

Janusz Kaczmarek\*

## KOMPLEKSOWE BADANIE WSPÓŁCZYNNIKA PARCIA BOCZNEGO W GRUNTACH LABORATORYJNĄ METODĄ POMIARU OPORÓW TARCIA

---

### 1. Wstęp

Koncepcję laboratoryjnego sposobu badania współczynnika parcia bocznego w gruntach, opartą na pomiarze momentów granicznych równoważących siły tarcia pomiędzy badaną próbką a elementami obrotowymi aparatu badawczego przedstawiono obszernie w pracach [3–5]. W pracach tych przedstawiono urządzenie do laboratoryjnego badania współczynnika parcia bocznego w gruntach, którego schemat zamieszczono poniżej (rys. 1).

Aparat składa się z tłoka oporowego (1) zamocowanego u jego podstawy w sposób ograniczający przemieszczenie poziome, przemieszczenie pionowe oraz blokujący możliwość obrotu względem pionowej osi symetrii. Krępy cylinder (2) o grubej ścianie, mający zapewnić wymagane w badaniu zerowe odkształcenie poziome, wykonany z materiału o dużej sztywności, można uznać za nieodkształcalny w stosunku do badanego gruntu. Próbka gruntu (4) umieszczona jest w cylindrze (2). Obciążenie próbki odbywa się przez tłok napierający (3). Przewidziano możliwość czasowego blokowania obrotu cylindra (2) wokół jego pionowej osi. Możliwość blokowania cylindra symbolizuje podpora  $P_2$  (rys. 1b). Istnieje również możliwość czasowego blokowania obrotu tłoka napierającego (3). Możliwość blokowania tłoka symbolizuje na rysunku 1c podpora  $P_3$ .

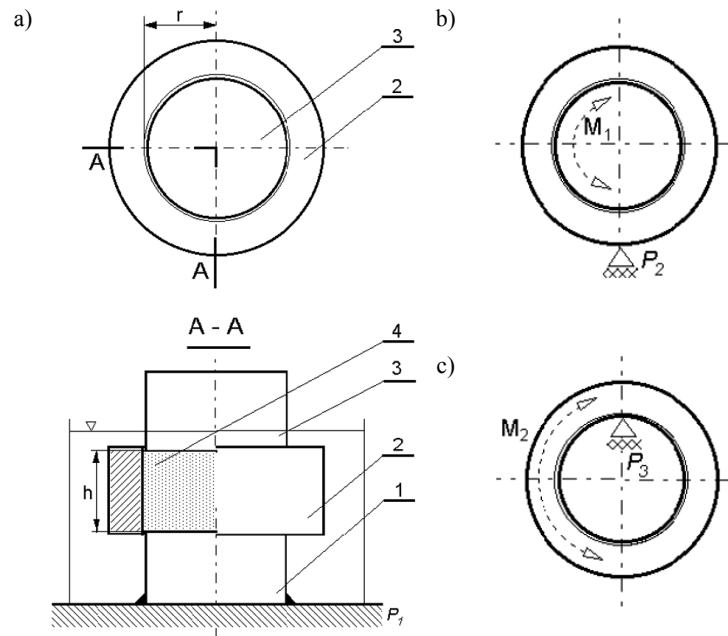
Na rysunku 2 przedstawiono prototyp omówionego wyżej aparatu do wyznaczania współczynnika parcia bocznego w gruntach przygotowany do wykonania badania.

W opracowaniach [3, 4] przyjęto prostą interpretację rozkładu naprężeń w obciążonej próbce, pomijając ciężar cylindra aparatu badawczego oraz ciężar gruntu. W [3] założono jednorodny rozkład naprężeń w całej objętości próbki. W pracy [4] przyjęto zmieniający się na wysokości próbki stan naprężenia, symetryczny względem jej poziomej płaszczyzny środkowej. Interpretację wyników badania uproszczono analizując równowagę sił pionowych

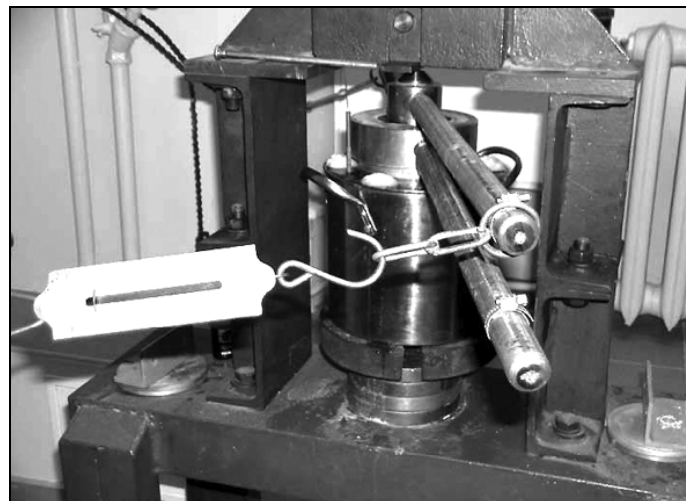
---

\* Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wroclawska, Wrocław

wyłącznie w pionowej płaszczyźnie środkowej próbki, przez analogię do powszechnie znanych w mechanice górotworu hipotez Bierbaumera i Terzagiego.

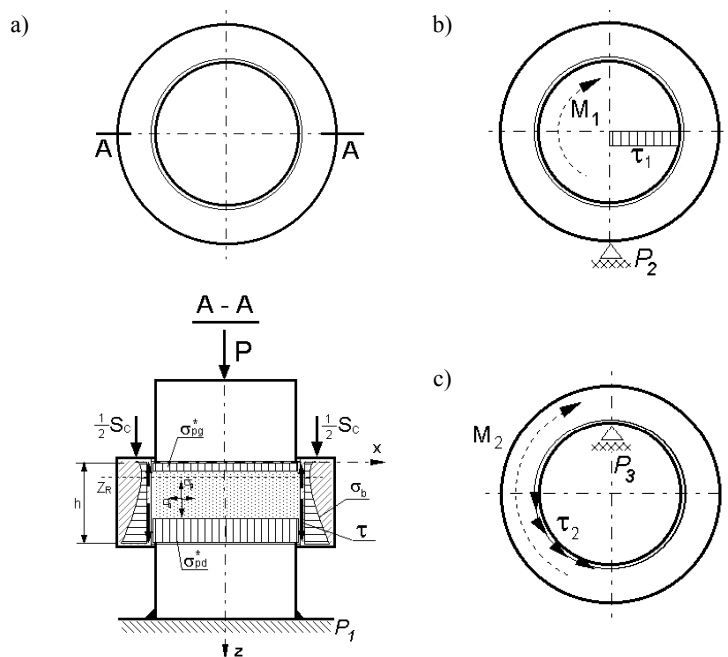


**Rys. 1.** Schemat aparatu do wyznaczania współczynnika parcia bocznego w gruntach przez pomiar sił tarcia badanej próbki gruntu o elementy aparatu



**Rys. 2.** Aparat do wyznaczania współczynnika parcia bocznego w gruntach przygotowany do wykonania badania

Na rysunku 3 przedstawiono ogólniejszy niż w [3, 4] schemat obciążeń aparatu z umieszczoną wewnątrz próbką gruntu obciążoną siłą  $P$ , przyłożoną do tłoka napierającego, oraz dodatkową siłą  $S_c$ , przyłożoną do cylindra aparatu. Rozkład naprężeń w badanej próbce zmienia się na jej wysokości i w ogólnym wypadku, gdy siła  $S_c$  jest różna od zera, przestaje być symetryczny względem poziomej płaszczyzny środkowej.



**Rys. 3.** Rozkład naprężeń normalnych w obciążonej próbce oraz naprężeń od sił tarcia o ścianki aparatu w aparacie obciążonym siłą  $P$  i siłą  $S_c$

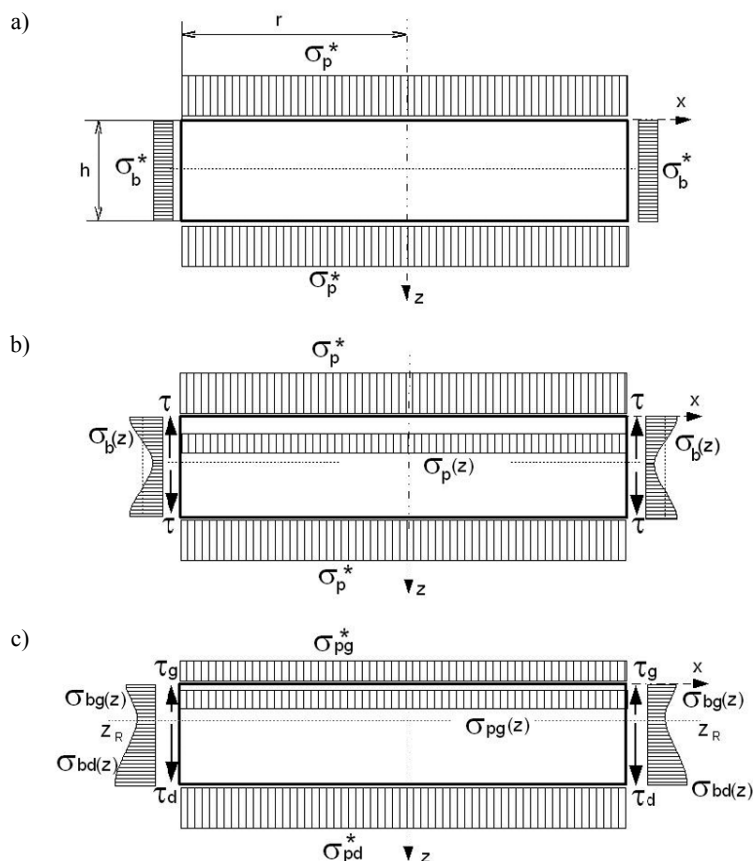
Po zablokowaniu możliwości obrotu cylindra (2) podporą  $P_2$  próba obrotu tłoka napierającego (3) wywoła na kontakcie jego podstawy i próbki naprężenia styczne skierowane przeciwnie do kierunku wymuszanego obrotu. Przy pewnej wartości momentu  $M_1$  na kontakcie tłoka (3) i próbki (4) wystąpi stan graniczny.

Po zablokowaniu możliwości obrotu tłoka napierającego (3) podporą  $P_3$  próba obrotu cylindra (2) wywoła na kontakcie wewnętrznej powierzchni cylindra i próbki gruntu naprężenia styczne skierowane przeciwnie do kierunku wymuszanego obrotu. Przy pewnej wartości momentu  $M_2$  na kontakcie cylindra i próbki również wystąpi stan graniczny.

Aby poślizg odbywał się na ustalonych powierzchniach próbki jej wymiary muszą spełniać określone w sposób przybliżony w [3] warunki.

Na podstawie wyników pomiarów momentów granicznych  $M_1$  i  $M_2$  przy zadanym pionowym obciążeniu aparatu badawczego określić można współczynnik parcia bocznego w gruncie.

Na rysunku 4 przedstawiono różne schematy obciążeń próbki w aparacie. We wszystkich trzech przedstawionych schematach pominięto wpływ ciężaru własnego badanej próbki.



**Rys. 4.** Podstawowy, rozszerzony i ogólny schemat obciążeń próbki przyjęty do interpretacji wyników badania współczynnika parcia bocznego w gruntach: a) schemat podstawowy zastosowany w [3]; b) schemat rozszerzony uwzględniający tarcie na poboczniczy próbki w kierunku pionowym ([4]); c) schemat ogólny uwzględniający obciążenie cylindra aparatu siłą  $S_c$

Rysunek 4a przedstawia schemat podstawowy obciążeń próbki zastosowany w rozwiązaniach w [3]. W schemacie tym zakłada się, że tarcie występuje na górnej i dolnej powierzchni próbki w kierunku obwodowym. Tarcie w kierunku radialnym na tych powierzchniach praktycznie nie występuje, gdyż grubość ścianek cylindra pomiarowego ma gwarantować zerowe odkształcenie próbki w tym kierunku. Na poboczniczy próbki tarcie występuje jedynie w kierunku obwodowym. W przedstawionym na rysunku 3a schemacie obciążeń przyjęto, że tarcie w kierunku pionowej osi próbki jest tak małe, że może zostać pominięte. Zastosowane uproszczenie można zaakceptować wtedy, gdy wysokość próbki jest zdecydo-

wanie mniejsza od jej średnicy. Konsekwencją tak przyjętych założeń jest niezmiennosc naprężeń w całej objętości próbki.

Na rysunku 4b przedstawiono schemat obciążeń próbki analizowany w [4]. W odróżnieniu od schematu na rysunku 4a, uwzględniono tutaj występowanie na poboczniczy próbki tarcia w kierunku jej osi pionowej wywołanego przemieszczaniem się próbki w tym kierunku pod wpływem siły  $P$ . Dalej schemat ten nazywany będzie rozszerzonym schematem obciążeń. Dla przyjętych założeń o nieważkości próbki i cylindra pomiarowego rozszerzony schemat charakteryzuje się zmianą stanu naprężenia w próbce na jej wysokości oraz symetrią naprężeń względem poziomej płaszczyzny środkowej analizowanej próbki. W płaszczyźnie tej naprężenia w próbce osiągają wartości minimalne.

Na rysunku 4c przedstawiono ogólny schemat obciążeń próbki. W schemacie tym uwzględniono ustalone obciążenie tłokiem napierającym  $P$  oraz dodatkowo obciążenie cylindra aparatu siłą  $S_c$ . Położenie płaszczyzny poziomej, w której naprężenia osiągają wartości minimalne, zależy od wielkości siły  $S_c$ .

Pod wpływem rosnącej siły  $S_c$ , skierowanej w dół, płaszczyzna ta przemieszcza się w górę. Przy pewnej wartości tej siły położenie płaszczyzny minimalnych naprężeń pokrywa się z górną płaszczyzną badanej próbki. Występuje wtedy na kontakcie próbki i cylindra stan graniczny. Dalsze zwiększanie wartości siły  $S_c$  powoduje ruch cylindra w dół.

Pod wpływem rosnącej siły  $S_c$ , skierowanej w górę, płaszczyzna minimalnych naprężeń przemieszcza się w kierunku odwrotnym, by podobnie jak wyżej, przy pewnej jej wartości wystąpił stan graniczny. Dalszy wzrost siły  $S_c$  spowoduje ruch cylindra w górę.

## 2. Graniczny moment $M_1$ na kontakcie próbki z tłokiem napierającym

Dla każdego z przedstawionych na rysunku 4 schematów obciążeń próbki graniczny moment  $M_1$  równoważący moment  $M_{\tau_1}$  na kontakcie tłoka napierającego i próbki gruntu (rys. 3b), liczony względem pionowej osi przyrządu pomiarowego, wyznaczyć można z równania podobnego do równania biegunowego momentu statycznego dla koła:

$$M_1 = M_{\tau_1} = \int_A \rho \tau_1 dA = \int_A \rho \tau_1 (\rho d\rho d\varphi) = \int_A \rho \mu \sigma_p^* (\rho d\rho d\varphi) = \int_0^r \mu \sigma_p^* \rho^2 d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi, \quad (1)$$

gdzie  $\mu$  jest współczynnikiem tarcia pomiędzy badaną próbką a ściankami aparatu.

Po rozwiązaniu równania (1) moment graniczny

$$M_1 = M_{\tau_1} = \frac{2}{3} \pi r^3 \mu \sigma_p^*. \quad (2)$$

### 3. Graniczny moment $M_2$ na kontakcie próbki z cylindrem aparatu

#### Schemat podstawowy (rys. 4a)

Z analizy warunków równowagi momentów sił schematu podstawowego wynika, że przy ustalonej wartości  $\sigma_p^*$  graniczny moment  $M_2$  równoważący moment  $M_{\tau_2}$  (rys. 3c) na kontakcie cylindra i próbki gruntu wyznaczyć można z równania:

$$M_2 = M_{\tau_2} = 2\pi r h \tau_2 r = 2\pi r^2 h \mu \sigma_b^* = 2\pi r^2 h \mu \sigma_p^* K_0, \quad (3)$$

$$M_2 = M_{\tau_2} = 2\pi r^2 h \mu \sigma_p^* K_0. \quad (4)$$

gdzie  $K_0$  jest współczynnikiem parcia bocznego:

$$K_0 = \frac{\sigma_b^*}{\sigma_p^*}. \quad (5)$$

#### Schemat rozszerzony (rys. 4b)

Do wyznaczenia współczynnika parcia bocznego w gruntach z zastosowaniem schematu rozszerzonego obciążeń próbki wykorzystana została w [4] od dawna znana koncepcja zastosowana w teoriach Bierbaumera i Terzagiego. Warunek równowagi sił pionowych dla pionowej płaszczyzny środkowej zapisać można następująco:

$$2r\sigma_p(z) - 2r(\sigma_p(z) + d\sigma_p(z)) - 2\mu K_0 \sigma_p(z) dz = 0. \quad (6)$$

Z rozwiązania równania różniczkowego (6) oraz analizy równowagi momentów obracanego cylindra wynika, że graniczny moment  $M_2$  równoważący moment  $M_{\tau_2}$  (rys. 3c) na kontakcie cylindra i próbki gruntu wyznaczyć można z równań:

$$M_2 = M_{\tau_2} = 4\pi r^2 \mu K_0 \sigma_p^* \int_0^{0.5h} e^{-\frac{\mu K_0 z}{r}} dz, \quad (7)$$

$$M_2 = M_{\tau_2} = 4\pi r^3 \sigma_p^* \left( 1 - e^{-\frac{\mu K_0 h}{2r}} \right). \quad (8)$$

#### Schemat ogólny (rys. 4c)

Ogólny schemat obciążeń analizowanej próbki uwzględnia dodatkowo obciążenie cylindra aparatu do badania współczynnika parcia bocznego w gruntach siłą  $S_c$ . Warunki rów-

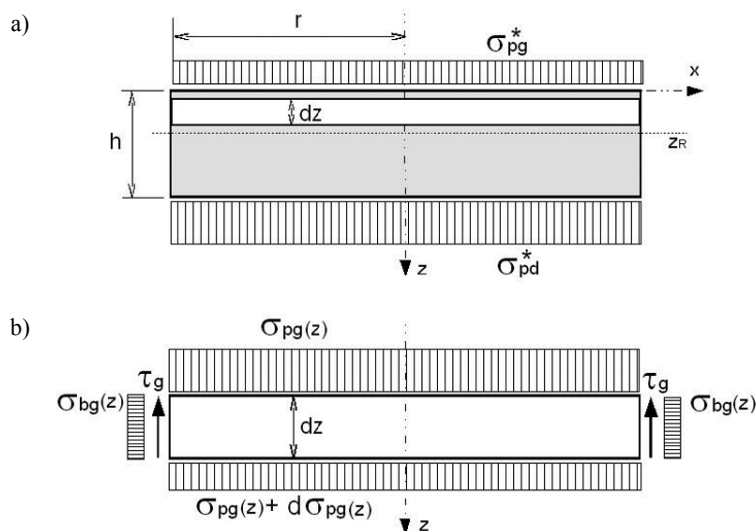
nowagi sił pionowych będą tym razem zapisane dla całej powierzchni próbki, a nie tylko dla pionowej płaszczyzny środkowej.

Obciążenia górnej powierzchni próbki  $\sigma_{pg}^*$  i jej dolnej powierzchni  $\sigma_{pd}^*$  będą się teraz różniły z powodu występowania dodatkowego obciążenia cylindra aparatu siłą  $S_c$ . Obciążenie  $\sigma_{pd}^*$  obliczyć można z warunku równowagi sił pionowych przyłożonych do elementów aparatu:

$$\sigma_{pd}^* = \sigma_{pg}^* + \frac{S_c}{F_p}, \quad (9)$$

gdzie  $F_p$  jest powierzchnią podstawy próbki.

Pozioma płaszczyzna występowania najmniejszych naprężeń wewnątrz próbki w ogólnym wypadku nie będzie teraz płaszczyzną symetrii.



Rys. 5. Obciążenia elementarnego wycinka analizowanej próbki gruntu w schemacie ogólnym

Po pominięciu ciężaru badanego gruntu równanie równowagi sił pionowych w elementarnym wycinku w górnej części próbki (rys. 5b) przedstawia się następująco:

$$\pi r^2 \sigma_{pg}(z) - \pi r^2 (\sigma_{pg}(z) + d\sigma_{pg}(z)) - 2\pi r \mu K_0 \sigma_{pg}(z) dz = 0. \quad (10)$$

Rozwiązaniem wynikającego z (10) równania różniczkowego:

$$\frac{dz}{d\sigma_{pg}(z)} = \frac{r}{-2\mu K_0 \sigma_{pg}(z)} \quad (11)$$

jest równanie:

$$\sigma_{pg}(z) = \sigma_{pg}^* e^{\frac{-2\mu K_0 z}{r}}. \quad (12)$$

Warunek równowagi elementarnego wycinka dolnej części próbki zapisać można w sposób analogiczny:

$$\pi r^2 \sigma_{pd}(z) - \pi r^2 (\sigma_{pd}(z) + d\sigma_{pd}(z)) + 2\pi r \mu K_0 \sigma_{pd}(z) dz = 0. \quad (13)$$

Rozwiązaniem wynikającego z (13) równania różniczkowego:

$$\frac{dz}{d\sigma_{pd}(z)} = \frac{r}{2\mu K_0 \sigma_{pd}(z)} \quad (14)$$

jest równanie:

$$\sigma_{pd}(z) = \sigma_{pd}^* e^{\frac{2\mu K_0 (z-h)}{r}}. \quad (15)$$

Z warunku równości naprężeń pionowych na granicy górnej i dolnej części próbki:

$$\sigma_{pg}^* e^{\frac{-2\mu K_0 z}{r}} = \sigma_{pd}^* e^{\frac{2\mu K_0 (z-h)}{r}}, \quad (16)$$

określić można położenie  $z_R$  płaszczyzny równowagi naprężeń pionowych pomiędzy obiema częściami próbki:

$$z_R = \frac{1}{2} \left( h - \frac{r}{2\mu K_0} \ln \frac{\sigma_{pd}^*}{\sigma_{pg}^*} \right). \quad (17)$$

W wypadku gdy  $\sigma_{pg}^* = \sigma_{pd}^*$ , a więc  $S_c = 0$ , płaszczyzna równowagi między obiema częściami próbki znajduje się w połowie jej wysokości ( $z_R = h/2$ ).

Analizowana próbka będzie w równowadze gdy  $0 \leq z_R \leq h$ . Można więc wyróżnić dwa różne przypadki.



Przypadek pierwszy, gdy  $0 < z_R < h$ , płaszczyzna równowagi, między częścią górną i dolną próbki, znajduje się pomiędzy jej podstawami.

Graniczny moment  $M_{2g}$  od sił tarcia w górnej części próbki jest równy:

$$M_{2g} = M_{\tau_{2g}} = 2\pi r^2 \mu K_0 \sigma_{pg}^* \int_0^{z_R} e^{\frac{-2\mu K_0 z}{r}} dz. \quad (18)$$

Graniczny moment  $M_{2d}$  od sił tarcia w dolnej części próbki wynosi:

$$M_{2d} = M_{\tau_{2d}} = 2\pi r^2 \mu K_0 \sigma_{pd}^* \int_{z_R}^h e^{\frac{2\mu K_0 (z-h)}{r}} dz. \quad (19)$$

Całkowity moment graniczny:

$$M_2 = M_{\tau_2} = M_{2g} + M_{2d}. \quad (20)$$

Graniczny moment  $M_2$  wynosi więc:

$$M_2 = M_{\tau_2} = \pi r^3 \left[ \sigma_{pg}^* \left( 1 - e^{\frac{-2\mu K_0 z_R}{r}} \right) + \sigma_{pd}^* \left( 1 - e^{\frac{2\mu K_0 (z_R-h)}{r}} \right) \right]. \quad (21)$$

Gdy pominięty zostanie ciężar cylindra ( $S_c = 0$ ), wtedy  $\sigma_{pg}^* = \sigma_{pd}^* = \sigma_p^*$  oraz  $z_R = h/2$ .

Graniczny moment  $M_2$  określa teraz równanie:

$$M_2 = M_{\tau_2} = 2\pi r^3 \sigma_p^* \left( 1 - e^{\frac{-\mu K_0 h}{r}} \right). \quad (22)$$

Jest to analogia równania do równania (8):

$$M_2 = M_{\tau_2} = 4\pi r^3 \sigma_p^* \left( 1 - e^{\frac{-\mu K_0 h}{2r}} \right),$$

opisującego graniczny moment  $M_2$  równoważący moment  $M_{\tau_2}$  (rys. 3c) na kontakcie cylindra i próbki gruntu schematu rozszerzonego (rys. 4b).

#### 4. Graniczna siła pionowa $S_{cG}$ na kontakcie próbki z cylindrem aparatu

Przypadek drugi obejmuje z kolei dwie możliwości. Możliwość pierwszą, gdy płaszczyzna równych naprężeń pionowych osiąga górną powierzchnię analizowanej próbki,  $z_R = 0$ ,

lub możliwość drugą, gdy płaszczyzna równych naprężeń pionowych pokrywa się z jej dolną powierzchnią,  $z_R = h$ . Cylinder aparatu znajduje się w obu wypadkach w stanie równowagi granicznej w kierunku pionowym, a siła  $S_c$  jest siłą graniczną oznaczoną dalej jako  $S_{cG}$ .

Gdy  $z_R = 0$  to siła  $S_c$  jest siłą graniczną skierowaną w dół aparatu, oznaczoną dalej  $S_{cG\downarrow}$ . Z równania (17) wynika wtedy zależność:

$$S_{cG} = S_{cG\downarrow} = \sigma_{pg}^* F_p \left( e^{\frac{2h\mu K_0}{r}} - 1 \right). \quad (23)$$

Gdy  $z_R = h$  to siła  $S_c$  jest siłą graniczną skierowaną w górę aparatu, oznaczoną dalej  $S_{cG\uparrow}$ . Z równania (17) wynika wtedy zależność:

$$S_{cG} = S_{cG\uparrow} = \sigma_{pg}^* F_p \left( e^{-\frac{2h\mu K_0}{r}} - 1 \right). \quad (24)$$

## 5. Kompleksowe laboratoryjne badanie współczynnika parcia $K_0$

W omówionym na wstępie aparacie do laboratoryjnego badania współczynnika parcia bocznego w gruntach można określić graniczne wartości momentu  $M_1$  i  $M_2$  oraz wartość siły granicznej  $S_{cG}$ . Wielkości te równoważą siły tarcia na kontakcie ścianek aparatu z badaną próbką gruntu. Z przeprowadzonej dalej analizy wynika też, że momenty graniczne  $M_1$  i  $M_2$  oraz pionowa siła graniczna  $S_{cG}$  zależą od parametrów charakteryzujących geometrię próbki: jej promienia  $r$ , wysokości  $h$ , naprężenia pionowego na górnej powierzchni badanej próbki  $\sigma_{pg}^*$  oraz współczynnika tarcia  $\mu$  próbki gruntu o ścianki aparatu. Moment  $M_2$  oraz siła  $S_{cG}$  zależą dodatkowo od współczynnika parcia bocznego badanego gruntu  $K_0$ . Można się również spodziewać, że na wielkość momentu granicznego  $M_2$  będzie miała wpływ wielkość siły obciążającej cylinder aparatu badawczego.

Dla tej samej próbki, w tym samym urządzeniu, można równocześnie określić laboratoryjnie trzy niezależne parametry charakteryzujące doświadczenie:  $M_1$ ,  $M_2$  i  $S_{cG}$ . Niezależnie więc zapisać można trzy warunki równowagi granicznej dla wszystkich trzech parametrów doświadczenia.

Dla momentu  $M_1$  równanie (2) dla schematu podstawowego, rozszerzonego i ogólnego:

$$M_1 = M_{\tau_1} = \frac{2}{3} \pi r^3 \mu \sigma_p^*.$$

Dla momentu  $M_2$  równanie (4) dla schematu podstawowego:

$$M_2 = M_{\tau_2} = 2\pi r^2 h \mu \sigma_p^* K_0,$$

równanie (8) dla schematu rozszerzonego:

$$M_2 = M_{\tau_2} = 4\pi r^3 \sigma_p^* \left( 1 - e^{\frac{-\mu K_0 h}{2r}} \right)$$

oraz równanie (21) dla schematu ogólnego:

$$M_2 = M_{\tau_2} = \pi r^3 \left[ \sigma_{pg}^* \left( 1 - e^{\frac{-2\mu K_0 z_R}{r}} \right) + \sigma_{pd}^* \left( 1 - e^{\frac{2\mu K_0 (z_R - h)}{r}} \right) \right],$$

gdzie:

$$\sigma_{pd}^* = \sigma_{pg}^* + \frac{S_c}{F_p},$$

$$z_R = \frac{1}{2} \left( h - \frac{r}{2\mu K_0} \ln \frac{\sigma_{pd}^*}{\sigma_{pg}^*} \right).$$

Dla siły  $S_{cG}$  równanie (23) lub równanie (24), ważne dla schematu ogólnego, w zależności od zwrotu wektora siły:

$$S_{cG} = S_{cG\downarrow} = \sigma_{pg}^* F_p \left( e^{\frac{2h\mu K_0}{r}} - 1 \right)$$

lub

$$S_{cG} = S_{cG\uparrow} = \sigma_{pg}^* F_p \left( e^{\frac{-2h\mu K_0}{r}} - 1 \right).$$

W wypadku schematu ogólnego dysponujemy trzema niezależnymi równaniami równowagi. Dwoma równaniami równowagi momentów siły względem pionowej osi próbki, zapisanymi dla różnych powierzchni badanej próbki, oraz jedno równanie równowagi sił pionowych. W tych trzech równaniach nieokreślone są dwie zmienne, współczynnik tarcia badanej próbki o ścianki elementów aparatu badawczego  $\mu$  oraz współczynnik parcia bocznego gruntu  $K_0$ . Mamy więc trzy niezależne równania równowagi i tylko dwie niewiadome. Jeśli założymy, że w doświadczeniu poszukiwana będzie siła graniczna skierowana do dołu ( $S_{cG\downarrow}$ ), możemy wtedy zapisać na trzy sposoby układy dwóch równań o dwóch niewiadomych:  $\mu$  i  $K_0$ , których rozwiązaniem będzie współczynnik tarcia  $\mu$  i poszukiwany właśnie współczynnik parcia bocznego  $K_0$ .

Sposób pierwszy — z równań na  $M_1$  i  $M_2$ :

$$\begin{cases} M_1 = \frac{2}{3} \pi r^3 \mu \sigma_p^* \\ M_2 = \pi r^3 \left[ \sigma_{pg}^* \left( 1 - e^{-\frac{2\mu K_0 z_R}{r}} \right) + \sigma_{pd}^* \left( 1 - e^{-\frac{2\mu K_0 (z_R - h)}{r}} \right) \right] \end{cases} \quad (25)$$

Sposób drugi — z równań na  $M_2$  i  $S_{cG}$ :

$$\begin{cases} M_2 = \pi r^3 \left[ \sigma_{pg}^* \left( 1 - e^{-\frac{2\mu K_0 z_R}{r}} \right) + \sigma_{pd}^* \left( 1 - e^{-\frac{2\mu K_0 (z_R - h)}{r}} \right) \right] \\ S_{cG\downarrow} = \sigma_{pg}^* F_p \left( e^{\frac{2h\mu K_0}{r}} - 1 \right) \end{cases} \quad (26)$$

Sposób trzeci — z równań na  $S_{cG}$  i  $M_1$ :

$$\begin{cases} S_{cG\downarrow} = \sigma_{pg}^* F_p \left( e^{\frac{2h\mu K_0}{r}} - 1 \right) \\ M_1 = \frac{2}{3} \pi r^3 \mu \sigma_p^* \end{cases} \quad (27)$$

Jeśli doświadczenie realizowane będzie przy zerowej sile  $S_c$ , powyższe układy równań uproszczą się do postaci wyrażonych wzorami (28)–(30).

Sposób pierwszy — z równań na  $M_1$  i  $M_2$ :

$$\begin{cases} M_1 = \frac{2}{3} \pi r^3 \mu \sigma_p^* \\ M_2 = 2\pi r^3 \sigma_p^* \left( 1 - e^{-\frac{\mu K_0 h}{r}} \right) \end{cases} \quad (28)$$

Sposób drugi — z równań na  $M_2$  i  $S_{cG}$ :

$$\begin{cases} M_2 = 2\pi r^3 \sigma_p^* \left( 1 - e^{-\frac{\mu K_0 h}{r}} \right) \\ S_{cG\downarrow} = \sigma_{pg}^* F_p \left( e^{\frac{2h\mu K_0}{r}} - 1 \right) \end{cases} \quad (29)$$

Sposób trzeci — z równań na  $S_{cG}$  i  $M_1$ :

$$\begin{cases} S_{cG\downarrow} = \sigma_{pg}^* F_p \left( e^{\frac{2h\mu K_0}{r}} - 1 \right) \\ M_1 = \frac{2}{3} \pi r^3 \mu \sigma_p^* \end{cases} \quad (30)$$

## 6. Podsumowanie

Przedstawiona koncepcja kompleksowego sposobu wyznaczenia współczynnika parcia bocznego w gruntach metodą pomiaru oporów tarcia, wymaga weryfikacji doświadczalnej. Jak wynika z analizy zamieszczonych układów równań, doświadczenie wykonane w warunkach zerowej siły obciążającej cylinder aparatu ( $S_c = 0$ ) będzie znacznie łatwiejsze w interpretacji niż w wypadku ogólnym.

W oparciu o wyniki pomiarów dwóch próbek gruntu przedstawionych w [5] zweryfikować można przynajmniej częściowo przyjęte w rozważaniach trzy schematy obciążeń analizowanej próbki gruntu: podstawowy, rozszerzony i ogólny.

W tabeli 1 zestawiono wyniki pomiarów granicznych oporów tarcia zarejestrowane podczas obracania elementów aparatu badawczego.

TABELA 1

**Wyniki pomiarów momentów granicznych dla dwóch próbek gruntu oraz wartości wyznaczonego współczynnika parcia bocznego  $K_0$  dla różnych schematów obciążenia analizowanej próbki**

Parametry badania, rezultaty pomiarów i interpretacja wyników badania	Próbka nr 1	Próbka nr 2
Promień próbki [m]	0,04	0,04
Wysokość próbki [m]	0,021	0,014
Obciążenie tłoka napierającego [kN]	4,408	4,408
Moment obrotu tłoka napierającego $M_1$ [kNm]	0,05375	0,0525
Moment obrotu cylindra $M_2$ [kNm]	0,0625	0,041875
Współczynnik tarcia próbki o ścianki aparatu obliczony z równania (2)	0,457	0,447
Kąt tarcia między próbką a ściankami aparatu [°]	24,560	24,085
Współczynnik $K_0$ obliczony dla warunków schematu podstawowego z równania (28)	0,73828	0,75964
Współczynnik $K_0$ obliczony dla warunków schematu rozszerzonego z równania (29)	0,77306	0,78312
Współczynnik $K_0$ obliczony dla warunków schematu ogólnego z równania (30)	0,81311	0,79387

Przedstawiono trzy interpretacje, według których wyznaczono wartość współczynnika parcia bocznego  $K_0$  badanego gruntu:

Według [3]:

$$K_0 = \frac{M_2}{2\pi r^2 h \mu \sigma_p^*}. \quad (31)$$

Według [4]:

$$K_0 = -\frac{2r}{\mu h} \ln \left( 1 - \frac{M_2}{4\pi r^3 \sigma_p^*} \right). \quad (32)$$

Po przekształceniu równania (22):

$$K_0 = -\frac{r}{\mu h} \ln \left( 1 - \frac{M_2}{2\pi r^3 \sigma_p^*} \right). \quad (33)$$

W równaniach (31), (32) i (33)

$$\mu = \frac{M_1}{\frac{2}{3} \pi r^3 \sigma_p^*}. \quad (34)$$

Jak widać, wyznaczony doświadczalnie współczynnik parcia bocznego badanego gruntu  $K_0$ , przyjmuje wartości różne w zależności od sposobu interpretacji doświadczenia. Stwierdzone różnice są niewielkie.

#### LITERATURA

- [1] *Cytowicz N.A.*: Mechanika gruntów. Warszawa, Wydawnictwa Geologiczne 1958
- [2] *Gergowicz Z.*: Geotechnika górnicza. Wrocław, Politechnika Wroclawska 1968
- [3] *Kaczmarek J.*: Koncepcja sposobu laboratoryjnego pomiaru współczynnika parcia bocznego w gruntach. XXIX Zimowa Szkoła Mechaniki Górniczej i Geoinżynierii, Geotechnika i Budownictwo Specjalne, KGBiG AGH, 2006
- [4] *Kaczmarek J.*: Interpretacja wyników badania współczynnika parcia bocznego w gruntach metodą opartą na pomiarze momentów od sił tarcia. UWND AGH, Kwartalnik Górnictwo i Geoinżynieria, r. 32, z. 2, 2008
- [5] *Kaczmarek J.*: Wstępne badania współczynnika parcia bocznego w osadach zbiornika odpadów poflotacyjnych „Żelazny Most”. UWND AGH, Kwartalnik Górnictwo i Geoinżynieria, r. 32, z. 2, 2008
- [6] *Kisiel I. i in.*: Mechanika skał i gruntów. Warszawa, PWN 1982
- [7] *Wilun Z.*: Zarys geotechniki. Warszawa, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności 1976