

*Agnieszka Maj\**

## NAPRĘŻENIA, ODKSZTAŁCENIA I KONWERGENCJE NA RÓŻNYCH GŁĘBOKOŚCIACH KOPALŃ SOLI, STUDIUM MODELÓW DLA CHODNIKA W GÓROTWORZE SOLNYM\*\*

---

### 1. Wstęp

Obserwacje konwergencji wykazują charakterystyczną jej zmianę z głębokością położenia wyrobisk. Celem pomiarów wykonywanych przez służby miernicze Kopalń jest na ogół określenie zachowania się wyrobisk. W wielopoziomowych kopalniach soli takie pomiary służyć mogą także uzyskaniu informacji o właściwościach górotworu na podstawie obserwacji *in situ*.

Celem pracy jest przedstawienie wpływu głębokości na naprężenia, odkształcenia i konwergencję prostego wyrobiska chodnikowego w górotworze solnym, który w modelu odwzorowany jest przez ośrodek o właściwościach sprężysto-lepkich. Praca dotyczy głównie modelowania, z wykorzystaniem metody elementów skończonych, stanu naprężenia i przemieszczenia górotworu solnego w sąsiedztwie wyrobiska chodnikowego.

Praca ta, łącznie z innymi pracami Autorki [8, 9], służy sformułowaniu prostego modelu konwergencji, który mógłby być wykorzystywany w badaniach górotworu solnego.

### 2. Naprężenia pierwotne w górotworze

Naprężenia w skorupie ziemskiej rosną z głębokością  $H$ . W analizach stanu naprężenia na ogół przyjmuje się, że kierunek jednego z pierwotnych naprężeń głównych jest pionowy, wartość bezwzględna składowej pionowej naprężenia jest naprężeniem maksymalnym, a wartości składowych poziomych są sobie równe.

---

\* Instytut Mechaniki Górotworu, Polska Akademia Nauk, Kraków

\*\* Praca wykonana została w ramach działalności statutowej Instytutu Mechaniki Górotworu PAN

Można to zapisać w postaci:

$$p_z = -H\rho, \quad (1)$$

$$p_x = p_y = \frac{\nu}{1-\nu} p_z, \quad (2)$$

gdzie:

- $p_z$  — składowa naprężenia pierwotnego w kierunku pionowym,
- $p_x$  i  $p_y$  — składowe poziomymi naprężenia pierwotnego,
- $\nu$  — współczynnik Poissona.

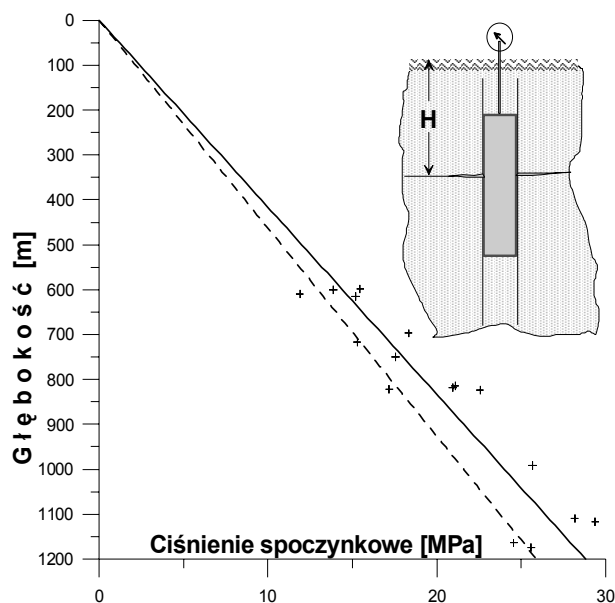
Jak wynika ze wzoru (1) naprężenia pierwotne zależą od głębokości  $H$  i ciężaru objętościowego  $\rho$ . Wobec braku danych z pomiaru naprężeń pierwotnych, przyjmuje się często założenie (2). Wtedy, np. w górotworze o współczynniku Poissona  $\nu = 0,2$  poziome naprężenie  $p_x$  jest równe  $0,25 p_z$ , a dla  $\nu = 0,4$   $p_x = 0,67 p_z$ .

Odmienny od zasady (2) stan naprężeń pierwotnych występuje np. w rejonie zaburzeń tektonicznych, ale także w ośrodkach silnie podatnych na pełzanie. Przykładem tego są wyniki pomiarów naprężeń w skorupie ziemskiej przeprowadzonych na obszarze Ameryki Północnej i Australii [7]. Liczne badania w górotworze solnym wskazują na występowanie hydrostatycznego stanu naprężeń pierwotnych. Prowadzone na szeroką skalę badania górotworu solnego w ramach amerykańskiego projektu Waste Isolation Pilot Plant [10] dokumentują występowanie takiego stanu naprężeń w górotworze nienaruszonym eksploatacją. Hydrostatyczny stan naprężeń pierwotnych oznacza, że wartości naprężeń głównych są sobie równe i zależą od głębokości oraz ciężaru właściwego górotworu, co można zapisać wzorem:

$$p_1 = p_2 = p_3 = -H\rho. \quad (3)$$

Taki stan przyjmowany jest obecnie w analizach górotworu solnego [np. 4, 14].

Wartości naprężeń pierwotnych występujących w górotworze solnym określa się w otworowych kopalniach soli dla potrzeb technologicznych w testach mikroszczelinowania. Test mikroszczelinowania opisuje Amadei i Stephansson [1], a dla warunków solnych np. Kunstman i in. [6]. Celem tego testu jest ustalenie gradientu mikroszczelinowania, czyli przyrostu ciśnienia w interwale 1 m. Przyjmuje się, że uzyskana w takim teście wartość ciśnienia spoczynkowego — niższego od maksymalnego ciśnienia szczelinowania, przy którym następuje inicjacja pęknięcia skał — odpowiada wartości pierwotnych naprężeń hydrostatycznych. Zestaw wyników testów mikroszczelinowania w kopalniach Góra i Mogilno pokazano na rysunku 1. Krzyżyki przedstawiają wyniki pomiarów, linią ciągłą pokazano średnie ciśnienie spoczynkowe na różnych głębokościach, linia przerywana pokazuje ciśnienie obliczone na podstawie przyjmowanej w symulacjach gęstości górotworu solnego  $\gamma = 2200 \text{ kg/m}^3$  w funkcji głębokości.



Rys. 1. Wpływ głębokości na ciśnienie spoczynkowe

Rozrzut otrzymanych wartości ciśnienia spoczynkowego wynika głównie ze zróżnicowanych warunków geologicznych we wnętrzu wysadów solnych i ich otoczeniu. W obliczeniach modelowych tu prezentowanych przyjęto zasadę proporcjonalnego z głębokością przyrostu hydrostatycznych naprężeń pierwotnych.

### 3. Model obliczeniowy, symulacja warunków początkowych

Badając stan naprężenia i odkształcenia w górotworze solnym przyjęto model prezentowany we wcześniejszych publikacjach Autorki [8, 9]. Zastosowano superpozycję odkształceń sprężystych według prawa Hooke'a i lepkich zgodnie z prawem Nortona-Bailey'a. Prawo Nortona-Bailey'a można zapisać w prostej formie:

$$\varepsilon = B\sigma^n t^m, \quad (4)$$

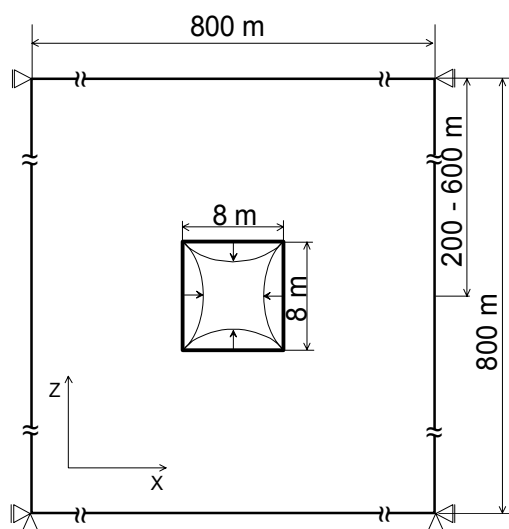
gdzie:

- $\varepsilon$  — odkształcenie,
- $\sigma$  — naprężenie,
- $B, n$  i  $m$  — parametry prawa pełzania.

Szerzej prawo to opisane jest w publikacjach [np. 2, 5, 11, 13, 14].

Na rysunku 2 pokazano przyjęty model geometryczny, który stanowi kwadratowa tarcza o boku 800 m z otworem o boku 8 m. Obliczenia przeprowadzono dla płaskiego stanu odkształcenia. Tarcza została podzielona na elementy prostokątne czterowęzłowe. Liczba stopni swobody modelu wyniosła 32 766. Przyjęto przemieszczeniowe warunki brzegowe. Górna krawędź tarczy, odpowiadająca powierzchni terenu, była nieobciążona i mogła się dowolnie przemieszczać.

W pierwszej kolejności wykonano symulacje niezbędne do uzyskania warunku hydrostatycznych naprężeń pierwotnych w pełnej tarczy bez otworu odwzorowującego wyrobisko. Symulacje wykazały, że czas potrzebny do uzyskania hydrostatycznego stanu naprężeń pierwotnych  $p_1 = p_2 = p_3$  zależy od wartości współczynnika potęgowego  $n$  w potęgowym prawie pełzania (4). W zakresie przeprowadzonych badań modelowych  $n$  przyjmowano od 1,0 do 5,0, co odpowiadało zakresowi wartości  $n$  w publikacjach (zestawienie w [12]) a wymagany czas, odpowiednio, od 500 do 10 mln lat. Wybieranie złoże odwzorowano przez jednoczesne usunięcie wszystkich elementów w obrębie konturu wyrobiska. Kolejne symulacje odpowiadały procesowi pełzania w otoczeniu chodnika. Stan naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia rejestrowano dla okresu 10 i 20 lat po wybraniu złoże.



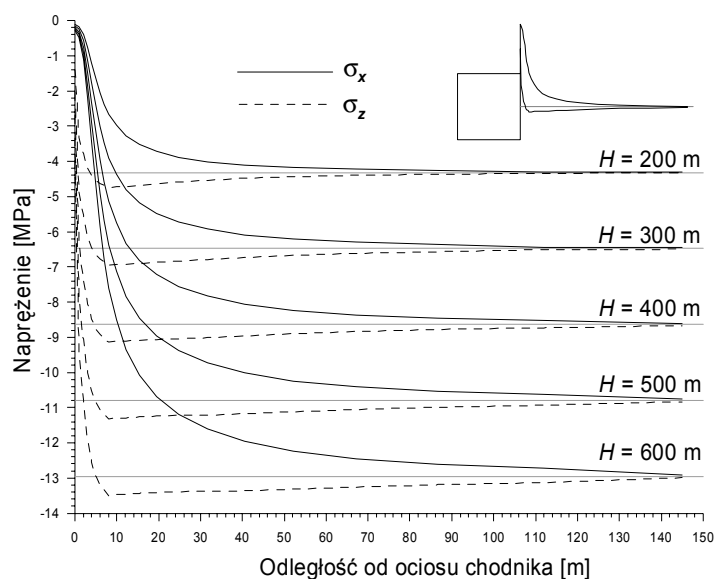
Rys. 2. Model geometryczny badanego zagadnienia

Obliczenia numeryczne przeprowadzono programem metody elementów skończonych Cosmos/M z modułem „nonlinear” uwzględniającym prawo pełzania (4) w wersji 3D. Na podstawie danych o naprężeniach, odkształceniach i przemieszczeniach obliczano niezmienniki tensorów naprężenia i odkształcenia oraz konwergencję powierzchniową na konturze chodnika. Konwergencja powierzchniowa [3] jest przyrostem pola powierzchni przekroju chodnika.

#### 4. Naprężenia główne w sąsiedztwie wyrobisk chodnikowych na różnych głębokościach

Obliczenia wykonano dla wyrobisk chodnikowych położonych na głębokościach 200, 300, 400, 500 i 600 m, odpowiadającym warunkom podziemnych kopalń soli. Przyjęto następujące parametry prawa konstytutywnego:  $B = 0,55 \cdot 10^{-24} \text{ Pa}^{-n} \text{ s}^{-1}$ ,  $n = 2$ ,  $m = 1$ . W wyniku obliczeń numerycznych otrzymano zbiory z danymi o naprężeniach głównych, odkształceniach głównych oraz przemieszczeniach pionowych i poziomych.

Wykres wartości naprężeń głównych  $\sigma_1$  i  $\sigma_3$  po 20 latach od powstania chodnika na linii prostopadłej do ociosu poprowadzonej w połowie jego wysokości przedstawiono na rysunku 3. Na tej linii kierunek  $\sigma_1$  pokrywa się z kierunkiem  $\sigma_x$ , a kierunek  $\sigma_3$  z  $\sigma_z$ . Kierunek naprężenia  $\sigma_2$  był prostopadły do płaszczyzny przekroju chodnika, a jego wartości zbliżone były do średniej wartości z  $\sigma_1$  i  $\sigma_3$ . Oddalając się od ściany chodnika w kierunku poziomym wartości naprężeń głównych rosną i w odległości ok. 150 m wyrównują się, osiągając na każdej głębokości wartości wynikającą ze wzoru (3), zaznaczone na wykresie szarymi poziomymi liniami.



Rys. 3. Naprężenia główne w sąsiedztwie ociosu chodnika kwadratowego

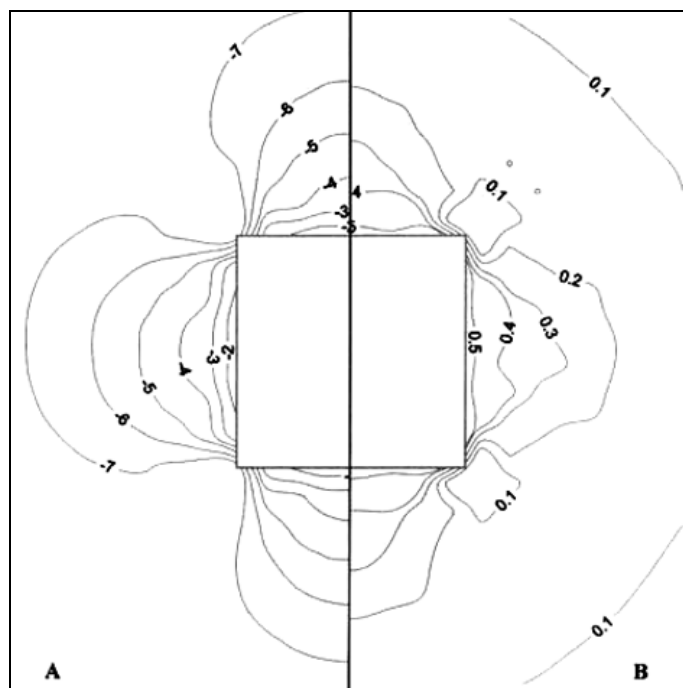
W przeprowadzonej symulacji z uwzględnieniem hydrostatycznego stanu naprężeń pierwotnych zaciskanie wyrobiska znacząco różni się od podobnego procesu przeprowadzonego bez zachowania tego warunku. W ogólnym przypadku różnica  $\sigma_1 - \sigma_3$  zmierza do  $p_1 - p_3$ . W górotworze solnym różnica naprężeń głównych  $\sigma_1 - \sigma_3$  wraz z oddalaniem się od wyrobiska zmierza do zera.

## 5. Naprężenia i odkształcenia wokół wyrobiska chodnikowego na różnych głębokościach

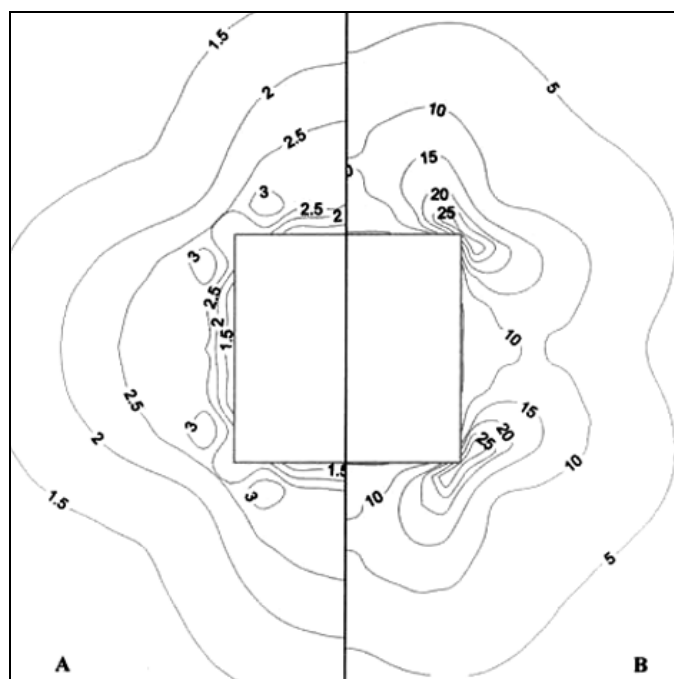
Na podstawie otrzymanych w wyniku obliczeń numerycznych zbiorów z danymi o naprężeniach głównych i odkształceniach głównych wyliczono dla każdego węzła wartości niezmienników Burzyńskiego:  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\Omega_1$  i  $\Omega_2$  dla czasu  $\Delta t_1 = 10$  lat i  $\Delta t_2 = 20$  lat. Niezmienniki Burzyńskiego wyliczono według następujących wzorów:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ \omega_2 &= \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ \Omega_1 &= \varepsilon_m = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \\ \Omega_2 &= \frac{1}{3}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}\end{aligned}\tag{5}$$

Na rysunku 4 i 5 przedstawiono rozkłady wartości niezmienników wokół wyrobiska chodnikowego znajdującego się na głębokości 400 m.



Rys. 4. Wartości niezmienników  $\omega_1$  (A) i  $\Omega_1$  (B)



Rys. 5. Wartości niezmienników  $\omega_2$  (A) i  $\Omega_2$  (B)

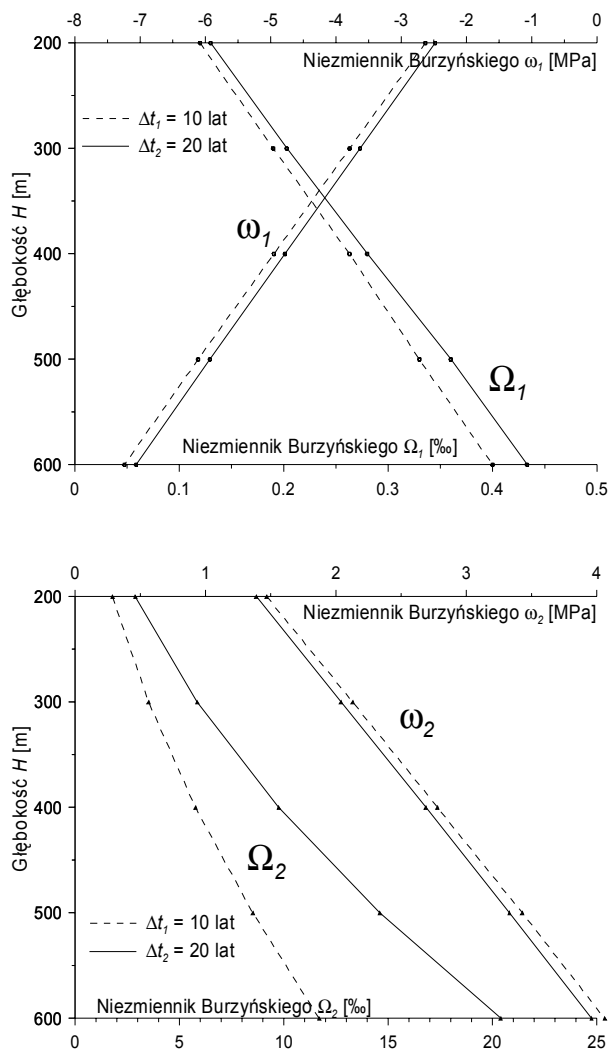
W górotworze nienaruszonym robotami górnictwymi naprężenia główne na każdej założonej głębokości są sobie równe, np. na głębokości 400 m ich wartość w górotworze solnym wynosi ok.  $-8,6$  MPa dla gradientu  $21,5$  kPa/m. Taka jest też wartość niezmiennika  $\omega_1$ . Utworzenie wyrobiska zmienia ten stan. Wartości naprężeń głównych różnicują się. Na konturze wyrobiska (rys. 4 — A) widoczny jest spadek ich wartości  $\omega_1$ . Wraz z oddalaniem się od brzegów wyrobiska w głąb górotworu, naprężenia średnie  $\omega_1$  rosną do wartości naprężenia pierwotnego. W kierunku poziomym i pionowym, w odległości od ściany chodnika równej bokowi przekroju chodnika, naprężenia średnie  $\omega_1$  osiągają wartość 80% pierwotnego naprężenia. W narożach wyrobiska — są w przybliżeniu równe naprężeniu pierwotnemu.

Rozkład odkształcenia średniego, czyli niezmiennika  $\Omega_1$ , pokazano na rysunku 4 — B. Maksymalne wartości pojawiają się na konturze wyrobiska i dochodzą do wartości 0,5%. Wraz z oddalaniem się od wyrobiska wartości odkształceń średnich maleją do zera. W odległości równej bokowi przekroju wartość odkształceń średnich  $\Omega_1$  maleje 5-krotnie.

Rozkłady niezmienników  $\omega_1$  i  $\Omega_1$  przedstawiają przyczyny i skutki zmian objętościowych w górotworze, związanych z pojawieniem się w nim wyrobiska. Natomiast zmiany postaciowe pokazać można za pomocą niezmienników Burzyńskiego  $\omega_2$  i  $\Omega_2$  (rys. 5 A i B).

Badania modelowe wykazały, że przedstawione rozkłady niezmienników nie zmieniają się przy zmianie głębokości wyrobiska, natomiast z głębokością rosną odpowiednio wartości niezmienników. Dla ilościowego wyrażenia wpływu głębokości wybrano punkt po-

łożony w odległości 3 m za ociosem chodnika. Dla tego punktu obliczono wartości  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  w czasie  $\Delta t_1 = 10$  lat i  $\Delta t_2 = 20$  lat i pokazano je na rysunku 6.



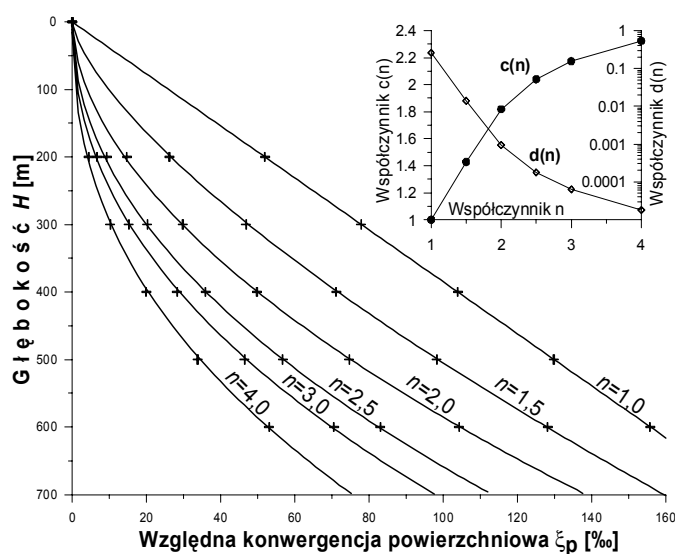
Rys. 6. Zależność niezmienników  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  w ociose od głębokości chodnika  $H$

Przeprowadzone obliczenia przy zastosowaniu omówionego wyżej prawa konstytutywnego pokazują, że wartości niezmienników  $\omega_1$  i  $\Omega_1$  (naprężenia średnie i odkształcenia średnie) rosną z głębokością i są liniowymi funkcjami głębokości, natomiast niezmiennik  $\Omega_2$ , dla przyjętej w prawie konstytutywnym wartości  $n = 2,0$  jest nieliniową funkcją głębokości (rys. 6).



## 6. Wpływ głębokości na konwergencję

Przemieszczenia i konwergencje są skutkiem zróżnicowania naprężeń głównych w otaczającym chodnik górotworze. Wpływy głębokości na konwergencje najprościej wyrazić można przez zależność konwergencji powierzchniowej  $\xi_p(H)$ . Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla  $H$  równego 200, 300, 400, 500 i 600 m przy zmiennej wartości parametru  $n$  potęgowego prawa pełzania (4). Parametr  $B$  dobierano według reguły przedstawionej w pracy [8], czyli ze spadkiem  $n$  o 1,0 wartość  $B(n)$  wzrasta  $10^7$  razy. Wyniki modelowania konwergencji przedstawiono na rysunku 7.



Rys. 7. Zależność konwergencji powierzchniowej od głębokości

Wartości względnej konwergencji powierzchniowej rosną ze wzrostem głębokości. Dla  $n = 1,0$  funkcja aproksymująca wyniki obliczeń jest funkcją liniową. Gdy  $n > 1,0$  zależność ta przybiera postać funkcji potęgowej. Funkcje aproksymujące wyniki obliczeń można zapisać ogólnym wzorem w postaci:

$$\xi = d \left( \frac{H}{H_0} \right)^c, \quad (6)$$

gdzie  $H_0 = 1$  m.

Parametry  $c$  i  $d$  zależą od przyjętego w modelowaniu współczynnika potęgowego  $n$  prawa pełzania (4). Wpływ współczynnika  $n$  na wartości parametrów  $c$  i  $d$  pokazano na wykresie górnym rysunku 7.

## 7. Podsumowanie

- 1) Wpływ głębokości na przemieszczenia jest znany i obserwowany poprzez geodezyjne pomiary konwergencji, wskazujące na nieliniowy wzrost konwergencji z głębokością. Modelowanie w ośrodku sprężysto-lepkim pozwala wyjaśnić jego mechanizm fizyczny.
- 2) Relacja pomiędzy głębokością a konwergencją w najprostszym ujęciu dla kwadratowego pojedynczego wyrobiska chodnikowego jest funkcją potęgową, zależną od współczynnika  $n$  w prawie konstytutywnym, charakteryzującego lepkie własności skał solnych.
- 3) Zależność powyższa prowadzi do wniosku, że na podstawie pomiarów konwergencji uzyskać można informacje o właściwościach górotworu, co ułatwić może szacowanie parametrów pełzania potrzebnych do modelowania ruchu górotworu.
- 4) Otrzymane wyniki dotyczą wyidealizowanych warunków modelowych. W rzeczywistości występują rozbieżności spowodowane np. niejednorodnością złoża, obecnością wyrobisk sąsiadujących czy kolejnością eksploatacji.

## LITERATURA

- [1] *Amadei B., Stephansson O.*: Rock stress and its measurement. Londyn, Chapman & Hall 1997
- [2] *Filcek H., Walaszczyk J., Tajduś A.*: Metody komputerowe w geomechanice górniczej. Katowice, Śląskie Wydawnictwo Techniczne 1994
- [3] *Kortas G.*: Konwergencje wyrobisk [w:] Kortas G. (red.) Ruch górotworu i powierzchni w otoczeniu zabytkowych kopalń soli, Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków, 2004
- [4] *Kortas G.*: Badania modelowe ruchu górotworu, określenie wypiętrzania się wysadu solnego. [w:] Kortas G. (red.) Ruch górotworu w rejonie wysadów solnych, Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków, 2008
- [5] *Kortas G., Maj A.*: Modelowanie konwergencji w modularnej strukturze wielopoziomowej kopalni soli. Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN; T 7, Nr 3–4, s. 237–252, 2005
- [6] *Kunstman A., Pomorska-Młynarska K., Urbańczyk K.*: Zarys otworowego ługownictwa solnego. Aktualne kierunki rozwoju, UWND AGH, Kraków, 2002
- [7] *Lee M.F., Mikula P. M.*: Some Observations about Australian Rock Stresses, International Society for Rock Mechanics News Journal, vol. 10, 2007
- [8] *Maj A.*: Wpływ parametrów ośrodka sprężysto-lepkiego na konwergencję powierzchniową prostokątnego chodnika na podstawie obliczeń numerycznych. Kwartalnik UWND AGH Górnictwo i geoinżynieria, r. 32, z. 1, 2008 a
- [9] *Maj A.*: Zależność konwergencji od czasu w ośrodku sprężysto-lepkim na podstawie badań modelowych, Gospodarka surowcami mineralnymi, t. 24, z. 3/2, IGSMiE PAN, Kraków, 2008b
- [10] *Munson D.E.*: Constitutive Model of Creep in Rock Salt Applied to Underground Room Closure, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics, vol. 34, iss. 2, February, 1997, pp. 233–247
- [11] *Prij J.*: Finite elementanalyse Am gebirgmechanischen verhalten von steinsalz. [w:] Sympozjum — Górnictwo Surowców chemicznych — zbiorniki podziemne — środowisko naturalne, AGH, Kraków, 1984
- [12] *Sobczyk J., Kortas G.*: Określenie współczynników potęgowego prawa pełzania soli kamiennej na podstawie testów laboratoryjnych. Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN, t. 5, nr 3–4, 2003, s. 421–432
- [13] *Ślizowski J.*: Geomechaniczne podstawy projektowania komór magazynowych gazu ziemnego w złożach soli kamiennej, Studia. Rozprawy. Monografie Nr 137, Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków, 2006
- [14] *Ślizowski J., Urbańczyk K.*: Influence of depth on rock salt effort around the single chamber, Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków, 2004