieszczenia pionowe i poziome wyliczone z modelu globalnego (rys. 2).



Rys. 2. Model globalny i submodel dla analizy wpływu eksploatacji na budowlę naziemne

#### 4. Analiza wpływu eksploatacji na fundamenty budynku dla wybranego rejonu KWK „Piast”

Analizę wykonano wykorzystując metodę submodelingu. Na początku zbudowano model globalny uwzględniający geometrię eksploatacji oraz własności fizykomechaniczne górotworu uwarstwionego występujące w analizowanym rejonie Kopalni „Piast”. W rozpatrywanym rejonie prowadzono eksploatację pokładu o grubości  $g = 3,2$  m na głębokości  $H = 407$  m. Nadkład składał się z pięciu warstw istotnie różniących się własnościami odkształceniowymi. Na skutek eksploatacji nadkład nad eksploatowanym pokładem uległ zniszczeniu i spękaniu, a bezpośrednio nad pokładem utworzyły się strefy zawału i spękań. Spękania nadkładu spowodowały zróżnicowanie własności w kierunku poziomym i pionowym i dlatego do jego opisu przyjęto model transwersalnie izotropowy [7]. Parametry odkształceniowe warstw nadkładu wraz z parametrami w strefach zawału i spękań oraz własności fundamentu budynku podano w tabeli 1. Obliczono naprężenia i przemieszczenia modelu globalnego.

TABELA 1

**Parametry odkształceniowe warstw skalnych nadkładu, stref zawału i spękań oraz fundamentu budynku**

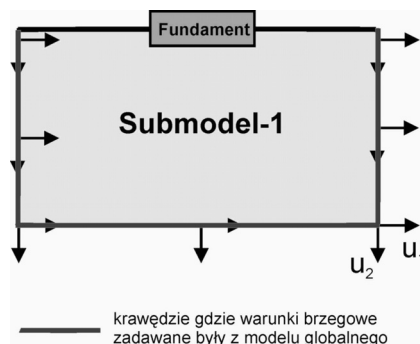
Materiał	Mięższość m	$E_1$ GPa	$E_2$ GPa	Liczba Poissona
Czwartorzęd (piasek pylasty)	13	0,05	0,05	0,35
Ił zwarty	11	0,012	0,012	0,2
Dolomit, wapień dolomityczny	26	0,085	1,41	
Piaskowiec	353	0,064	1,07	
Węgiel (pokład 207)	3,2	0,066	1,1	
Strefa spękań	80	0,31	0,31	
Strefa zawału	11,2	0,17	0,17	
Fundament (tylko dla submodelu)	3	21	21	0,2

Dla podanych warunków zbudowano globalny model numeryczny i przeprowadzono obliczenia stanu przemieszczenia, odkształcenia, naprężenia i wyteżenia. Następnie z modelu globalnego wycięto submodel o wymiarach: szerokość 200 m, wysokość 100 m, którego przebieg górnej krawędzi pokrywał się z przebiegiem części krawędzi modelu globalnego. Pośrodku tego submodelu zamodelowano fundament budynku.

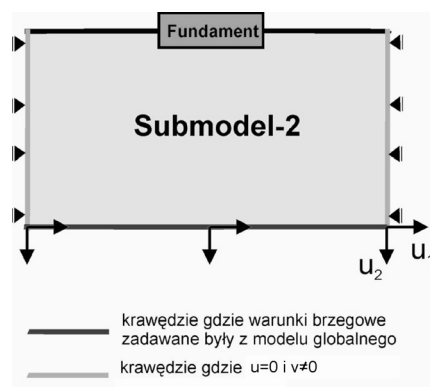
W celu określenia wpływu warunków brzegowych na otrzymywane wyniki obliczeń submodelu rozpatrzono dwa warianty warunków brzegowych:

- 1) do brzegów submodelu przyłożono wartości przemieszczeń wyliczone w modelu globalnym (w tych samych przekrojach — rys. 3) — submodel 1;

- 2) tylko do krawędzi dolnej submodelu przyłożono wartości przemieszczeń uzyskane w modelu globalnym, natomiast do pionowych krawędzi bocznych przyjęto: poziome przemieszczenia  $u = 0$ , pionowe przemieszczenia  $v \neq 0$  (rys. 4) — submodel 2.



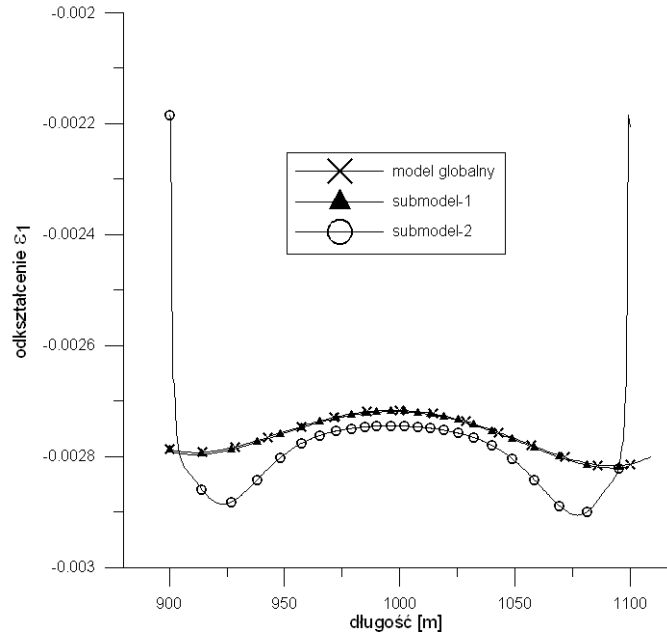
Rys. 3. Warunki brzegowe dla submodelu 1



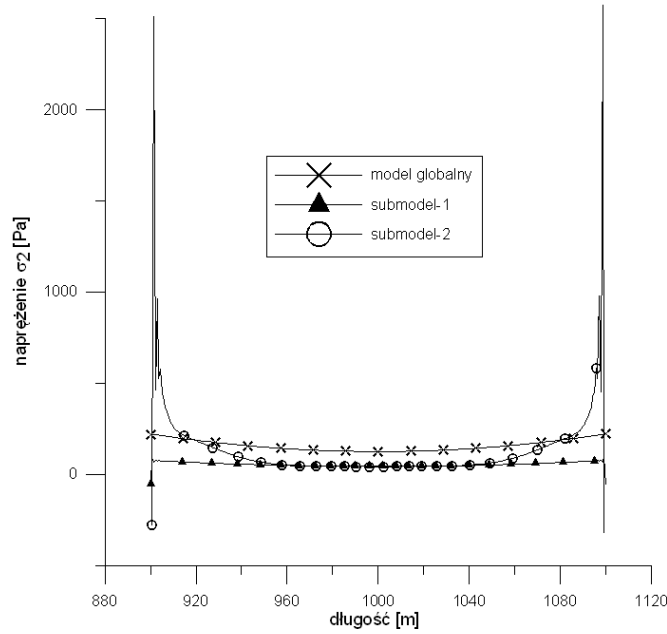
Rys. 4. Warunki brzegowe dla submodelu 2

Po przeprowadzeniu obliczeń dla submodelu 1 oraz submodelu 2 dokonano porównania uzyskanych wyników. Na rysunku 5 pokazano porównanie wyników odkształceń podłużnych  $\epsilon_1$  wzdłuż linii  $L$  dla modelu globalnego, submodelu 1 i submodelu 2, natomiast na rysunkach 6 i 7 naprężeń  $\sigma_2$  i  $\sigma_1$  uzyskanych dla modelu globalnego oraz submodeli 1 i 2.

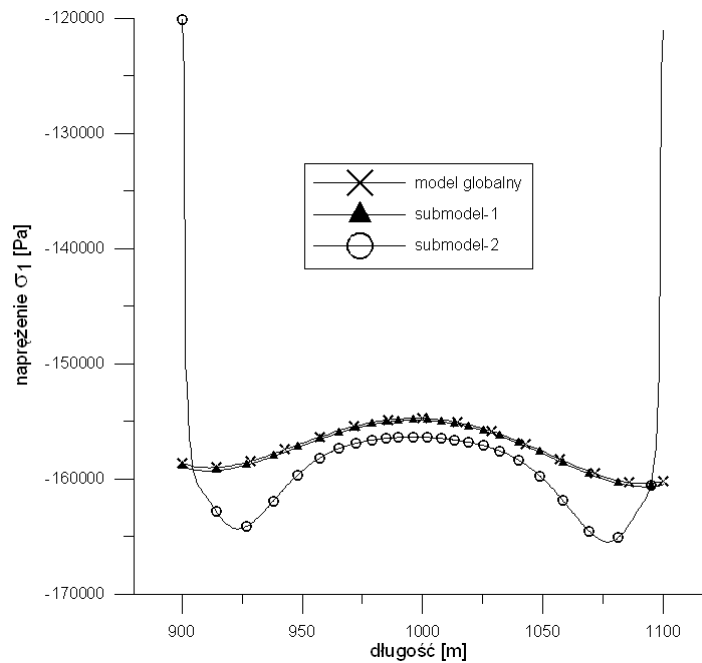
Z przedstawionych rysunków wynika, że sposób zadawania warunków brzegowych ma istotny wpływ na wartość otrzymywanych wyników. Jest to spostrzeżenie niezwykle ważne, dotychczas bowiem przy modelowaniu wpływu eksploatowanego pokładu na fundamenty budowli dosyć często korzysta się ze sposobu zadawania warunków brzegowych jak na rysunku 4. Ten sposób zadawania warunków brzegowych może powodować duże błędy w obliczeniach.



Rys. 5. Porównanie wartości odkształcenia  $\epsilon_1$  przy powierzchni terenu dla różnych modeli



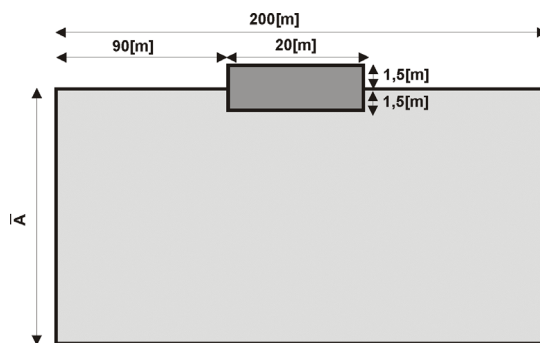
Rys. 6. Porównanie wartości naprężenia  $\sigma_2$  przy powierzchni terenu dla różnych modeli



Rys. 7. Porównanie wartości naprężenia  $\sigma_1$  przy powierzchni terenu dla różnych modeli

Innym czynnikiem mającym wpływ na otrzymywane wyniki mogą być wymiary submodeli, a zwłaszcza ich wysokość. W przedstawionych powyżej obliczeniach wysokość submodelu (1 i 2) wynosiła  $\bar{A} = 100$  m (rys. 8). Z tego powodu w tym submodelu objęto jedynie warstwy skalne zalegające do głębokości 100 m od powierzchni.

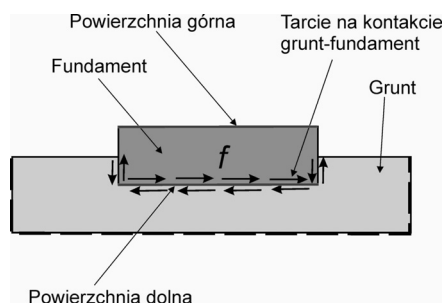
Aby zbadać, jak wielki wpływ ma wysokość submodelu (w jakiej odległości od powierzchni, należy zadawać warunki brzegowe pochodzące od modelu globalnego) na fundamenty budynku, wykonano obliczenia, w których zmieniano wysokość submodelu  $\bar{A}$  (rys. 8).



Rys. 8. Geometria rozpatrywanego submodelu



Obliczenia przeprowadzono dla wysokości submodelu (grubości nadkładu)  $\bar{A} = 100$  m,  $\bar{A} = 60$  m oraz  $\bar{A} = 20$  m (rys. 8) w obliczeniach przyjęto, że na kontakcie pomiędzy fundamentem a gruntem występuje tarcie o współczynniku tarcia  $\mu = 0,4$  (rys. 9). Własności fizyko-mechaniczne oraz miąższości warstw skalnych wykorzystane podczas modelowania podane zostały w tabeli 1. Z uwagi na zmieniającą się grubość nadkładu  $\bar{A}$  poszczególne submodele różniły się między sobą ilością uwzględnionych w modelu warstw skalnych. W submodelu o grubości  $\bar{A} = 100$  m występowały następujące warstwy skalne i gruntowe: piasek pylasty, ił zwarty, dolomit oraz piaskowiec o grubości 50 m. W submodelu o grubości nadkładu  $\bar{A} = 60$  m występował: piasek pylasty, ił zwarty, dolomit, piaskowiec o grubości 10 m, natomiast submodel o grubości nadkładu  $\bar{A} = 20$  m składał się jedynie z warstw czwartorzędowych, gdzie ił zwarty miał miąższość zaledwie 7 m.



Rys. 9. Warunki posadowienia fundamentu

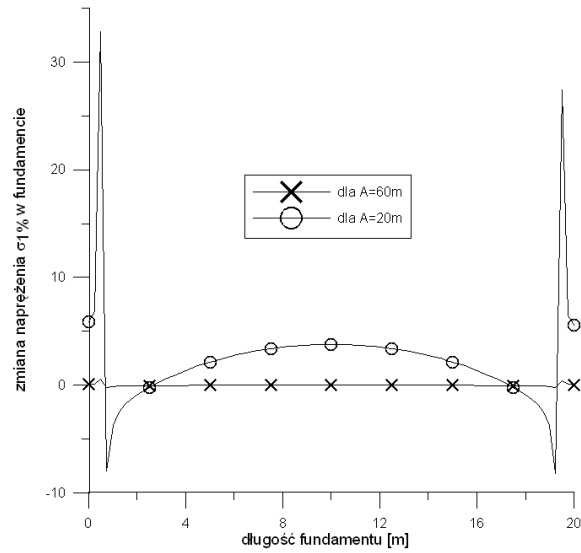
Obliczenia przeprowadzono dla dwóch opisanych powyżej submodeli: submodelu 1, submodelu 2. Po przeprowadzeniu obliczeń porównano otrzymane wartości naprężenia w fundamencie różnych grubości  $\bar{A}$ . Jako wartość bazową przyjęto grubość nadkładu  $\bar{A} = 100$  m i do otrzymanych wyników dla  $\bar{A} = 100$  m porównywano kolejne zmiany naprężenia dla krawędzi dolnej i górnej fundamentu (rys. 9) zgodnie z wzorem

$$\sigma_{\%} = \frac{\sigma_{\bar{A}} \cdot 100\%}{\sigma_{\bar{A}=100}} \quad (1)$$

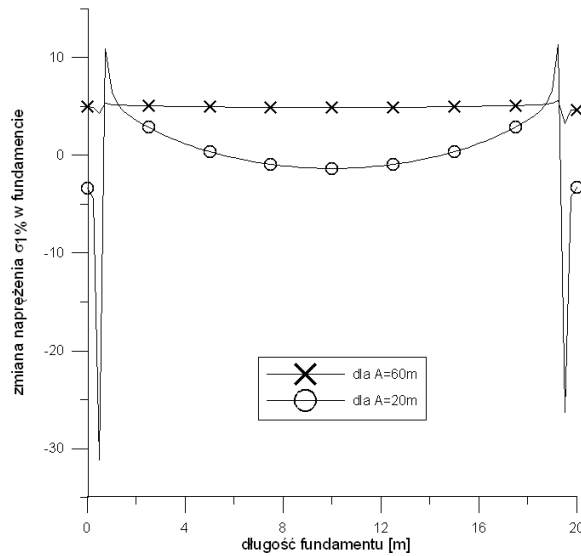
gdzie:

- $\sigma_{\%}$  — zmiana procentowa naprężenia %,
- $\sigma_{\bar{A}}$  — wartość obliczonego naprężenia w fundamencie dla nadkładu o grubości  $\bar{A}$ ,
- $\sigma_{\bar{A}=100}$  — wartość obliczonego naprężenia w fundamencie dla zamodelowanego górotworu o grubości  $\bar{A} = 100$  m.

Kolejne rysunki przedstawiają otrzymane wyniki porównań. Na rysunkach 10 i 11 pokazano procentowe zmiany wartości naprężenia  $\sigma_1$  dla krawędzi dolnej fundamentu w zależności od  $\bar{A}$  odpowiednio dla submodelu 1 oraz submodelu 2.

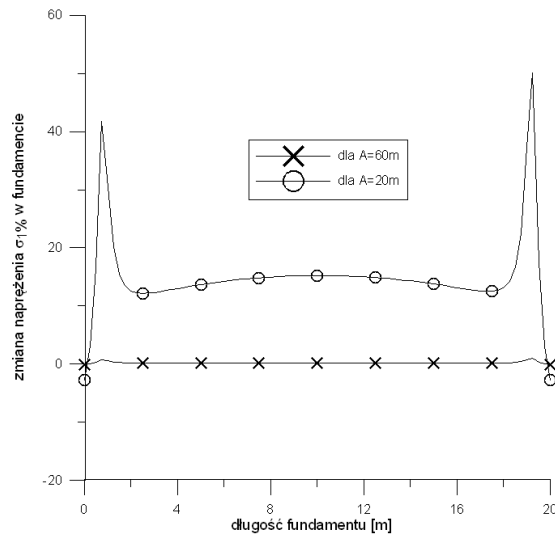


Rys. 10. Procentowe zmiany wartości naprężenia  $\sigma_1$  dla krawędzi dolnej fundamentu w zależności od  $\bar{A}$  (submodel 1)

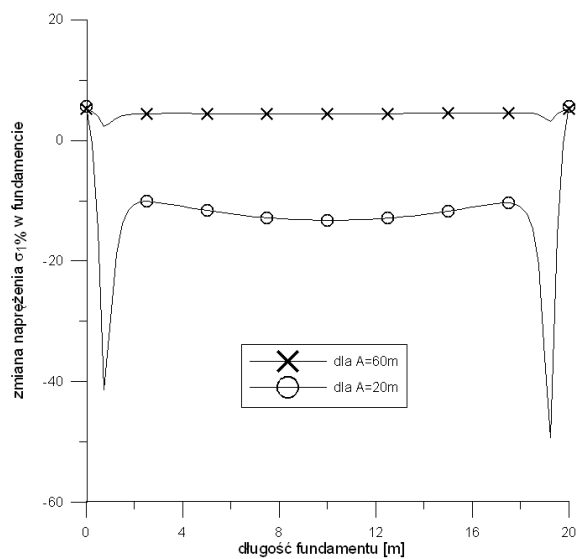


Rys. 11. Procentowe zmiany wartości naprężenia  $\sigma_1$  dla krawędzi dolnej fundamentu w zależności od  $\bar{A}$  (submodel 2)

Natomiast na rysunkach 12 i 13 pokazano procentowe zmiany wartości naprężenia  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  dla krawędzi górnej fundamentu w zależności od  $\bar{A}$  odpowiednio dla submodelu 1 oraz submodelu 2.



Rys. 12. Procentowe zmiany wartości naprężenia  $\sigma_1$  dla krawędzi górnej fundamentu w zależności od  $\bar{A}$  (submodel 1)



Rys. 13. Procentowe zmiany wartości naprężenia  $\sigma_1$  dla krawędzi górnej fundamentu w zależności od  $\bar{A}$  (submodel 2)

Jak wynika z przedstawionych obliczeń, naprężenia powstałe w fundamentach poddanych wpływom eksploatacji górniczej zależą zarówno od sposobu modelowania oddziaływania eksploatacji, jak i od przyjętej grubości nadkładu poniżej fundamentu.

Wraz ze zmianą grubości nadkładu  $\bar{A}$  pod rozważanym fundamentem zmieniają się naprężenia powstające w tym obiekcie. Pomiedzy grubością nadkładu  $\bar{A} = 100$  m a  $\bar{A} = 60$  m zmiany nie są duże, sięgając maksymalnie dla  $\sigma_1$  0,95% dla submodelu 1 i 5,6% dla submodelu 2. Dla naprężenia  $\sigma_2$  zmiany wyglądają następująco: dla  $\bar{A} = 60$  m submodelu 1 maksymalna zmiana naprężenia wynosi 0,7%, natomiast dla submodelu 2 jest równa 6,6%.

Jednak wraz z dalszym zmniejszaniem grubości nadkładu  $\bar{A}$  różnice te znacznie się powiększają. Pomiedzy grubością nadkładu  $\bar{A} = 100$  m a  $\bar{A} = 20$  m zmiany są duże osiągając dla  $\sigma_1$  i submodelu 1 maksymalnie 50%, natomiast dla submodelu 2 maksymalnie różnice sięgają 49%. Naprężenie  $\sigma_2$  zmienia się podobnie, dla submodelu 1 maksymalna zmiana wynosi 50%, natomiast dla submodelu 2 maksymalnie 49,6%.

## 5. Wnioski końcowe

Przestawione obliczenia miały na celu zwrócenie uwagi na sposób modelowania oddziaływania eksploatowanego pokładu na fundamenty budynków znajdujących się na powierzchni. Dotychczas (z reguły) wpływ eksploatacji na budowlę naziemną określa się za pomocą warunków przemieszczeniowych wyznaczonych z teorii geometryczno-całkowych (głównie teorii Budryka–Knothege). Możliwe są tutaj dwie opcje: w pierwszej warunkii przemieszczeniowe (lub siły) narzucane są na model fundamentu poprzez sprężynki modelujące oddziaływanie górotworu poddanego eksploatacji górniczej, w drugiej wycina się z górotworu pewien obszar zawierający fundament i na brzegi tego obszaru narzuca się przemieszczenia wyliczone uprzednio przy pomocy teorii Budryka–Knothege. Obydwa sposoby modelowania współpracy budowli z górotworem poddanym eksploatacji górniczej są bardzo uproszczone. Znacznie lepsze przybliżenie rzeczywistych warunków można uzyskać poprzez wykorzystanie metod numerycznych. Ponieważ wpływami eksploatacji górniczej objęta jest znaczna część górotworu, w porównaniu do wielkości budowli na powierzchni, dlatego w miarę wierne zamodelowanie najważniejszych elementów budowli i górotworu jest niezwykle trudne. Z tego powodu wykorzystujemy submodeling. Posługujemy się dwoma modelami o różnej geometrii: najpierw wykonujemy model globalny, który obejmuje swoim zasięgiem dokonaną eksploatację oraz zgrubny model budynku, a następnie submodel, który jest wycinkiem modelu globalnego i obejmuje budynek. Przy tym modelowaniu ważne jest określenie wymiarów submodelu oraz jego warunków brzegowych.

Przyjęty do obliczeń fundament budynku miał wymiary: wysokość 3 m, szerokość 20 m. Przy założonej stałej szerokości submodelu 200 m (dziesięciokrotnie większej od szerokości fundamentu) zmieniano wysokość submodelu od 100 m do 20 m. Okazało się, że jeżeli wysokość submodelu była mniejsza niż dwudziestokrotna wysokość fundamentu, pojawiały się w obliczeniach błędy nie do zaakceptowania. W związku z tym nie powinno się budować submodeli o zbyt małych wymiarach w porównaniu do analizowanego fundamentu. Przy rozpatrywaniu wpływu eksploatacji na budowle znajdujące się na powierzchni szerokość submodelu powinna być większa aniżeli dziesięciokrotna szerokość fundamentu,

natomiast wysokość submodelu nie powinna być mniejsza niż dwudziestokrotna wysokość fundamentu. Najlepiej jeżeli brzeg submodelu obciążony jest wyliczonymi wcześniej przemieszczeniami i naprężeniami. W pewnych warunkach można obciążać brzeg submodelu wyliczonymi wcześniej samymi przemieszczeniami poziomymi i pionowymi, lecz obciążenie submodelu tylko przemieszczeniami pionowymi, jak to często jest wykonywane, prowadzi do dużych błędów.

#### LITERATURA

- [1] ABAQUS Standard User's Manual, I, IV, Materials
- [2] *Budzianowski Z., Lessaer S.*: O krzywiznach odkształconej powierzchni terenu podlegającego wpływom eksploatacji górniczej, w zakresie potrzeb budownictwa. Arch. Inż. Ląd., 14, 3, 1968
- [3] *Gryczmański M., Sternik K.*: Awaria wysokiego nasypu autostrady A-4 między węzłami Wirek i Batorego. Konferencja Naukowo-Techniczna Awarie Budowlane 2005, Szczecin – Międzyzdroje 17–20 maja 2005
- [4] *Gaszyński J., Posłajko M.*: Analiza skarpy zabezpieczonej gwoździowaniem podlegającej wpływom deformacji górniczych. XIV Konferencja Naukowa — Metody Komputerowe w Projektowaniu i Analizie Konstrukcji Hydrotechnicznych, Korbielów 2002
- [5] *Florkowska L.*: Wybrane problemy współdziałania budowli z górotworem. Kraków, Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN, Rozprawy, Monografie, 3, 2003
- [6] *Majewski S.*: Sprężysto — plastyczny model współpracującego układu budynek — podłoże poddanego wpływom górniczych deformacji terenu. Politechnika Śląska, Zeszyty Naukowe, 1271, 1995
- [7] *Tajduś K., Tajduś A.*: Influence of Strata Layer on Subsidence Trough Caused by Underground Excavation. 20<sup>th</sup> World Mining Congress & Expo 2005 — Mining and Sustainable Development, Teheran

