

*Janusz Kaczmarek\**

## INTERPRETACJA WYNIKÓW BADANIA WSPÓŁCZYNNIKA PARCIA BOCZNEGO W GRUNTACH METODĄ OPARTĄ NA POMIARZE MOMENTÓW OD SIŁ TARCIA

---

### 1. Wstęp

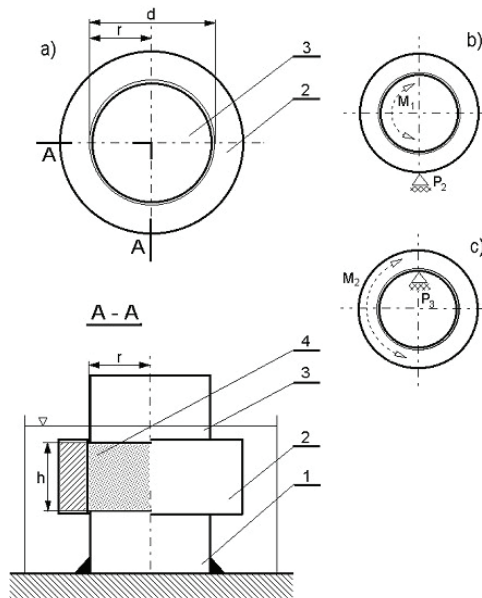
Koncepcję laboratoryjnego sposobu badania współczynnika parcia bocznego w gruntach przedstawiono w materiałach konferencyjnych XXIX Zimowej Szkoły Mechaniki Górniczej i Geoinżynierii. Omówiona w [3] koncepcja pomiaru sprowadza się do mierzenia dwóch momentów granicznych pochodzących od sił tarcia obciążonej próbki o ścianki aparatu, którego konstrukcję przedstawiono schematycznie na rysunku 1.

Aparat składa się z tłoka oporowego (1) zamocowanego u podstawy aparatu w sposób ograniczający przemieszczenie poziome, przemieszczenie pionowe oraz blokujący możliwość jego obrotu względem pionowej osi symetrii. Krępy cylinder (2) o grubej ściance, wykonany z materiału o dużej sztywności, można uznać za nieodkształcalny w stosunku do badanego gruntu. Próbka gruntu (4) umieszczona jest w cylindrze (2). Obciążenie próbki odbywa się przez tłok napierający (3). Przewidziano możliwość czasowego zablokowania obrotu cylindra (2) wokół jego pionowej osi. Możliwość blokowania cylindra symbolizuje podpora  $P_2$  (rysunek 1b). Przewidziano również możliwość czasowego zablokowania obrotu tłoka napierającego (3). Możliwość blokowania tłoka symbolizuje na rysunku 1c podpora  $P_3$ .

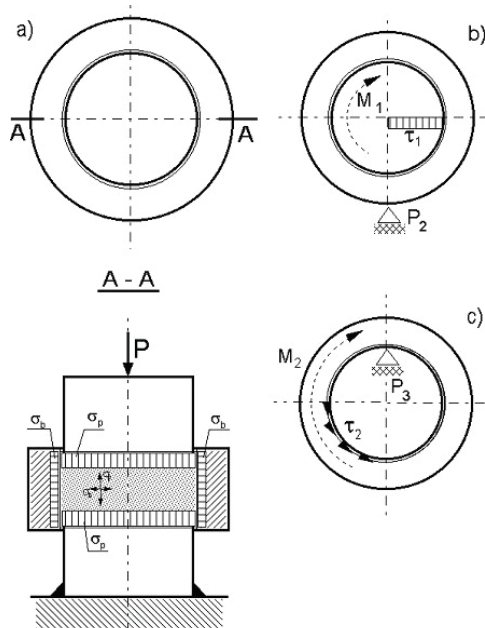
Na rysunku 2 przedstawiono przekrój aparatu z umieszczoną wewnątrz próbką gruntu obciążoną tak, jak przyjęto w pierwotnej prezentacji koncepcji badania współczynnika parcia bocznego w gruntach. Po zablokowaniu możliwości obrotu cylindra (2) podporą  $P_2$  próba obrotu tłoka napierającego (3) wywoła na kontakcie jego podstawy i próbki gruntu naprężenia styczne skierowane przeciwnie do kierunku wymuszanego obrotu. Przy pewnej wartości momentu  $M_1$  na kontakcie tłoka (3) i próbki (4) wystąpi stan graniczny.

---

\* Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wroclawska, Wrocław



Rys. 1. Schemat aparatu do wyznaczania współczynnika parcia bocznego w gruntach przez pomiar granicznych momentów od sił tarcia próbki gruntu o elementy aparatu

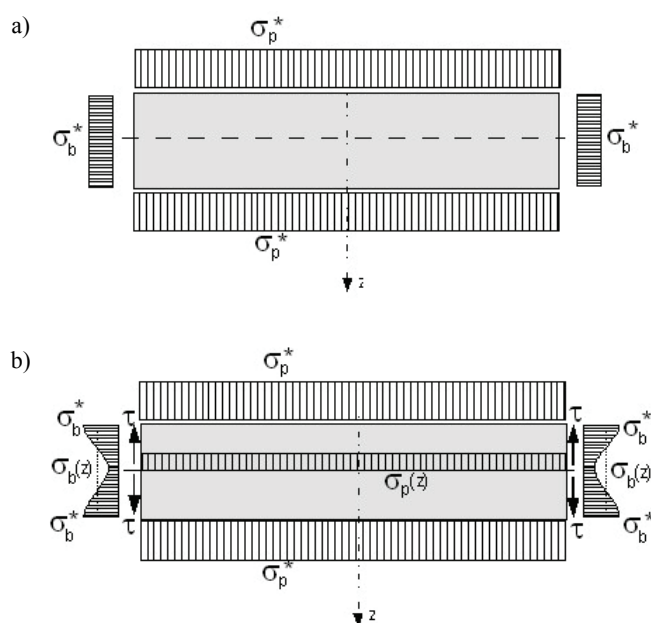


Rys. 2. Rozkład naprężeń normalnych w obciążonej próbce oraz naprężeń od tarcia o ścianki aparatu według [3]

Po zablokowaniu możliwości obrotu tłoka napierającego (3) podporą  $P_3$  próba obrotu cylindra (2) wywoła na kontakcie wewnętrznej powierzchni cylindra i próbki gruntu naprężenia styczne skierowane przeciwnie do kierunku wymuszanego obrotu. Przy pewnej wartości momentu  $M_2$  na kontakcie cylindra i próbki również wystąpi stan graniczny.

Aby poślizg odbywał się na ustalonych powierzchniach próbki, jej wymiary muszą spełniać określone w [3] warunki.

Na podstawie wyników pomiarów momentów granicznych  $M_1$  i  $M_2$  określić można współczynnik parcia bocznego w gruncie przy zadanym obciążeniu pionowym próbki.



**Rys. 3.** Podstawowy i rozszerzony schemat obciążeń próbki przyjęty do interpretacji wyników badania współczynnika parcia bocznego w gruntach: a) schemat podstawowy jak na rysunku 2, b) schemat rozszerzony uwzględniający tarcie na poboczniczy próbki w kierunku pionowym.

Na rysunku 3 przedstawiono dwa różne schematy obciążeń próbki w aparacie. Na schematach pominięto wpływ ciężaru własnego badanej próbki oraz wpływ ciężaru cylindra badawczego. Rysunek 3a przedstawia schemat podstawowy obciążeń próbki, zastosowany w rozważaniach przeprowadzonych wcześniej w [3]. W schemacie tym zakłada się, że tarcie występuje na górnej i dolnej powierzchni próbki w kierunku kątowym (cylindrycznym). Tarcie w kierunku radialnym (promieniowym) jest w tym badaniu pomijalnie małe, gdyż grubość ścianek cylindra pomiarowego powinna gwarantować zerowe odkształcenie próbki w tym kierunku. Na poboczniczy próbki tarcie występuje jedynie w kierunku obwodowym. W przedstawionym na rysunku 3a schemacie obciążeń przyjęto, że tarcie w kierunku pio-

nowej osi próbki jest tak małe, że może zostać pominięte. Zastosowane uproszczenie można zaakceptować, gdy wysokość próbki jest zdecydowanie mniejsza od jej średnicy. Konsekwencją przyjętych założeń jest stałość naprężeń w próbce.

Na rysunku 3b przedstawiono schemat obciążeń próbki, w którym w odróżnieniu od schematu na rysunku 3a uwzględniono występowanie na poboczniczy próbki również tarcia w kierunku jej osi pionowej. Dalej schemat ten nazywany będzie schematem rozszerzonym obciążeń. Dla przyjętych założeń o nieważkości próbki i cylindra pomiarowego schemat rozszerzony charakteryzuje symetria obciążeń pionowych względem poziomej płaszczyzny środkowej próbki.

Poniżej rozpatrzmy, jak wpływa przyjęte uproszczenie na sposób obliczania wyznaczonego doświadczalnie współczynnika parcia bocznego w gruntach.

## 2. Wyznaczenie współczynnika tarcia próbki o ścianki aparatu

Rozważania przeprowadzono przy założeniu, że wszystkie elementy aparatu wykonane są z tego samego materiału. Założono również, że wymuszanie obrotów poszczególnych części aparatu odbywa się zrównoważonym układem sił (parą sił), aby nie wprowadzać do układu niepożądaną reakcję, działającą w przypadkowym miejscu badanej próbki. Niezależnie od przyjętego schematu obciążeń współczynnik tarcia próbki o ścianki aparatu  $\mu$  wyznaczyć można w sposób identyczny, a więc przez pomiar granicznego momentu  $M_1$  równoważącego moment  $M_{\tau_1}$  od naprężeń stycznych  $\tau_1$  (rys. 2b).

Graniczny moment  $M_1$  równoważący moment  $M_{\tau_1}$  na kontakcie tłoka napierającego i próbki gruntu, liczony względem pionowej osi przyrządu pomiarowego, wyznaczyć można z równań:

$$M_1 = M_{\tau_1} = \int_A \rho \tau_1 dA = \int_A \rho \tau_1 (\rho d\rho d\varphi) = \int_A \rho \mu \sigma_p^* (\rho d\rho d\varphi) = \int_0^r \mu \sigma_p^* \rho^2 d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \quad (1)$$

$$M_1 = M_{\tau_1} = \frac{2}{3} \pi r^3 \mu \sigma_p^*. \quad (2)$$

Współczynnik  $\mu$ , charakteryzujący tarcie na kontakcie tłoka i próbki, obliczyć można wprost po przekształceniu równania (2):

$$\mu = \frac{M_1}{\frac{2}{3} \pi r^3 \sigma_p^*}. \quad (3)$$

### 3. Wyznaczenie współczynnika parcia bocznego w gruntach z zastosowaniem schematu podstawowego obciążeń

Współczynnik parcia bocznego w badanej próbce wyznaczyć można przez pomiar granicznego momentu  $M_2$ , równoważącego moment  $M_{\tau_2}$  od naprężeń stycznych  $\tau_2$  (rys. 2c).

Graniczny moment  $M_2$ , równoważący moment  $M_{\tau_2}$  na kontakcie cylindra i próbki gruntu, liczony względem pionowej osi przyrzędu, dla schematu podstawowego wyznaczyć można z równania:

$$M_2 = M_{\tau_2} = 2\pi r h \tau_2 r = 2\pi r^2 h \mu \sigma_b^* = 2\pi r^2 h \mu \sigma_p^* K_0 \quad (4)$$

gdzie  $K_0$  jest współczynnikiem parcia bocznego:

$$K_0 = \frac{\sigma_b^*}{\sigma_p^*}. \quad (5)$$

Współczynnik  $K_0$  może być obliczony z równania (4)

$$K_0 = \frac{M_2}{2\pi r^2 h \mu \sigma_p^*}, \quad (6)$$

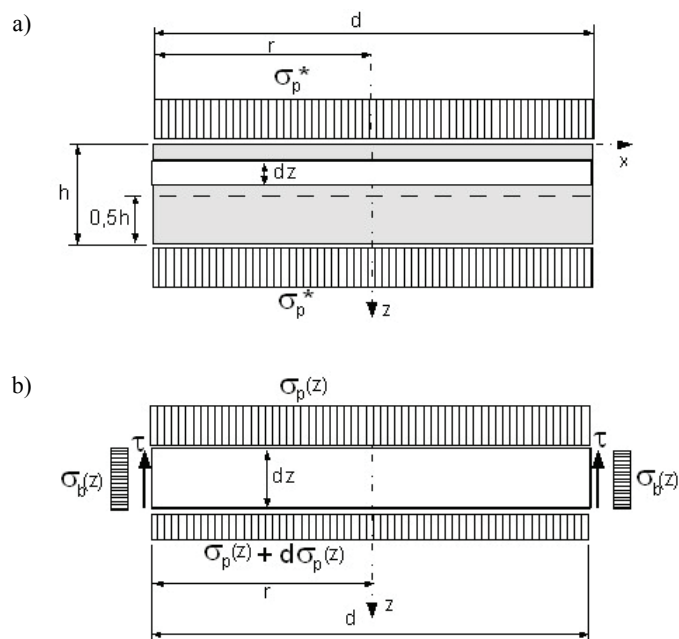
a po uwzględnieniu równania (3) z zależności:

$$K_0 = \frac{r}{3h} \frac{M_2}{M_1} \quad (7)$$

### 4. Wyznaczenie współczynnika parcia bocznego w gruntach z zastosowaniem schematu rozszerzonego obciążeń

Podobnie jak dla schematu podstawowego, współczynnik parcia bocznego w badanej próbce wyznaczyć można przez pomiar granicznego momentu  $M_2$  równoważącego moment  $M_{\tau_2}$  od naprężeń stycznych  $\tau_2$  (rys. 2c). Zmienia się jednak koncepcja wyznaczenia współczynnika parcia bocznego dla tego schematu z uwagi na zmienne na wysokości próbki naprężenia. Do wyznaczenia tego współczynnika z zastosowaniem schematu rozszerzonego obciążeń próbki wykorzystana zostanie od dawna znana koncepcja zastosowana w teoriach Bierbaumera i Terzagiego.

Na rysunku 4a przedstawiono elementarny wycinek badanej próbki o wysokości  $dz$ . Schemat obciążenia tego wycinka przedstawiono na rysunku 4b.



Rys. 4. Rozkład obciążeń elementarnego wycinka badanej próbki gruntu w rozszerzonym schemacie obciążeń

Warunek równowagi sił pionowych dla przekroju próbki pionową płaszczyzną symetrii (rys. 4b) zapisać można następująco:

$$2r\sigma_p(z) - 2r(\sigma_p(z) + d\sigma_p(z)) - 2\mu K_0\sigma_p(z)dz = 0 \quad (8)$$

Rozwiązaniem tego równania różniczkowego jest równanie:

$$\sigma_p(z) = \sigma_p^* e^{-K_0 \mu \frac{z}{r}}, \quad (9)$$

opisujące zmienne na wysokości próbki normalne naprężenia pionowe  $\sigma_p(z)$ . Równanie to jest ważne w górnej części próbki, pomiędzy płaszczyzną obciążaną tłokiem napierającym a poziomą płaszczyzną środkową, będącą jednocześnie płaszczyzną symetrii badanej próbki.

Normalne naprężenia poziome w próbce  $\sigma_b(z)$  zależą od normalnego naprężenia pionowego  $\sigma_p(z)$  i współczynnika parcia bocznego  $K_0$ .

$$\sigma_b(z) = K_0 \sigma_p(z). \quad (10)$$

Napężenia styczne  $\tau$  zależą od współczynnika tarcia próbki o ścianki aparatu  $\mu$  oraz  $\sigma_b(z)$ .

$$\tau = \mu \sigma_b(z) = \mu K_0 \sigma_p(z) = \mu K_0 \sigma_p^* e^{-\frac{\mu K_0}{r} z}. \quad (11)$$

Po uwzględnieniu symetrii naprężeń graniczny moment  $M_2$ , równoważący moment  $M_{\tau_2}$  na kontakcie cylindra i próbki gruntu, liczony względem pionowej osi przyrzędu, dla schematu rozszerzonego wyznaczyć można z równania:

$$M_2 = M_{\tau_2} = 4\pi r^2 \mu K_0 \sigma_p^* \int_0^{0.5h} e^{-\frac{\mu K_0}{r} z} dz, \quad (12)$$

a współczynnik parcia bocznego dla tego schematu wyznaczyć można teraz z zależności:

$$K_0 = -\frac{2r}{\mu h} \ln \left( 1 - \frac{M_2}{4\pi r^3 \sigma_p^*} \right). \quad (13)$$

## 5. Podsumowanie

Dla schematu podstawowego obciążeń badanej próbki gruntu, w którym pominięto występowanie na jej poboczniczy naprężeń stycznych w kierunku pionowej osi, współczynnik parcia bocznego  $K_0$  obliczyć można z zależności:

$$K_0 = \frac{M_2}{2\pi r^2 h \mu \sigma_p^*}. \quad (14)$$

Dla schematu rozszerzonego obciążeń badanej próbki gruntu, w którym uwzględniono występowanie na jej poboczniczy naprężeń stycznych w kierunku pionowej osi, współczynnik parcia bocznego  $K_0$  obliczyć można z równania:

$$K_0 = -\frac{2r}{\mu h} \ln \left( 1 - \frac{M_2}{4\pi r^3 \sigma_p^*} \right). \quad (15)$$

W obu równaniach.

$$\mu = \frac{M_1}{\frac{2}{3} \pi r^3 \sigma_p^*}. \quad (16)$$

Równania (15) i (16), choć mają różną formę w wypadku gdy wysokość próbki jest zdecydowanie mniejsza od jej średnicy, powinny dawać zbliżoną do siebie wartość współczynnika parcia bocznego  $K_0$ .

Powstaje pytanie, z jakim znakiem wprowadzać do równań wartości naprężeń  $\sigma_p^*$  oraz momentów  $M_1$  i  $M_2$ . Odpowiedź wydaje się prosta: obliczone wartości  $\mu$  i  $K_0$  powinny być dodatnie.

Aby współczynnik parcia bocznego  $K_0$  obliczony z równania (15) był dodatni, obliczona wartość logarytmu musi być mniejsza od zera, a więc obliczona wartość wyrażenia w nawiasie musi być mniejsza od jeden i większa od zera. Czy wyniki badania spełnią ten warunek, można sprawdzić wyłącznie doświadczalnie.

Z metodologicznego punktu widzenia wydaje się celowe wyznaczenie współczynnika parcia bocznego zarówno z równania (14), jak i równania (15). Aby poślizg między ściankami aparatu a badaną próbką odbywał się względem określonych powierzchni, spełniony musi być wspomniany wyżej warunek geometryczny małej wysokości próbki w stosunku do jej średnicy. Na podstawie wyniku porównania obu obliczonych wartości współczynnika parcia bocznego  $K_0$  z równania (14) i (15) można ewentualnie ocenić poprawność wykonanego badania. Do obliczeń projektowych sugeruje się przyjęcie wartości  $K_0$  obliczonej z równania (15) dla rozszerzonego schematu obciążeń próbki, w którym uwzględnia się tarcie próbki o ścianki aparatu na jej poboczniczy w kierunku pionowym. Jak wynika z analizy przedstawionych schematów obciążeń, wartość  $K_0$  obliczona z równania (15) będzie nieco większa od wartości  $K_0$  obliczonej z równania (14). Z punktu widzenia pracy konstrukcji podziemnej podejście takie prowadzi do mniejszego jej wyteżenia niż w wypadku postępowania odwrotnego.

#### LITERATURA

- [1] *Cytowicz N.A.*: Mechanika gruntów. Warszawa, Wydawnictwa Geologiczne 1958
- [2] *Gergowicz Z.*: Geotechnika górnicza. Wrocław, Politechnika Wroclawska 1968
- [3] *Kaczmarek J.*: Koncepcja sposobu laboratoryjnego pomiaru współczynnika parcia bocznego w gruntach. XXIX Zimowa Szkoła Mechaniki Górniczej i Geoinżynierii, Geotechnika i Budownictwo Specjalne, KGBiG AGH, 2006
- [4] *Kisiel I. i in.*: Mechanika skał i gruntów. Warszawa, PWN 1982
- [5] *Wilun Z.*: Zarys geotechniki. Warszawa, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności 1976