

*Marian Branny\*, Krzysztof Filek\*, Bernard Nowak\*, Bogusław Ptasiński\**

## DWUFAZOWY PRZEPŁYW POWIETRZA I WODY W PIONOWYCH WYROBISKACH GÓRNICZYCH\*\*

---

### 1. Wstęp

Kopalnie podziemne przewietrzane są strumieniami powietrza uformowanymi głównie przez mechaniczne źródła energii zainstalowane na szybach wentylacyjnych, w postaci wentylatorów głównego przewietrzania oraz inne wentylatory działające wewnątrz sieci wentylacyjnej (wentylatory swobodne, dodatkowe oraz lutniowe).

Wyrobniska górnicze, którymi powietrze przepływa, są przewodami nieszczelnymi. Przez ich ścianki następuje wymiana masy. Dodatkowo przez ścianki te wymieniana jest energia (ciepło), pomiędzy płynącym powietrzem a górotworem otaczającym wyrobisko. Na drodze przepływu płynące powietrze napotykać może źródła energii cieplnej i źródła wilgoci, które również wnoszą swój wkład we wspomnianą wymianę masy i energii.

Wszystkie te procesy zachodzić mogą w wyrobiskach różnie ukształtowanych w polu sił grawitacyjnych. Powodować to może dodatkowe zjawiska, które już wielokrotnie były przez praktykę górniczą odnotowane. Zjawiska te zwykle powodowały poważne zaburzenia wydatku powietrza przepływającego przez kopalnię, a w niektórych przypadkach doprowadziły do mechanicznego uszkodzenia wentylatora głównego przewietrzania. Związane one były z występowaniem dwufazowego przepływu powietrza i wody w pionowych wyrobiskach górniczych

Wszystkie te zjawiska są wystarczającą przesłanką do tego, aby próbować właściwie określać cechy takiego przepływu i wcześniej prognozować możliwe ich konsekwencje odnośnie do przewietrzania wyrobisk górniczych.

W niniejszym artykule określono niektóre z istotnych parametrów charakteryzujących przepływy dwufazowe i zaprezentowano pierwsze próby jego opisu wraz z jakościowymi wynikami ich rozwiązań otrzymanymi na podstawie symulacji numerycznych.

---

\* Katedra Górnictwa Podziemnego, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

\*\* Artykuł powstał w ramach pracy statutowej Nr: 11. 11. 100. 193

## 2. Podstawowe cechy przepływu dwufazowego

W przepływie dwufazowym ośrodkiem ciągłym jest zawsze jakiś płyn, to jest gaz lub ciecz, a ośrodkiem rozproszonym (rozdrobnionym) może być substancja o dowolnym stanie skupienia, to jest ciało stałe, ciecz lub gaz. Ośrodek ciągły nosi nazwę fazy ciągłej (płynnej), a ośrodek rozproszony – fazy rozproszonej (dyskretnej) [1].

Przepływ dwufazowy, tak jak i przepływ jednofazowy, doznaje oddziaływań zewnętrznych ze strony ścian przewodu lub ciał opływanych, lecz w odróżnieniu od przepływu jednofazowego doznaje również oddziaływań wewnętrznych ze strony granic fazowych. Te ostatnie oddziaływania są zmienne zarówno pod względem miejsca, jak i czasu. Wywołują one zmianę pola prędkości, ciśnień i temperatur, często o charakterze skokowym.

Inną specyficznością przepływów dwufazowych jest to, że chociaż poszczególne składniki są nieściśliwe, to cała mieszanina może mieć charakter ściśliwy. Dzieje się to wtedy, kiedy w kierunku ruchu zmienia się prędkość faz, a więc i gęstość mieszaniny.

Istnieją trzy zasadnicze formy przepływów dwufazowych:

- 1) gaz-ciecz lub para-ciecz,
- 2) gaz-faza stała,
- 3) ciecz-faza stała.

W obszarze gaz-ciecz stężenie objętościowe obu faz może zmieniać się od 0 do 100%, ponieważ określenie „ciecz” oznacza 100% cieczy i brak gazu, natomiast określenie „gaz” oznacza 100% gazu i brak cieczy. W obszarach gaz-faza stała i ciecz-faza stała jest trochę inaczej, gdyż przepływ dwufazowy jest możliwy tylko do około 50% stężenia objętościowego fazy stałej, to jest do zetknięcia się ze sobą cząstek fazy stałej. Jeżeli cząstki są ze sobą w kontakcie, to występuje tylko jednofazowy przepływ gazu lub cieczy przez nieruchomą warstwę cząstek.

Przedział rozmiarów fazy rozproszonej występującej w przepływach dwufazowych jest bardzo duży, począwszy od cząstek o rozdrobnieniu subkoloidalnym, do dużych cząstek rzędu kilku centymetrów, występujących podczas transportu hydraulicznego.

Faza rozproszona powstaje najczęściej w wyniku rozdrobnienia mechanicznego, czyli dyspersji. Z substancji stałej, ciekłej i gazowej powstają, odpowiednio: **cząstki**, **krople** i **pęcherze**. W przypadku cieczy jako fazy rozproszonej, oprócz kropeł, należy zaliczyć błony cieczy i strugi.

Powstawanie fazy rozproszonej wskutek działania cieplnego może mieć różnoraki charakter: w wyniku odparowania (wrzenia) powstają pęcherze, w wyniku kondensacji par cieczy lub metali-bardzo drobne krople lub cząstki, a w wyniku spalania – cząstki stałe i ciekłe.

W płynach dwufazowych zachodzą oddziaływania:

- pomiędzy dwiema fazami,
- pomiędzy cząstkami fazy rozproszonej,
- różnego rodzaju zewnętrzne oddziaływania na obie fazy (np. działanie akustyczne).

Cząstki, krople i pęcherze mają skłonność zarówno do łączenia się, jak i do rozpadu. Łączenie następuje wskutek działań mechanicznych, elektrycznych i chemicznych, sił spójności, efektów akustycznych itp., rozpad zaś następuje na ogół w wyniku działań me-

chanicznych. Oddziaływania pomiędzy cząstkami fazy rozproszonej mogą prowadzić do stabilizacji lub destabilizacji układu.

- Oddziaływania, które sprzyjają stabilizacji układu, wynikają ze wzajemnego odpychania cząstek. Mogą być one skutkiem działania elektrostatycznego lub tworzenia się tzw. podwójnych warstw elektrycznych.
- Oddziaływania, które wywołują destabilizację układu, to aglomeracja, koagulacja i koalescencja. Są one bardzo niepożądane, gdyż zmniejszają ogólną powierzchnię rozdziału faz. Mimo to wykorzystywane są w różnych procesach technicznych.

### **3. Przykłady występowania przepływów dwufazowych w wyrobiskach górniczych i ich skutki**

Wśród przykładów przepływów dwufazowych można wymienić przepływ powietrza i pyłu kopalnianego, który występuje powszechnie w wyrobiskach górniczych. Fakt ten jest uświadamiany, jednak nie ma on istotniejszego ujemnego wpływu na przewietrzanie. Innym z kolei przykładem jest występujące w niektórych kopalniach zjawisko powstawania mgły na skrzyżowaniach niektórych wyrobisk górniczych. Jest to przykład wykraplania się nadmiaru wilgoci z mieszających się strumieni wilgotnego powietrza o zróżnicowanych temperaturach. Zjawisko takie jest często spotykanym procesem w naturze i w innych dziedzinach techniki, przykładem mogą być systemy klimatyzacyjne. W górnictwie zjawisko to jest dużym miejscowym utrudnieniem, gdyż może ograniczać całkowicie widoczność w obszarze kilkudziesięciu metrów. W kopalniach rud cynku i ołowiu, na drogach takich często występuje wzmożony ruch maszyn samojezdnych i przemieszczanie się ludzi. Powoduje to znacznie zagrożenie dla załogi w takich miejscach.

Innym przykładem jest przepływ powietrza szybem wentylacyjnym. Często w wyrobisku tym, w wyniku mieszania się z innymi strumieniami powietrza odprowadzanymi do tego wyrobiska i transportu powietrza na górę następuje kolejno nasycenie powietrza parą wodną, a na dalszej drodze jej wykraplanie. Jak wskazują pomiary i obserwacje przemysłowe [2], ilości wykroplonej wody mogą w takich szybach mieć istotny wpływ na straty energii mechanicznej wentylatorów głównego przewietrzania.

Dość często w praktyce mamy do czynienia z miejscowymi dopływami wody zza obmurza do szybów wdechowych i wentylacyjnych. Większość tej wody jest ujmowana na niewielkim odcinku od miejsca jej wypływu, niemniej część z niej dostaje się do strumienia płynącego powietrza i wywiera wpływ na przewietrzanie. Znane są przypadki w górnictwie światowym, kiedy zjawisko to spowodowało niestabilności głównego prądu powietrza w kopalni i w efekcie końcowym nawet trwałe uszkodzenie mechaniczne wentylatora. W Polsce, w jednej z kopalń rud miedzi zanotowano w przeszłości powtarzające się cyklicznie zjawisko spadku wydatku objętościowego powietrza odprowadzanego szybem wentylacyjnym, do około 25% jego ustalonej wielkości. Towarzystwo temu zjawisko opadania znacznej ilości wody tym szybem do rząpia. Zjawisko to powtarzało się wielokrotnie w ciągu doby [3].

Opisane powyżej przypadki występowania zjawisk przepływów dwufazowych (wielofazowych) w wyrobiskach podziemnych kopalń i ich możliwe skutki uzasadniają zainteresowanie tym zagadnieniem. Stopień skomplikowania opisu takich zjawisk i brak do nie-

dawna możliwości ich obliczeń powodował, że podejmowane próby jego badania musiały być znacznie upraszczane [2, 4, 6]. Obecnie, wobec znacznego postępu w mocach obliczeniowych komputerów, niektóre z tych problemów można próbować rozwiązywać numerycznie. Analiza tych prób pozwoli lepiej określić możliwość postępu w dalszym badaniu tego zjawiska.

## 4. Modele przepływów dwufazowych wykorzystywane przy ich opisie

W literaturze dotyczącej przepływów dwufazowych [1, 4, 5] najczęściej wyróżnia się następujące modele teoretyczne przepływów dwufazowych:

- przepływu bezpoślizgowego;
- przepływu z rozdzieleniem faz;
- przepływu z unoszeniem fazy rozproszonej

W modelu bezpoślizgowym zakłada się, że prędkości obu faz są takie same, natomiast w pozostałych dwóch modelach uwzględnia się to, że prędkości te są różne.

W modelu bezpoślizgowym ośrodek dwufazowy traktuje się jako mieszaninę składników inertynych, doskonale ze sobą wymieszanych. Składniki tej mieszaniny poruszają się w tym samym kierunku z tą samą prędkością. Mieszanina charakteryzowana jest między innymi takimi wielkościami, jak:

- strumień objętości mieszaniny  $\dot{V}_m$ , strumienie objętości fazy ciągłej i rozproszonej  $\dot{V}_C, \dot{V}_R$ ;
- strumień masowy mieszaniny  $\dot{m}_m$ , strumienie masowe fazy ciągłej i rozproszonej  $\dot{m}_C, \dot{m}_R$ ;
- gęstość mieszaniny  $\rho_m$ ;
- stężenie fazy rozproszonej w przekroju poprzecznym strumienia mieszaniny  $\alpha$ .

Ponieważ obie fazy poruszają się z tą samą prędkością w tym samym kierunku, więc nie ma między nimi żadnego oddziaływania. Przyjmuje się również, że nie ma żadnego oddziaływania między cząstkami (kroplami, pęcherzykami) fazy rozproszonej. Spełnienie tego założenia wymaga, by koncentracje fazy rozproszonej w mieszaninie były wystarczająco niskie. Oprócz tego zakłada się, że oddziaływania zewnętrznego otoczenia na poszczególne fazy wynikają jedynie z oporów ruchu występujących przy przepływie takiej mieszaniny przez wyrobiska górnicze. Opory rozłożone, w zakresie najczęściej występujących przepływów turbulentnych można określić:

- Przyjmując stałą wartość współczynnika tarcia  $\lambda$ , jaką przyjmuje się dla danego przewodu w zależności jedynie od jego chropowatości względnej, co odpowiada liczbie Reynoldsa większej od 4000. Można również przyjąć, że  $\lambda = 0,02$ , gdyż niepewność tak przyjętej wartości jest mniejsza niż 0,02 dla przewodów o różnych chropowatościach względnych.
- Przyjmując stałą wartość współczynnika tarcia  $\lambda$ , jaką odczytuje się z wykresu Nikuradsego [1] dla równoważnego przepływu jednofazowego, jakim jest płyn stanowiący fazę ciągłą w strumieniu dwufazowym.

Poprzez obliczenie wartości współczynnika tarcia, jak dla przepływu jednofazowego (np. ze wzoru Blasiusa dla przepływów turbulentnych), stosując w nim zmodyfikowaną liczbę Reynoldsa,

Wzór Blasiusa:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{1/4}} \quad (1)$$

Zmodyfikowana liczba Reynoldsa:

$$Re = \frac{v_m D}{\mu_m} \quad (2)$$

gdzie:

- $v_m$  — prędkość masowa mieszaniny dwufazowej [kg/s],
- $D$  — średnica hydrauliczna przewodu [m],
- $\mu_m$  — dynamiczna lepkość efektywna mieszaniny dwufazowej [kg/(m s)],

Określenie lepkości dla mieszanin jest trudne, gdyż lepkość nie ma własności addytywności. Większe koncentracje fazy rozproszonej w mieszaninie prowadzą do tego, że mieszanina nabiera cech płynu nienewtonowskiego i wtedy należałoby stosować do niej model reologiczny. Natomiast dla małych stężeń (udziałów) fazy rozproszonej istnieje kilka teoretycznych wzorów na określenie współczynnika efektywnej lepkości dynamicznej mieszaniny:

— Wzór Taylora, który dotyczy kropeł zawiesiny o stężeniu 2–3%, w postaci:

$$\mu_m = \mu_G \left( 1 + 2,5\alpha \frac{0,4\mu_G + \mu_L}{\mu_G + \mu_L} \right) \quad (3)$$

gdzie:

- $\mu_G$  — współczynnik lepkości dynamicznej fazy gazowej,
  - $\mu_L$  — współczynnik lepkości dynamicznej rozdrobnionej fazy ciekłej,
- Wzór Einsteina, który dotyczy kulistych cząstek rozdrobnionej fazy stałej o stężeniu maksymalnym wynoszącym 1%, w postaci:

$$\mu_m = \mu_G (1 + 2,5\alpha) \quad (4)$$

natomiast dla mieszaniny zawierającej rozproszoną fazę gazową w postaci pęcherzyków, w postaci:

$$\mu_m = \mu_L (1 + \alpha) \quad (5)$$

— Wzór Thomasa dla całego zakresu stężeń (udziałów)  $\alpha$ , w postaci

$$\mu_m = \mu_C [1 + 2,5\alpha + 10,05\alpha^2 + 0,00273\exp(16,6\alpha)] \quad (6)$$

gdzie  $\mu_C$  jest lepkością dynamiczną fazy ciągłej.

Model przepływu z rozdzieleniem faz uwzględnia fakt, że prędkość poszczególnych faz jest różna.

W ramach takiego podejścia wyróżnia się:

- model z częściowym rozdzieleniem faz,
- model z całkowitym rozdzieleniem faz

W pierwszym z tych modeli uwzględnia się, że prędkości faz są różne, natomiast równanie ciągłości i równanie ruchu ma taką samą postać jak w modelu bezpoślizgowym, chociaż w tym drugim równaniu w składniku określającym siłę bezwładności unoszenia uwzględnia się efekt dwufazowości.

Układ dwufazowy charakteryzowany jest wtedy takimi wielkościami jak:

- strumień objętości mieszaniny  $\dot{V}_m$ , strumienie objętości fazy ciągłej i objętości fazy rozproszonej  $\dot{V}_C, \dot{V}_R$ ;
- strumień masowy mieszaniny  $\dot{m}_m$ , strumienie masowe fazy ciągłej i fazy rozproszonej  $\dot{m}_C, \dot{m}_R$ ;
- prędkości pozorne poszczególnych faz i układu dwufazowego;
- prędkości unoszenia fazy ciągłej i fazy rozproszonej;
- poślizg faz;
- koncentracja transportowa  $\alpha$ ;
- stopień suchości  $\beta$ ;
- gęstość mieszaniny  $\rho'_m$ , określana za pomocą innego wzoru niż dla modelu bezpoślizgowego;
- pozorne prędkości unoszenia.

Dodatkowo wykorzystuje się w takim modelu równania wynikające z prawa zachowania energii.

Aby móc zastosować ten model nawet dla przepływu ustalonego należy wykorzystać wyniki badań Lockharda–Martinellogo dotyczące uwzględnienie związku między naprężeniami stycznymi na ścianie i stężeniem objętościowym fazy rozproszonej  $\alpha$ . Konkretnie wzory i korelacje Lockharda–Martinellogo znaleźć można w literaturze przedmiotu [6].

W drugim modelu z całkowitym rozdzieleniem faz, dla każdej z faz określa się równania ciągłości, ruchu i energii. Aby móc takie układy rozwiązać, niezbędne są dodatkowe równania określające wzajemne oddziaływania faz istniejących w układzie.

W literaturze [1, 4] znaleźć można również model z unoszeniem fazy rozproszonej. Nie jest to dodatkowy model, lecz jedynie model z rozdzieleniem faz, w którym obiektem zainteresowania jest prędkość względna między płynącymi fazami.

Przykłady stosowania powyższych modeli opisu przepływów dwufazowych, zamieszczone w literaturze, dotyczą przede wszystkim zagadnień ustalonych i często jednowymiarowych. Wynikało to z konieczności uproszczeń niezbędnych, aby móc numerycznie obliczać zbudowane układy równań różniczkowych zwyczajnych, często nieliniowych.

## 5. Numeryczne sposoby badania przepływów dwufazowych

Obecnie w komputerowej mechanice płynów stosowane są dwie metodyki rozwiązywania przepływów wielofazowych, a mianowicie metodyka Eulera–Lagrange’a i Eulera–Eulera [7, 8].

W pierwszej z nich faza płynna traktowana jest jako ośrodek ciągły i opisywana za pomocą czasowo-uśrednionych równań Naviera–Stokesa, a rozwiązania dla fazy rozproszonej sprowadzają się do wyznaczenia torów dużej liczby cząstek w obliczonym polu prędkości. Pomiędzy fazą ciągłą i rozproszoną może zachodzić wymiana masy, pędu i energii. Podstawowe założenie obowiązujące w tym modelu dotyczy małego rozmiaru objętościowego fazy rozproszonej. W procesie obliczeniowym trajektorie cząsteczek wyznaczane są dla określonej liczby kroków przestrzennych.

Badania przepływu powietrza do góry szybem wentylacyjnym, do którego dopływa faza ciekła (woda), w postaci monodispersyjnych kropeł, wykonano przy wykorzystaniu tej metodyki opisu ośrodka dwufazowego, posługując się dyskretnym modelem fazowym (*discrete phase model*) zbudowanym na tej metodyce w oprogramowaniu Fluent [8].

W ujęciu reprezentowanym przez metodykę Eulera–Eulera różne fazy traktowane są jako wzajemnie przenikające się i oddziałujące na siebie ośrodki ciągłe. Przyjmuje się, że rozmiary objętościowe poszczególnych frakcji są funkcjami czasu i przestrzeni. Poszczególne fazy opisuje się układem równań zachowania masy i pędu, natomiast konieczne jego dopełnienie uzyskuje się poprzez zdefiniowanie międzyfazowych współczynników wymiany. W ramach tej metodyki wyróżnić można:

- model (metodę) VOF (*volume of fluid*),
- model (metodę) mieszania (*mixture model*),
- model (metodę) Eulera (*Eulerian model*)

zaimplementowane w oprogramowaniu Fluent.

Stosowanie metody Eulera–Lagrange’a jest najtańsze, natomiast metoda (model) Eulera jest najdroższa. Ta najdroższa jest jednak najlepsza, tzn. może sobie poradzić z największą ilością przypadków przepływów dwufazowych.

Używanie dyskretnego modelu fazowego jest zalecane dla przepływu pęcherzy, kropeł i cząstek stałych, których koncentracja objętościowa jest mniejsza lub równa niż 10%. Może przy tym jednocześnie zachodzić, że wydatek masowy fazy rozproszonej jest większy niż wydatek masowy fazy ciągłej. Nie stanowi to jednak ograniczenia stosowania tego modelu obliczeniowego. Ponieważ z dotychczasowych badań przepływów dwufazowych powietrza i wody w pionowych wyrobiskach odprowadzających powietrze do góry wynika, że objętościowe udziały fazy ciekłej mieszczą się w podanym przedziale, dlatego w badaniach posłużono się takim modelem.

Pozostałe modele nie będą dalej charakteryzowane.

## 6. Przykład wykorzystania metodyki Eulera–Lagrange’a do opisu przepływu dwufazowego

Ponieważ stosowanie do dalszych obliczeń tzw. dyskretnego modelu fazowego jest uzasadnione, dlatego wykorzystywana w tej metodzie metodyka (Eulera–Lagrange’a) opisu przepływu dwufazowego będzie poniżej bardziej szczegółowo zaprezentowana.

Rozważa się przepływ powietrza w szybie wydechowym o średnicy  $d = 6$  m, na odcinku o długości 100 m. W połowie tego segmentu szybu zakłada się źródło powierzchniowe masy w postaci monodispersyjnych kropeł wody. W praktyce w powietrzu wydechowym znajduje się dużo cząstek pyłu, stanowiących jądra kondensacji, stąd rzeczywisty

rozkład średnic kropeł prawdopodobnie odbiega od znanych z literatury rozkładów (np. rozkład Rosina–Rammlera). W poszczególnych przykładach założono, że kropelki wody mają kształt kulisty o stałej średnicy, zawartej w przedziale od 0,8 mm do 2,0 mm. Przyjmuje się, że w przepływie dwufazowym nie ma procesów łączenia, rozpadania i parowania kropeł. W obliczeniach przyjęto jednorodne pole prędkości na wlocie do szybu wynoszące  $v = 5$  m/s.

Podstawą opisu ruchu płynów dla fazy ciągłej jest układ równań opierający się o zasady zachowania masy i pędu. Gdy rozważany jest przepływ nieściśliwego płynu równania te posiadają następującą postać:

— równanie ciągłości:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (7)$$

— równanie ruchu:

$$\rho \left[ \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial (v_i v_j)}{\partial x_j} \right] = F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{i,j}}{\partial x_j} \quad (8)$$

gdzie:

- $v$  — pole prędkości liniowej ośrodka [m/s],
- $t$  — czas [s],
- $\rho$  — gęstość lokalna ośrodka [kg/m<sup>3</sup>],
- $F$  — lokalna niefluktująca siła objętościowa [N/m<sup>3</sup>],
- $p$  — lokalne ciśnienie [Pa],
- $\tau$  — lokalny tensor naprężeń odkształcających (dewiator) [Pa],
- $x$  — współrzędna układu kartezjańskiego [m],
- $i, j$  — wartości indeksu przyporządkowane poszczególnym zmiennym przestrzennym.

W przypadku płynu newtonowskiego nieściśliwego współrzędne dewiatora wyrażają się wzorem:

$$\tau_{i,j} = \rho \nu \cdot \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (9)$$

Wprowadzenie powyższej definicji do równania ruchu po przekształceniach prowadzi do równań Naviera–Stokesa. W przypadku przepływu turbulentnego korzysta się z teorii Reynoldsa. Podstawiając zależność na współrzędne dewiatora do równania ruchu oraz wprowadzając w miejsce prędkości i ciśnienia odpowiednio ich wielkości średnie i fluktuacyjne, a następnie wykonując operację uśredniania, uzyskuje się równanie znane pod nazwą równania Reynoldsa, w którym pojawia się dodatkowy tensor naprężeń niewystępujący w przypadku przepływów laminarnych:



$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{v}_i \bar{v}_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \left( F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \cdot \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial \overline{v'_i v'_j}}{\partial x_j} \quad (10)$$

$$(\tau_i)_{ij} = -\rho \cdot \overline{v'_i v'_j} \quad (11)$$

Pojawienie się w przepływie turbulentnym tensora naprężeń turbulentnych, zwanych naprężeniami Reynoldsa, powoduje, że układ równań opisujących ruch płynu staje się układem niezamkniętym, z uwagi na brak sześciu uzupełniających związków definiujących współrzędne tensora. Niezbędne jest zatem sformułowanie równań uzupełniających, co w terminologii modelowania przepływów turbulentnych nosi nazwę hipotezy zamykającej. Jedną z pierwszych takich hipotez było wyprowadzenie przez Bousinesqa pojęcia współczynnika lepkości turbulentnej, zdefiniowanego za pomocą tensora naprężeń przez analogię do wzoru Newtona, określającego naprężenia w płynie rzeczywistym. Lepkość turbulentna nie stanowi cechy fizycznej płynu i co za tym idzie, nie ma wyraźnego sensu fizycznego. Jest to właściwość ujawniająca się wyłącznie w przypadku przepływów turbulentnych i zależna od intensywności turbulencji w danym punkcie pola prędkości (stosunku modułu fluktuacji współrzędnej prędkości do jej wartości uśrednionej) [7]. Przy pewnych założeniach upraszczających lepkość turbulentna tworzy pole skalarne w obszarze przepływu. W rzeczywistości stanowi ona pole tensorowe rzędu drugiego. Wprowadzenie tej wielkości do równań Reynoldsa umożliwia zamknięcie układu równań opisujących dany przepływ.

### 6.1. Zestawienie równań różniczkowych stosowanych w przyjętym modelu turbulencji

Pierwszym modelem turbulencji wykorzystującym pojęcie współczynnika lepkości turbulentnej był model drogi mieszania Prandtla (1925) [7]. W modelach bazujących na koncepcji wyznaczania turbulentnego współczynnika lepkości składowe tensora naprężeń Reynoldsa wyrażane są poprzez składowe tensora prędkości deformacji ruchu uśrednionego:

$$-\overline{v'_i v'_j} = \nu_T \cdot \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (12)$$

gdzie:

- $\bar{v}_i, \bar{v}'_i$  — odpowiednio: składowa uśredniona i fluktuacyjna wektora prędkości w  $i$ -tym kierunku,
- $\delta_{ij}$  — delta Kroneckera,
- $\nu_T$  — współczynnik lepkości turbulentnej,
- $k$  — kinetyczna energia turbulencji.

W zdecydowanej większości prac, w których rozwiązywano praktyczne zadania metodami CFD stosowano dwurównaniowy model  $k$ - $\epsilon$  (kinetyczna energia turbulencji–dyssypacja kinetycznej energii turbulencji).

Turbulentny współczynnik lepkości wyznaczany był albo z relacji algebraicznych, albo z równania transportu kinetycznej energii turbulencji (modele jednorównaniowe) oraz dodatkowego równania różniczkowego (modele dwurównaniowe).

W dwurównaniowym modelu  $k$ - $\varepsilon$  turbulentny współczynnik lepkości wyznacza się z zależności:

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (13)$$

gdzie:

$C_\mu$  — stała modelu,

$\varepsilon$  — dyssypacja energii kinetycznej turbulencji.

Kinetyczna energia turbulencji  $k$  i dyssypacja kinetycznej energii turbulencji  $\varepsilon$  wyznaczana jest z odpowiednich równań transportu [7]:

$$\frac{\partial(\bar{v}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \cdot \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\delta_k} \right) \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} - \overline{v'_i v'_j} \cdot \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (14)$$

$$\frac{\partial(\bar{v}'_j \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \cdot \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\delta_\varepsilon} \right) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} - C_1 \cdot \overline{v'_i v'_j} \cdot \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - C_2 \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (15)$$

gdzie:  $C_1, C_2, \delta_\varepsilon, \delta_k$  – stałe modelu.

Równania te i powyższe, przy przyjętym założeniu o nieściśliwości płynu, stanowią zamknięty układ równań.

Znanych jest kilka modyfikacji standardowego modelu i na ogół trudno jest wybrać odpowiedni, najwierniej odzwierciedlający dla danego przypadku rzeczywiste parametry przepływu. W programie Fluent [8], dostępne są trzy jego wersje: standardowy, RNG (*Re-normalization Group*) i Realizable. Model RNG różni się od standardowego głównie dodatkowymi członami w równaniu transportu dla szybkości dyssypacji kinetycznej energii turbulencji o postaci:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \cdot \rho \cdot \eta^3 \cdot \left( 1 - \frac{\eta}{4,38} \right)}{1 + 0,012 \cdot \eta^3} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (16)$$

gdzie:

$$\eta = S \frac{k}{\varepsilon} \quad (17)$$

Efektywną liczbę Prandtla wylicza się z równania:

$$\frac{\mu}{\mu_{ef}} = \frac{|\alpha - 1,3929|^{0,6321}}{|\alpha_0 - 1,3929|} \cdot \frac{|\alpha + 2,3929|^{0,3678}}{|\alpha_0 + 2,3929|} \quad (18)$$

gdzie:

- $\mu, \mu_{ef}$  — dynamiczny współczynnik lepkości (laminarny i efektywny),
- $\alpha$  — odwrotność efektywnej liczby Prandtla,
- $\alpha_0$  — stała modelu.

Oprócz rozwiązania równań transportu dla fazy ciągłej, w modelu tym należy wyznaczyć trajektorię cząsteczek fazy rozproszonej. Równanie ruchu sił działających na cząsteczkę zapisane we współrzędnych Lagrange'a ma postać przedstawioną zależnością:

$$\frac{dv_{pi}}{dt} = F_{Di} \cdot (v_i - v_{pi}) + \frac{g_i \cdot (\rho_p - \rho)}{\rho_p} \quad (19)$$

Pierwszy człon prawej strony powyższego równania reprezentuje siłę oporu wyrażoną na jednostkę masy cząsteczki, natomiast  $F_{Di}$  wynosi:

$$F_{Di} = \frac{18\mu}{\rho_p \cdot d_p^2} \cdot \frac{C_D \cdot \text{Re}_i}{24} \quad (20)$$

gdzie:

- $v_{pi}$  — składowa prędkości cząsteczki w kierunku  $i$ ,
- $v_i$  — składowa prędkości ośrodka ciągłego w kierunku  $i$ ,
- $g_i$  — składowa przyspieszenia ziemskiego w kierunku  $i$ ,
- $\rho_p$  — gęstość cząsteczki,
- $\rho$  — gęstość ośrodka ciągłego,
- $\mu$  — współczynnik lepkości dynamicznej,
- $d_p$  — średnica cząsteczki.

Współczynnik oporu  $C_D$  jest funkcją liczby Reynoldsa definiowanej jako:

$$\text{Re}_i = \frac{\rho \cdot d_p \cdot |v_p - v_i|}{\mu} \quad (21)$$

Dla cząsteczek mniejszych niż  $1 \cdot 10^{-6}$  m stosuje się zależność:

$$F_{Di} = \frac{18 \cdot \mu}{d_p^2 \cdot \rho_p \cdot C_e} \quad (22)$$

gdzie  $C_e$  jest współczynnikiem korekcyjnym Cunninghama do prawa Stokesa.

W programie Fluent równanie ruchu sił działających na cząsteczkę rozwiązywane jest metodą różnic skończonych, a trajektorie poszczególnych cząsteczek wyznaczane są przy uwzględnieniu poniższego równania:

$$\frac{dx_i}{dt} = v_{pi} \quad (23)$$

Dla fazy ciągłej (powietrze) przyjęto następujące warunki:

- w przekroju dopływowym przyjmowano warunki brzegowe pierwszego rodzaju w postaci stałej prędkości powietrza dopływającego do badanego odcinka szybu, kinetyczną energię turbulencji oraz szybkość dyssypacji tej energii wyliczono przy założeniu 10% intensywności turbulencji na wlocie;
- w przekroju wylotowym przyjmowano stałą wartość ciśnienia statycznego, zaś dla pozostałych zmiennych zakładano zerową wartość gradientu w kierunku przepływu – tzw. warunki ciśnieniowe;
- na ścianach sztywnych przyjmowano przepływ bezpoślizgowy, a w obszarach przyściennych korzystano z klasycznego modelu funkcji ściany;

Warunki brzegowe dla fazy rozproszonej sprowadzają się zaś do przyjęcia miejsca, z którego uwalniane są krople wody, oraz określenia warunków ich zderzenia ze ścianą. W obliczeniach przyjęto dwa typy warunków brzegowych dla fazy dyskretniej:

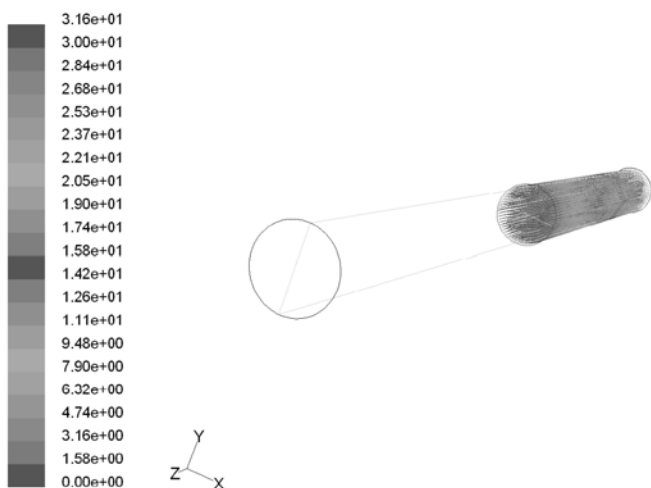
- 1) cząsteczka po zderzeniu ze ścianą ulega odbiciu, warunek określany jest przez ilość pędu, jaką cząsteczka traci po zderzeniu ze ścianą, i stosowany był dla ścian sztywnych;
- 2) cząsteczka po dotarciu do brzegu znika (zostaje zatrzymana lub wypływa z obszaru), a obliczenia jej trajektorii zostaną zatrzymane, warunek zadawany był w przekrojach dopływowym i odpływowym badanego odcinka szybu.

## 7. Wyniki i podsumowanie

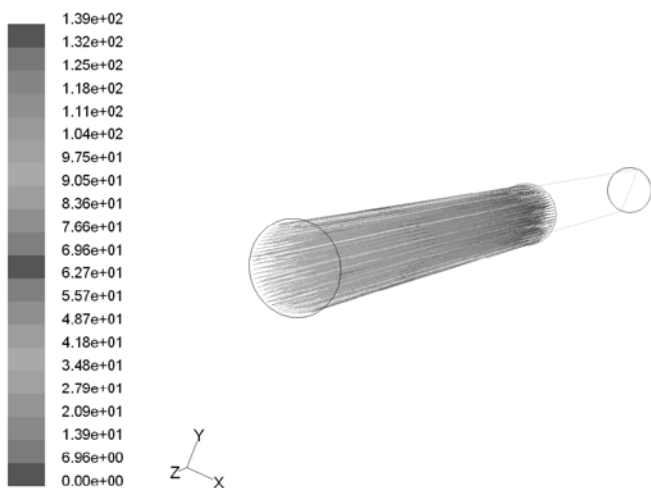
Na rysunkach 1–3 przedstawiono obrazy trajektorii kropli wody, uwalnianych z powierzchni przekroju poprzecznego szybu usytuowanej w połowie jego wysokości dla średnic kropli wynoszących odpowiednio 2 mm, 1 mm i 1,3 mm. W przypadku dwóch skrajnych wymiarów, krople wody opadają na dno szybu, kierunek ich opadania jest przeciwny do kierunku przepływu powietrza (rys. 1),  $d = 2$  mm – bądź są unoszone z płynącym powietrzem w kierunku wylotu z szybu – rys. 2,  $d = 1$  mm.

Znacznie bardziej złożony jest obraz prezentujący ruch cząstek wody o średnicy 1,3 mm (rys. 3). Krople wody uwalniane z węzłów przyściennych początkowo opadają w kierunku dna szybu, a po przebyciu 20÷30 m porywane są przez strugę powietrza. Jest to spowodowane rozkładem prędkości powietrza oraz związanymi z tym rozkładem oporami opływu kropli. W przekroju wlotowym do przewodu przyjęto jednorodne pole prędkości ( $v = 5$  m/s).

Zarówno z obliczeń, jak i literatury wynika, że prawie na całej rozważanej drodze przepływu profil prędkości nie jest w pełni uformowany, stąd też zmieniające się zarówno wzdłuż osi jak i promienia szybu wartości oporu opływu kropli, co oczywiście w pierwszym rzędzie obserwowane jest w pobliżu ścian sztywnych (ociosów szybu).

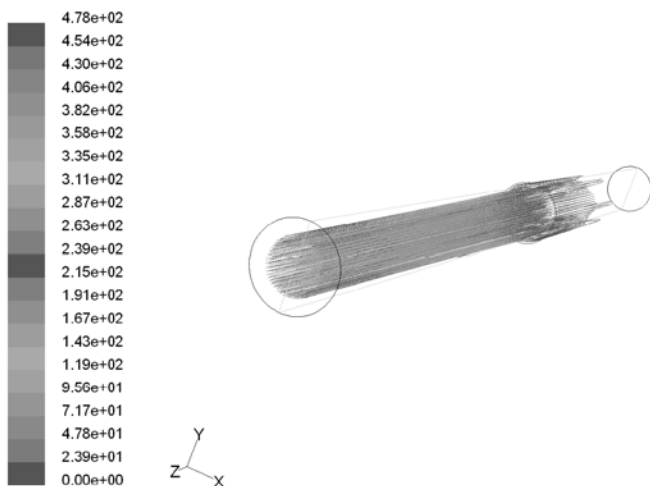


**Rys. 1.** Trajektorie kropli wody o średnicy  $d = 2$  mm poruszających się przeciwnie do poruszającego się powietrza (powietrze płynie pionowo do góry, zgodnie z kierunkiem osi  $z$ ).  
Odcieniami szarości oznaczono wartości czasu przebywania kropli w szybie



**Rys. 2.** Trajektorie kropli wody o średnicy  $d = 1$  mm poruszających się przeciwnie do poruszającego się powietrza (powietrze płynie pionowo do góry, zgodnie z kierunkiem osi  $z$ ).  
Odcieniami szarości oznaczono różne wartości czasu przebywania kropli w szybie

Rosnąca wartość siły oporu opływu opadających w pobliżu ociosów kropli wody, skierowana przeciwnie do ich kierunku ruchu powoduje ich zatrzymanie, a następnie ruch zgodny z kierunkiem przepływu powietrza.



**Rys. 3.** Trajektorie kropli wody o średnicy  $d = 1,3$  mm poruszających się przeciwnie do poruszającego się powietrza (powietrze płynie pionowo do góry, zgodnie z kierunkiem osi  $z$ ). Odcieniami szarości oznaczono różne wartości czasu przebywania kropli w szybie

Wyniki symulacji uzyskane w pracy za pomocą modelu przepływu dwufazowego Eulera–Lagrange’a są jakościowo zgodne z informacjami literaturowymi jak i obserwacjami z praktyki, ich ocena ilościowa będzie możliwa dopiero po stwierdzeniu stopnia zgodności wyników symulacji z danymi eksperymentalnymi. Obliczenia wskazują, że istotny wpływ na obraz symulowanego zjawiska ma postać warunków brzegowych na wlocie do przewodu dla fazy ciągłej. Stąd też, w dalszych badaniach wydaje się celowym rozszerzenie obszaru przepływu, np. o strefę podszybia, co umożliwi obliczanie – a nie przyjmowanie – parametrów przepływu na wlocie do szybu wydechowego i jak można sądzić, przybliży wyniki odwzorowania numerycznego do warunków rzeczywistych.

#### LITERATURA

- [1] *Orzechowski Z., Prywer J., Zarzycki R.*: Mechanika płynów w inżynierii środowiska. Warszawa, WNT 1997
- [2] *Ptaszyński B.*: Strata naporu wywołana wykraplaniem pary wodnej w szybie wydechowym. Kraków, Wyd. Górniczy AGH 1986, Praca doktorska
- [3] Wpływ zawilgocenia szybów R V i R VI na stabilną pracę wentylatorów głównych. Praca zespołowa pod kierunkiem St. Knothe, Kraków, IGPIBP AGH 1981
- [4] *Wallis G.B.*: One dimensional two-phase flow. McGraw-Hill Book Company 1969
- [5] *Bilicki Z.*: Opis system dwufazowego modelem ciągłym. Gdańsk, Zeszyty Nauk. IMP PAN 176/1066/83
- [6] *Orzechowski Z.*: Przepływy dwufazowe jednowymiarowe ustalone adiabaticzne. Warszawa, PWN 1990
- [7] *Kazimierski Z.*: Podstawy mechaniki płynów i metod komputerowej symulacji przepływów. Łódź, Polit. Łódzka 2004
- [8] Oprogramowanie Fluent Inc. i dokumentacja do oprogramowania Fluent v. 6.1., 2005