

Wiktor Filipek*

OŚRODEK POROWATY JAKO SIEĆ PRZESTRZENNA UTWORZONA Z KOMÓREK ELEMENTARNYCH**

1. Wstęp

Przyjmijmy, że mamy ośrodek porowaty zbudowany z ziaren o pewnej granulacji, przez który przepływa czysta woda. Proces przenikania wody przez ten ośrodek [1] możemy opisać równaniem, nazywanym powszechnie prawem Darcy'ego [1, 3, 4, 7],

$$q = -\frac{K}{\mu} \text{grad}\varphi \quad (1)$$

Mając na uwadze pojęcie **ośrodek porowaty**, wyobrażamy go sobie jako układ nieregularnych i rozgałęzionych bardzo wielu kanalików o zmiennych przekrojach. Opis przepływu przez taki ośrodek za pomocą równań zachowania masy i pędu jest nadal przedsięwzięciem nierealnym do wykonania z uwagi na ogromną ilość nieregularnych tzw. „porów”, w przypadku których musielibyśmy rozpatrywać elementarne przepływy, co przy obecnie dostępnych metodach numerycznych nie jest możliwe. Musimy więc opracować inną metodę rozwiązania powstałego problemu.

Wyobraźmy sobie, że mamy dwa ośrodki porowate, które są do siebie podobne: rzeczywisty (zbudowany z ziaren o pewnej granulacji) i sztuczny (zbudowany za pomocą różnych kulek). Jednak szybko możemy dojść do wniosku, że metoda budowy sztucznego ośrodka porowatego w celu upodobnienia go do badanego rzeczywistego, aby między innymi móc wyznaczyć np. współczynnik α , czyli tzw. powierzchnię właściwą – nie ma sensu, ponieważ istnieją rzeczywiste ośrodki porowate, których próba zastąpienia w celach pomiarowych ośrodkami sztucznymi nie miałaby uzasadnienia (ekonomicznego), nawet jeżeli taki ośrodek sztuczny jesteśmy w stanie zbudować.

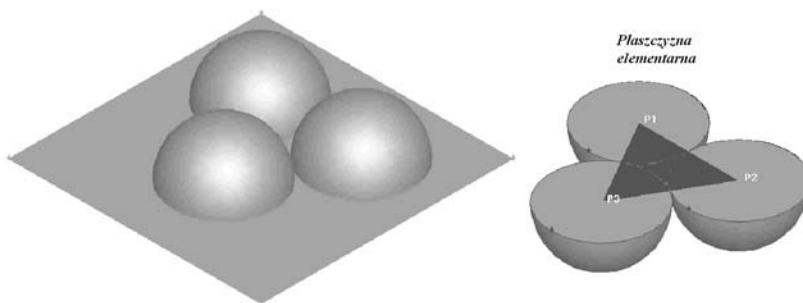
Pozostaje nam więc budowa ośrodka porowatego w sposób wirtualny umożliwiający nam w czasie rzeczywistym dopasowanie ośrodka wirtualnego do ośrodka rzeczywistego będącego przedmiotem naszej analizy.

* Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

** Praca własna nr 11.11.100.207

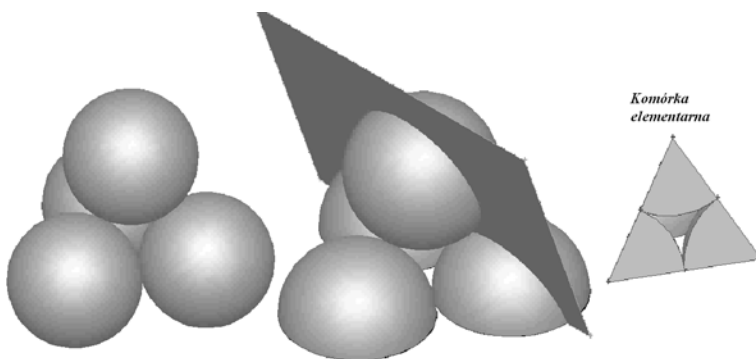
2. Pojęcie komórka elementarna

Przyjmijmy, że sztuczny ośrodek porowaty zbudowany jest za pomocą kulek. Jeżeli wybierzemy trzy dowolne kulki nieleżące na wspólnej prostej i ich środki połączymy za pomocą linii, to otrzymamy pewną powierzchnię trójkąta. Dodatkowo, jeżeli żadna inna kulka nie będzie się stykać ani przecinać z tą powierzchnią trójkąta, to przyjmiemy, że od tej pory taką powierzchnię będziemy nazywać elementarną (rys. 1).



Rys. 1. Ilustracja przedstawiająca metodę tworzenia płaszczyzny elementarnej

Idąc dalej tokiem naszego rozumowania, zbudujmy czworościan, którego ściany są elementarnymi powierzchniami, a wierzchołki są środkami czterech kul. Otrzymamy więc pewną niezależną strukturę, którą od tej pory będziemy nazywać komórką elementarną (rys. 2).



Rys. 2. Ilustracja przedstawiająca metodę tworzenia komórki elementarnej

Zastanówmy się teraz, jakie własności istotne z naszego punktu widzenia posiada określona wcześniej przez nas powierzchnia elementarna. Jest sprawą oczywistą, że przez każdą powierzchnię elementarną przenika pewien strumień płynu, którego wartość możemy wyrazić następującą zależnością.

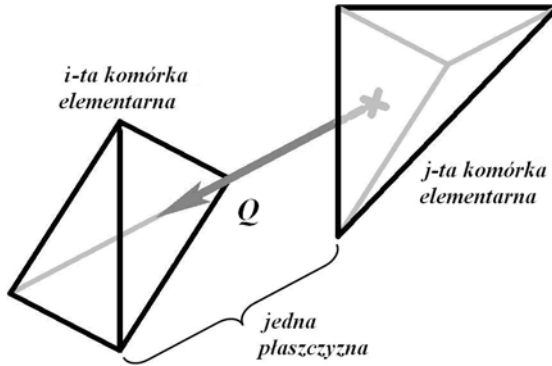
$$Q = \int_S v(s) ds \quad (2)$$

Ponieważ rozważany przepływ nie może istnieć bez grad p [1, 3, 4, 7], każdej lokalnej prędkości $v(s)$ musi być przyporządkowane pewne lokalne ciśnienie statyczne $p(s)$. Jeżeli weźmiemy przeciętną wartość ciśnienia statycznego na całej rozważanej powierzchni,

$$P_{Stat} = \frac{1}{S} \int_S p(s) ds \quad (3)$$

to okaże się, że każdą powierzchnię elementarną możemy opisać za pomocą dwóch parametrów Q i P_{Stat} .

Inną bardzo istotną cechą jest przynależność każdej z powierzchni elementarnych do dwóch sąsiadujących ze sobą różnych komórek elementarnych (rys. 3). Wynika to z faktu, że cały rozważany ośrodek porowaty zbudowany z kulek musimy wypełnić czworoscianami, czyli komórkami elementarnymi, w ten sposób, aby wypełnić całą analizowaną przestrzeń, tak więc każda powierzchnia elementarna jest częścią wspólną dwóch niezależnych komórek elementarnych. Zajmując się jedną niezależną komórką elementarną, tak naprawdę definiujemy Q i P_{Stat} na czterech ścianach, z których każda należy do innej komórki elementarnej.



Rys. 3. Ilustracja pokazująca wspólną płaszczyznę dwóch komórek elementarnych

3. Pojęcie wielobiegunnik

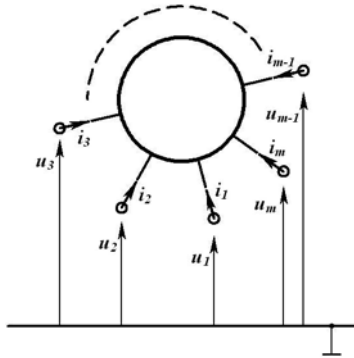
Zapomnijmy na chwilę, że komórka elementarna jest częścią jakiejś większej struktury przestrzennej i przyjmijmy, że będziemy rozważać tylko obszar ograniczony jej ściankami. Wszystko, co znajduje się poza tym obszarem nie ma wpływu na proces przepływu przez naszą komórkę elementarną.

Wiemy już, że przez każdą ściankę komórki elementarnej przenika pewien strumień płynu. Z równania ciągłości [1, 2, 3, 4, 6, 7] wynika, że strumień wnikający do komórki

musi równać się strumieniowi wypływającemu z niej. Możemy to przedstawić w poniższej postaci:

$$\sum_{i=1}^4 Q_i = \int_{S_i} v_i(s_i) ds_i = 0 \quad (4)$$

W przypadku danej geometrii i danego rozptywu strumienia płynu w naszej komórce elementarnej można określić za pomocą metod numerycznych [2, 6] powstające straty ciśnienia, czyli tak naprawdę rozkład ciśnienia na poszczególnych ściankach. Umożliwia to teoretyczne wyznaczenie interesujących nas wartości w przypadku dowolnej geometrii komórki elementarnej i dowolnego rozptywu strumienia płynu.



Rys. 4. Wielobiegunnik (układ wielozaciskowy)

Aby prowadzić dalej nasze rozważania, musimy wprowadzić i zdefiniować pojęcie **wielobiegunnika**. W teorii obwodów [5] „(...) **układem wielozaciskowym** lub **wielobiegunnikiem** nazywamy układ (rys. 4), w którym:

- wyróżniono m zacisków;
- stan zacisków jest określony przez m prądów zaciskowych I_1, I_2, \dots, I_m spełniających prądowe prawo Kirchhoffa,

$$\sum_{k=1}^m I_k = 0 \quad (5)$$

oraz przez m napięć U_1, U_2, \dots, U_m poszczególnych zacisków względem dodatkowego zacisku odniesienia (masy, ziemi);

- wielkości zaciskowe $I_1, I_2, \dots, I_m, U_1, U_2, \dots, U_m$ są związane ze sobą m niezależnymi równaniami, wliczając w to równanie (5)”.

Porównując równanie (4) i (5), łatwo zauważymy podobieństwo między tymi równaniami, a co najważniejsze, wyrażają one ten sam sens fizyczny w odniesieniu do wielko-

ści, które opisują. Widzimy więc, że równanie ciągłości w teorii obwodów wyraża się w postaci prądowego prawa Kirchhoffa [5].

Można by przedstawić wiele znanych podobieństw **między mechaniką płynów a teorią obwodów** [1]. Jednak my skupiliśmy się na ośrodkach porowatych. Przytoczę więc w tym miejscu tylko główne założenia zastąpienia ośrodka porowatego modelem „Electric Analogs” [1] w formie tabeli (1).

TABELA 1

Porównanie przepływu płynu przez rzeczywisty ośrodek porowaty z modelem „Electric Analogs”

Fluid Flow through a Porous Medium	Flow of Electricity through a Conducting Medium
In a porous medium, the flow obeys the Darcy's law: $q = -\frac{K}{\mu} \text{grad } \varphi$	The flow of an electric current through a conductor obeys Ohm's law: $i = -\sigma \text{grad } V$
The continuity equation for an incompressible fluid flowing through a rigid porous medium is: $\text{div} \left(\frac{K}{\mu} \text{grad } \varphi \right) = 0$	In steady flow of electricity in a conductor, the voltage V satisfies: $\text{div}(V \text{ grad } i) = 0$
Fluid potential φ	Electric potential V
Specific fluid discharge q	Specific electric current i
Hydraulic conductivity K	Electric conductivity σ

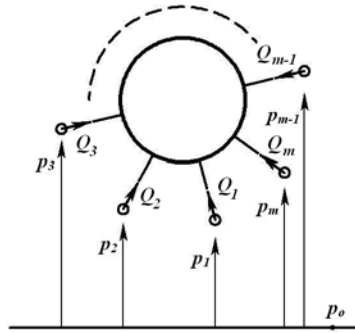
Pamiętając, że prawo Darcy’ego obowiązuje w skali „makro”, zauważyć możemy podobieństwo między wielkościami fizycznymi „ q ” a „ i ” oraz „ φ ” a „ V ” („ p ” a „ U ” oraz również między „ K ” a „ σ ”). Ponieważ wiemy już, że proces przenikania płynu przez komórkę elementarną jest opisany tylko za pomocą dwóch parametrów Q , P_{Stat} na każdej ze ścianek czworoboku, możemy je zastąpić na zasadzie przytoczonego powyżej podobieństwa parametrami I , U . W związku z tym nic nie stoi nam na przeszkodzie, jeżeli naszą komórkę elementarną zastąpimy wielobiegunnikiem (rys. 5), w którym:

- wyróżniono m zacisków;
- stan zacisków jest określony przez m wydatków Q_1, Q_2, \dots, Q_m spełniających równanie ciągłości

$$\sum_{k=1}^m Q_k = 0 \tag{6}$$

oraz przez m ciśnień p_1, p_2, \dots, p_m poszczególnych zacisków względem dodatkowego zacisku odniesienia p_0 ;

- wielkości zaciskowe $Q_1, Q_2, \dots, Q_m, p_1, p_2, \dots, p_m$ są związane ze sobą m niezależnymi równaniami, wliczając w to równanie (6).



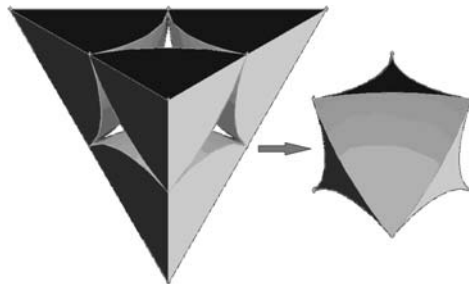
Rys. 5. Wielobiegunnik pełniący funkcję komórki elementarnej

Widzimy więc, że naszą komórkę elementarną możemy opisać za pomocą m niezależnych równań, gdzie jej geometria zostaje włączona w postać tego równania; tak jak to realizuje się w teorii obwodów [5] w odniesieniu do własności fizycznych opisywanego obiektu. Z tego powodu możemy opisać naszą komórkę elementarną za pomocą układu równań składającego się z czterech równań, ponieważ w naszym przypadku parametr m wynosi cztery.

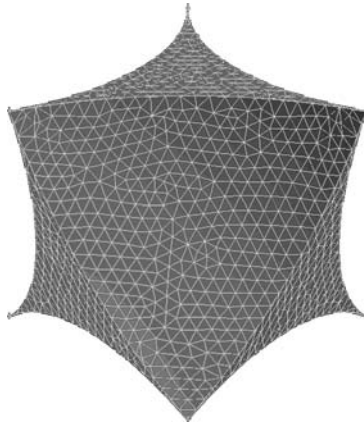
$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0 \\ f_1(Q_1, p_1, \dots, Q_4, p_4) = 0 \\ f_2(Q_1, p_1, \dots, Q_4, p_4) = 0 \\ f_3(Q_1, p_1, \dots, Q_4, p_4) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

4. Przepływ płynu przez komórkę elementarną

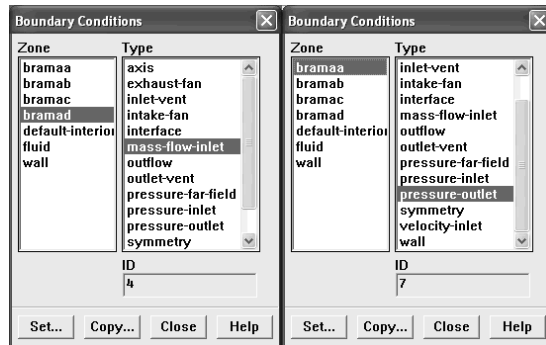
Zastanówmy się teraz, jak zrealizować zadanie umożliwiające numeryczne liczenie przepływu płynu przez komórkę elementarną. Jakie wielkości musimy określić, aby osiągnąć zamierzony cel. Po pierwsze musimy wyodrębnić z komórki elementarnej bryłę (rys. 6) przez pozbycie się obszarów przestrzennych, w których nie jest realizowany przepływ, aby zbyt duży obszar, w którym nic interesującego z naszego punktu widzenia się nie dzieje, nie utrudniał nam dalszej pracy.



Rys. 6. Wyodrębnienie z komórki elementarnej obszaru, w którym jest realizowany przepływ płynu



Rys. 7. Przykładowa sieć numeryczna wygenerowana w obszarze przepływu płynu przez komórkę elementarną



Rys. 8. Zrzut ekranu programu *Fluent* – definiowanie typu warunku brzegowego

Następnie definiujemy przestrzenną sieć numeryczną (rys. 7) i przechodzimy do określenia warunków brzegowych (rys. 8). Jak wiemy, komórka elementarna składa się z czterech powierzchni elementarnych, na których musimy zdefiniować jakieś wartości brzegowe. Przyjęto koncepcję, że na powierzchniach elementarnych, przez które wnika płyn do wnętrza komórki elementarnej, będzie definiowana wartość wydatku Q [kg/s] przenikającej przez tę powierzchnie. Ponieważ prawo Darcy’ego obowiązuje tylko w zakresie małych liczb Reynoldsa i w przypadku ośrodków porowatych (ruch wód gruntowych) [4], wartość tę możemy określić z zależności,

$$\text{Re} = \frac{qd}{\nu} \leq 5 \quad (8)$$

gdzie

- ν — współczynnik lepkości kinetycznej [m^2s^{-1}]
- d — średnica miarodajna ziaren [m]

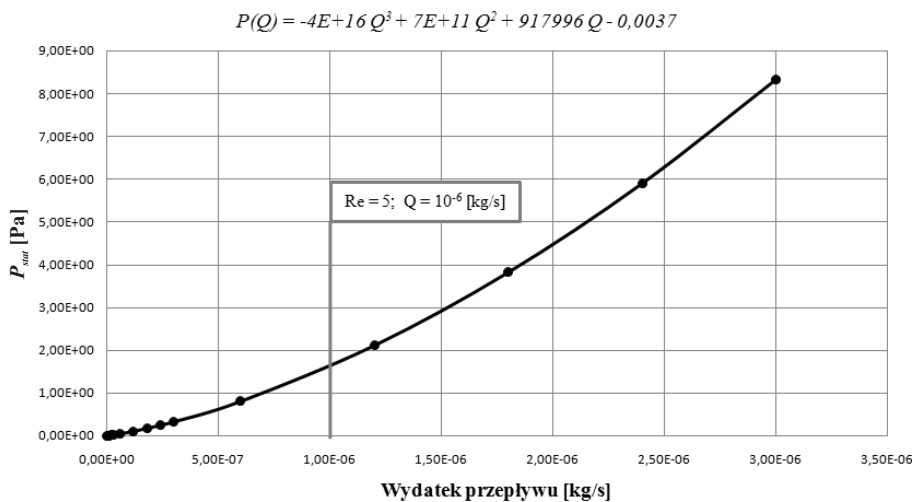
i przy założeniu, że komórka elementarna zbudowana jest z kulek o średnicy $5 \cdot 10^{-3}$ [m], a płyn jest wodą o współczynniku lepkości ν równym $1,0 \cdot 10^{-6}$ [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$], otrzymamy tu wartość $Q \leq 1,0 \cdot 10^{-9}$ [m^3/s]. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że przepływ przez ośrodek porowaty zbudowany z kulek o jednakowych średnicach nie jest przybliżeniem ruchu wód w gruncie. Przyjęta wartość liczby $Re \leq 5$ jest więc tylko wielkością szacunkową, aby móc przyjąć punkt odniesienia co do definiowanych wartości wydatku Q .

Natomiast na pozostałych powierzchniach elementarnych będzie definiowana wartość ciśnienia statycznego P_{Stat} , którego wartość przyjęta równa jest zawsze zero. Przy tak przyjętych i zdefiniowanych warunkach brzegowych przystąpiono do wyznaczenia pozostałych nieznanymi parametrów, korzystając z aplikacji *Fluent ver 6.2.16* i otrzymując następujące wyniki, które zaprezentowano w poniższej tabeli (2).

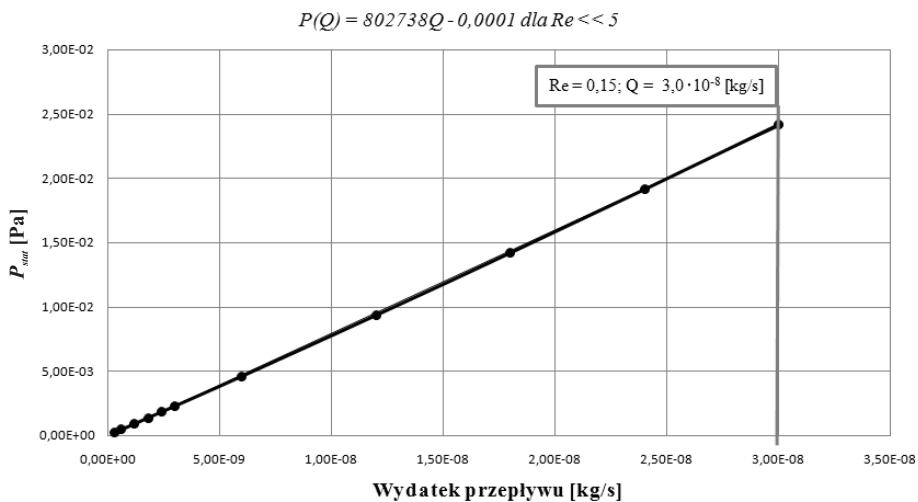
TABELA 2

Dane uzyskane przy liczeniu przepływu płynu przez komórkę elementarną z wykorzystaniem aplikacji *Fluent*

Powierzchnia elementarna nr 1		Powierzchnia elementarna nr 2		Powierzchnia elementarna nr 3		Powierzchnia elementarna nr 4	
$S = 1,014\text{E}-06$ [m^2]		$S = 1,015\text{E}-06$ [m^2]		$S = 1,014\text{E}-06$ [m^2]		$S = 1,014\text{E}-06$ [m^2]	
Q	P_{stat}	Q	P_{stat}	Q	P_{stat}	Q	P_{stat}
[kg/s]	[Pa]	[kg/s]	[Pa]	[kg/s]	[Pa]	[kg/s]	[Pa]
-3,000E-10	0,000E+00	1,000E-10	2,264E-04	1,000E-10	2,230E-04	1,000E-10	2,296E-04
-6,000E-10	0,000E+00	2,000E-10	4,535E-04	2,000E-10	4,467E-04	2,000E-10	4,600E-04
-1,200E-09	0,000E+00	4,000E-10	9,092E-04	4,000E-10	8,957E-04	4,000E-10	9,222E-04
-1,800E-09	0,000E+00	6,000E-10	1,367E-03	6,000E-10	1,346E-03	6,000E-10	1,386E-03
-2,400E-09	0,000E+00	8,000E-10	1,826E-03	8,000E-10	1,799E-03	8,000E-10	1,852E-03
-3,000E-09	0,000E+00	1,000E-09	2,287E-03	1,000E-09	2,253E-03	1,000E-09	2,319E-03
-6,000E-09	0,000E+00	2,000E-09	4,609E-03	2,000E-09	4,542E-03	2,000E-09	4,674E-03
-1,200E-08	0,000E+00	4,000E-09	9,344E-03	4,000E-09	9,209E-03	4,000E-09	9,474E-03
-1,800E-08	0,000E+00	6,000E-09	1,419E-02	6,000E-09	1,398E-02	6,000E-09	1,438E-02
-2,400E-08	0,000E+00	8,000E-09	1,913E-02	8,000E-09	1,886E-02	8,000E-09	1,939E-02
-3,000E-08	0,000E+00	1,000E-08	2,417E-02	1,000E-08	2,383E-02	1,000E-08	2,449E-02
-6,000E-08	0,000E+00	2,000E-08	5,072E-02	2,000E-08	5,004E-02	2,000E-08	5,137E-02
-1,200E-07	0,000E+00	4,000E-08	1,100E-01	4,000E-08	1,086E-01	4,000E-08	1,112E-01
-1,800E-07	0,000E+00	6,000E-08	1,765E-01	6,000E-08	1,744E-01	6,000E-08	1,784E-01
-2,400E-07	0,000E+00	8,000E-08	2,497E-01	8,000E-08	2,469E-01	8,000E-08	2,522E-01
-3,000E-07	0,000E+00	1,000E-07	3,291E-01	1,000E-07	3,256E-01	1,000E-07	3,321E-01
-6,000E-07	0,000E+00	2,000E-07	8,080E-01	2,000E-07	8,006E-01	2,000E-07	8,137E-01
-1,200E-06	0,000E+00	4,000E-07	2,114E+00	4,000E-07	2,098E+00	4,000E-07	2,124E+00
-1,800E-06	0,000E+00	6,000E-07	3,822E+00	6,000E-07	3,798E+00	6,000E-07	3,837E+00
-2,400E-06	0,000E+00	8,000E-07	5,898E+00	8,000E-07	5,865E+00	8,000E-07	5,917E+00
-3,000E-06	0,000E+00	1,000E-06	8,324E+00	1,000E-06	8,282E+00	1,000E-06	8,347E+00
-6,000E-06	0,000E+00	2,000E-06	2,541E+01	2,000E-06	2,533E+01	2,000E-06	2,546E+01
-1,200E-05	0,000E+00	4,000E-06	8,325E+01	4,000E-06	8,309E+01	4,000E-06	8,337E+01



Rys. 9. Wykres przedstawiający zmianę wartości ciśnienia P_{Stat} w funkcji wydatku przepływu Q w przypadku przepływu płynu przez komórkę elementarną dla $Re \leq 15$



Rys. 10. Wykres przedstawiający zmianę wartości ciśnienia P_{Stat} w funkcji wydatku przepływu Q w przypadku przepływu płynu przez komórkę elementarną dla $Re < 5$

Dane zaprezentowane w powyższej tabeli zilustrowano w postaci graficznej za pomocą dwóch wykresów przedstawiających zmianę wartości ciśnienia P_{Stat} w funkcji wydatku przepływu Q . Zależność tę możemy przedstawić w postaci równania:

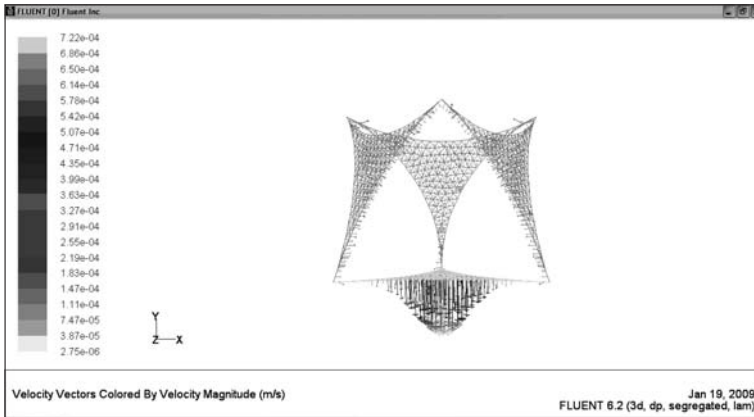
$$f(q) = -\frac{K}{\mu} \text{grad } \varphi \tag{9}$$

Pierwszy wykres (rys. 9) obrazuje przepływ w przypadku wydatków charakteryzujących się wartością $Re \leq 15$ niespełniających zależności (8) i jak widać w przypadku takich ośrodków porowatych zbudowanych z komórek elementarnych nie jest spełnione prawo Darcy’ego. Natomiast drugi wykres (rys. 10) spełniający zależność (8) przybiera postać funkcji liniowej. W tym obszarze spełnione jest więc prawo Darcy’ego.

Zgodnie z twierdzeniem Weierstrassa [8] mówiącym, że każdą funkcję ciągłą o wartościach rzeczywistych z przedziału domkniętego $[a, b]$ można przybliżyć jednostajnie z dowolną dokładnością wielomianami, zapiszemy równanie (9) w postaci:

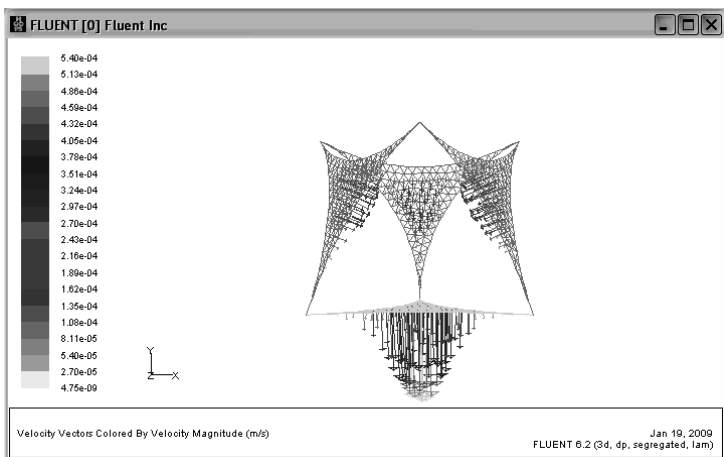
$$q + \alpha q^2 + \beta q^3 + \dots = -\frac{K}{\mu} \text{grad } \varphi \quad (10)$$

Widzimy więc, że gdy q przyjmuje coraz to mniejsze wartości, równanie (10) dąży do postaci (1), a więc stopniowo przechodzi w obszar obowiązywania prawa Darcy’ego. Zależność tę obserwujemy na wykresach (rys. 9) i (rys. 10).



Rys. 11. Zrzut ekranu programu *Fluent* – rozkład prędkości na czterech powierzchniach elementarnych

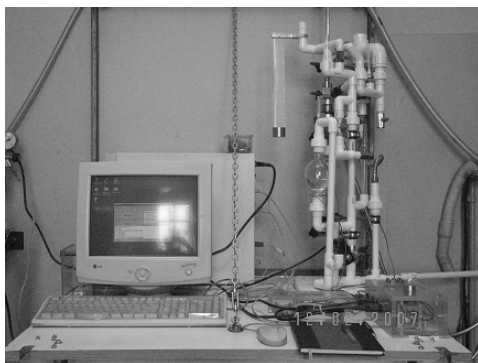
Zdajemy sobie sprawę, że tak przyjęte założenia nie w pełni odzwierciedlają rzeczywisty przepływ przez komórkę elementarną, a w szczególności rozkład prędkości na każdej z powierzchni elementarnych (rys. 11). Pamiętamy jednak, że w trakcie definiowania komórki elementarnej założyliśmy, że każdą z powierzchni elementarnych opisują tylko dwa parametry Q i P , więc tak przyjęta koncepcja definiowania warunków brzegowych spełnia nasze oczekiwania w odniesieniu do parametru Q (spełnione jest równanie ciągłości), a ewentualne różnice z przepływem rzeczywistym przeniosą się na wartości ciśnień wyznaczonych na poszczególnych powierzchniach elementarnych. Jednak ogólna tendencja zmienności funkcji $p = f(Q)$ nie powinna ulec zmianie. Niemniej jednak można tak zdefiniować warunki brzegowe, aby otrzymać bardziej rzeczywiste rozkłady prędkości na interesujących nas powierzchniach elementarnych (rys. 12).



Rys. 12. Zrzut ekranu programu *Fluent* – rozkład prędkości na czterech powierzchniach elementarnych

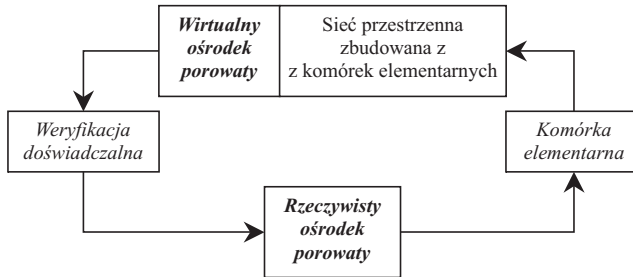
5. Podsumowanie

W niniejszym artykule przedstawiono ideę budowy wirtualnego ośrodka porowatego bazującego na zasadzie podobieństwa do rzeczywistego. Odpowiedź na pytanie, czy rzeczywiste ośrodki porowate można zastąpić podobnymi sztucznymi, próbowano uzyskać na indukcyjnej drodze doświadczalnej. Zbudowano w tym celu (rys. 13) odpowiednie stanowisko laboratoryjne w pełni skomputeryzowane, które pozwala w sposób płynny mierzyć wartości $Q(t)$ i $\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$ w przypadku badanych ośrodków porowatych. Umożliwi to weryfikację przyjętego matematycznego modelu ośrodka porowatego przez porównanie go z jego rzeczywistym odpowiednikiem. Jednocześnie pozwoli znaleźć obszar pozwalający zastępować rzeczywiste ośrodki porowate ich sztucznymi odpowiednikami.



Rys. 13. Zdjęcie stanowiska laboratoryjnego do wyznaczania rozkładu ciśnienia i wydatku przepływu w ośrodkach porowatych

Przytoczone powyżej rozważania można przedstawić w postaci poniższego diagramu (rys. 14).



Rys. 14. Diagram pokazujący ideę budowy wirtualnego ośrodka porowatego bazującego na zasadzie podobieństwa do rzeczywistego

Widać na nim, że wirtualny ośrodek porowaty, będący w samej istocie abstrakcyjnym tworem, zbudowany jest z sieci przestrzennej komórek elementarnych. Niemniej jednak funkcjonowanie poszczególnej komórki elementarnej zaczerpnęliśmy bezpośrednio z rzeczywistego przepływu, analizując wybrany wycinek ośrodka porowatego w postaci numerycznej. Po wygenerowaniu danego ośrodka porowatego na komputerze mamy możliwość zweryfikowania go z rzeczywistym, będącym podstawą jego tworzenia.

Istotną cechą tej idei jest niezależność komórki elementarnej, objawiająca się tym, że, jak to już wcześniej opisywano, w trakcie rozważania przepływu przez nią możemy pominąć inne znajdujące się w pobliżu. Ułatwia nam to w bardzo istotny sposób zaprojektowanie modelu numerycznego rozważanego rzeczywistego ośrodka porowatego, będącego w naszym przypadku właśnie komórką elementarną. Możemy więc skupić się tylko na niej, poszukując właściwej funkcji opisującej jej działanie.

Po analizie zawartości zaprezentowanej tabeli dochodzimy do oczywistego wniosku, że wartość P_{Stat} jest wprost proporcjonalna do wartości Q , w obszarze bardzo małych wartości liczby $Re < 5$ w przypadku rozważanego przepływu płynu przez komórkę elementarną.

Pojęcie wielobiegunnik pozwala nam natomiast na łatwy i przejrzysty sposób zapisu w postaci układu równań funkcjonowania i -tej komórki elementarnej w sieci przestrzennej. Mając więc wygenerowany wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z sieci przestrzennej komórek elementarnych, możemy przystąpić do liczenia przepływu płynu przez niego. Metoda liczenia z wykorzystaniem wielobiegunników będzie w dużym stopniu analogią stosowaną się w teorii obwodów [5] przy liczeniu podobnie złożonych układów elektronicznych.

Wirtualizacja ośrodka porowatego jako sieci przestrzennej utworzonej z komórek elementarnych niesie ze sobą wiele pozytywnych cech. Poza niedogodnością tworzenia olbrzymich sieci przestrzennych zbudowanych z komórek elementarnych, co przy obecnych możliwościach dostępnych komputerów powoli nie odgrywa już tak znaczącej roli, dostajemy znakomite narzędzie do modelowania i badania różnego rodzaju ośrodków porowa-

tych. W niniejszym artykule mowa jest tylko o ośrodkach porowatych zbudowanych z kulek, ale niewątpliwie w późniejszym czasie warto zająć się również ośrodkami porowatymi o bardziej złożonej strukturze. Z dużą pewnością można jednak stwierdzić, że ośrodki porowate zbudowane z kulek znajdują wiele zastosowań w przemyśle z uwagi na możliwość dokładnego opisu procesu przenikania płynu przez nie. Znając np. powierzchnię właściwą wiele procesów wymiany masy i pędu zachodzących w rozważanych przez nas ośrodkach również w tym zakresie będzie można bardziej usprawnić.

LITERATURA

- [1] *Bear J.*: Dynamics of Fluids In Porous Media, New York, Dover Publications, Inc 1988
- [2] *Kazimierski Z.*: Podstawy mechaniki płynów i metod komputerowej symulacji przepływów, Łódź, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej 2004
- [3] *Kulma R.*: Podstawy obliczeń filtracji wód podziemnych, Kraków, Wydawnictwa AGH 1995
- [4] *Orzechowski Z., Prywer J., Zarzycki R.*: Mechanika płynów w inżynierii środowiska, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne 2001
- [5] *Osiowski J., Szabatin J.*: Podstawy teorii obwodów, Tom 1, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne 1995
- [6] *Szymkiewicz R.*: Modelowanie matematyczne przepływów w rzekach i kanałach, Warszawa, PWN 2000
- [7] *Walden H.*: Mechanika płynów, Warszawa, Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej 1988
- [8] *Żakowski W., Decewicz G.*: Matematyka. Część I. Analiza matematyczna, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne 2007