

Ryszard Wosz*

UGIĘCIE STROPU BEZPOŚREDNIEGO I ZASADNICZEGO NAD EKSPLOATOWANYM POKŁADEM – WSPÓŁCZYNNIK KONCENTRACJI NAPRĘŻENIA W OBSZARZE PROPAGUJĄCEJ SZCZELINY W PRZEKROJU ZGINANEJ BELKI STROPOWEJ**

1. Wstęp

Praca jest kontynuacją badań dotyczących opisu zachowania się warstw górotworu nad eksploatowanym, systemem komorowo-filarowym z ugięciem stropu, złożem rud miedzi w LGOM. Dotychczas opisano ugięcie warstwy stropu bezpośredniego i zasadniczego nad eksploatowanym złożem [11].

Model skonstruowano w ten sposób, że w stropie wydzielono dwie charakterystyczne warstwy: strop bezpośredni i strop zasadniczy. Strop i złożo charakteryzują się właściwościami ośrodka sprężystego, które to właściwości opisują następujące parametry: współczynnik oporu właściwego złoża c_1 , współczynnik oporu właściwego zrobów (podsadzki) c_2 , współczynnik odkształcalności podłużnej E warstwy stropowej, współczynnik Poissona ν . W nawiązaniu do rozwiązania belki z propagującą szczeliną [17], jako model przyjęto belkę obustronnie utwierdzoną i obciążoną równomiernie na swej długości (rys. 1). Technologicznie stan taki odpowiada fazie rozwijania eksploatacji w nowym polu eksploatacyjnym. Od góry belka jest obciążona nadkładem w postaci pionowej składowej p_z tensora naprężenia pierwotnego.

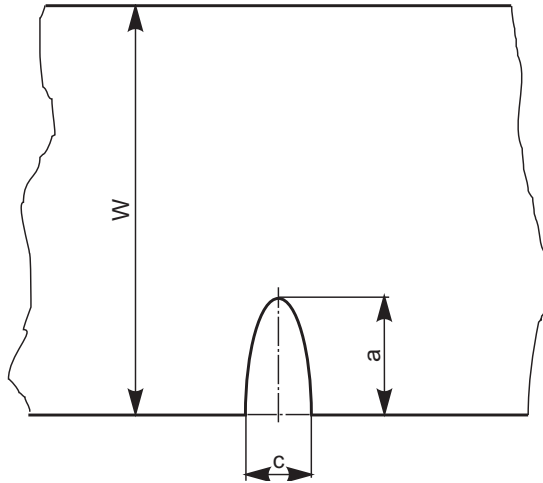
Zadanie sprowadza się do rozwiązania modelu opisującego ugięcie belki na sprężystym podłożu. W skonstruowanym modelu o wartości krzywizny osi belki decyduje moment zginający i siła ścinająca [5]. Celem pracy [17] było przedstawienie rozwiązania koncepcyjnego modelu opisującego powstanie i propagację szczeliny zniszczenia w przekroju belki stropu zasadniczego. Szczelina zniszczenia jest generowana przez dwie pary sił o przeciwnych momentach. Obecność szczeliny powoduje lokalne osłabienie przekroju

* Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

** Praca zrealizowana w ramach badań statutowych. Nr umowy 11.100.277, tytuł pracy: Badanie zjawisk fizyko-mechanicznych wywołanych działalnością górnictw

i dalszą propagację powierzchni zniszczenia. Do obliczeń przyjęto sekwencyjnie zmieniającą się długość szczeliny od 3 m do 15 m. Na podstawie wyników obliczeń sformułowano wniosek, że przy długości szczeliny około 5 m rozpoczyna się proces przyspieszonego rozwierania się szczeliny i utraty stateczności całej konstrukcji stropowej.

Celem artykułu jest podanie rozwiązania, w którym zostanie przedstawiona zależność stanu naprężenia od wymiarów szczeliny. Jako parametr opisujący tę relację przyjęto współczynnik koncentracji naprężenia w obszarze powstałej szczeliny. Wartość współczynnika zależy między innymi od geometrii szczeliny. Przyjęto eliptyczny kształt konturu szczeliny (*Griffith theory*). Wymiary przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat odcinka belki z brzegową szczeliną o kształcie elipsy

2. Założenia modelowe

Lokalne pęknięcie ośrodka skalnego i propagacja szczeliny prowadzą do zniszczenia materiału skalnego na większą skalę, co z kolei może generować zjawiska dynamiczne, jak wstrząsy i tąpnięcia.

Przyczyną powodującą wystąpienie zjawiska dynamicznego towarzyszącego zniszczeniu materiału jest energia sprężysta potencjalna, której gromadzenie powodowane jest sprężystym odkształcaniem się górotworu do przestrzeni powstałej po wybraniu partii złoża.

W artykule przedstawiono rozwiązanie opisujące wielkość maksymalnego naprężenia w przekroju zginanej belki stropowej. Miarą tego naprężenia jest wartość współczynnika koncentracji. Koncentracja jest efektem osłabienia przekroju belki szczeliną.

Do analizy przyjęto model belki obciążonej ciężarem warstw nadległych oraz uwzględniono ciężar własny belki.

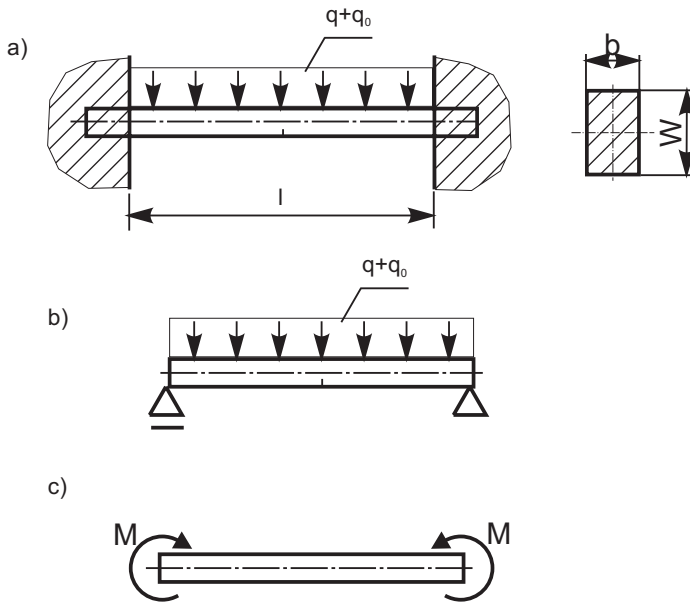
Nadano sprężyste własności odkształceniowe górotworu. Jako parametr wytrzymałościowy przyjęto granicę wytrzymałości na zginanie.

Założono, że w połowie długości belki, na jej brzegu powstała szczelina o kształcie elipsy i wymiarach: półoś dłuższa a , oś krótsza c (rys. 1). Szczelina powoduje zaburzenie istniejącego stanu równowagi konstrukcji, co może stać się przyczyną utraty stateczności belki (pęknięcie i złamanie) oraz ogniskiem wstrząsów i drgań propagujących na zewnątrz.

Ocenę stopnia zagrożenia przeprowadzono na podstawie wartości bezwymiarowego współczynnika koncentracji naprężenia, zdefiniowanego jako iloraz wielkości lokalnego naprężenia na ściankach szczeliny w wierzchołku do naprężenia panującego w konstrukcji poza obszarem zaburzonym szczeliną.

3. Konstrukcja i parametry modelu obliczeniowego

Model belki pokazano na rysunku 2. Jest to belka obustronnie utwardzona, obciążona równomiernie rozłożonym ciężarem nadkładu q oraz własnym ciężarem q_0 . Długość belki wynosi l , wysokość W . Przekrój belki jest prostokątny o wymiarach $b \cdot W$. Wartości liczbowe zestawiono w tabeli 1.



Rys. 2. Model belki, a) złożony, b) prosty I, c) prosty II

TABELA 1

długość l , m	wysokość W , m	obciążenie nadkładem q , MN/m	obciążenie ciężarem własnym q_0 , MN/m	długość szczeliny $2a$, m
100	60	25	1,5	od 0,2 do 3,0 m

Szczelina powoduje zmniejszenie powierzchni czynnego przekroju oraz zmniejszenie wartości momentu bezwładności przekroju poprzecznego belki. To niekorzystne zjawisko ilościowo opisano współczynnikiem koncentracji naprężenia K .

$$K = \frac{\sigma_{rz}}{\sigma_n} \quad (1)$$

gdzie:

- σ_{rz} — naprężenie na ścianie szczeliny w wierzchołku,
- σ_n — naprężenie poza obszarem szczeliny.

Wartość współczynnika koncentracji zależy od kilku czynników, z których największy wpływ mają:

- wielkość naprężenia poza obszarem szczeliny,
- wymiary szczeliny,
- układ geometryczny szczeliny (kształt i orientacja względem kierunku obciążenia).

W równaniach układ geometryczny szczeliny reprezentuje odpowiedni współczynnik.

Rozpatrywany model belki, z mechanicznego punktu widzenia, należy do klasy modeli jednokrotnie statycznie niewyznaczalnych. Rozwiązanie modelu, polegające na wyznaczeniu funkcji rozkładu momentu zginającego i równania linii ugięcia, przedstawiono w [17].

4. Współczynnik koncentracji naprężenia w obszarze szczeliny

Współczynnik koncentracji wyznaczono, stosując zasadę superpozycji. Model wyjściowy został zastąpiony dwoma modelami prostymi (rys. 2). Ponieważ obydwie proste obciążenia działające w płaszczyźnie głównej modelu – jest to płaszczyzna pionowa przechodząca przez oś podłużną belki – generują naprężenia tego samego typu i o tych samych kierunkach działania (rozciągające przekrój poniżej osi obojętnej belki), model złożony (rys. 2a) zastąpiono dwoma modelami prostymi I i II (rys. 2b i 2c).

Model prosty I – belka dwustronnie podparta równomiernie obciążona.

Współczynnik koncentracji naprężenia dla takiego modelu [6] opisuje zależność

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} F\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2)$$

gdzie:

- σ — naprężenie poza szczeliną,
- a — połowa dłuższej osi elipsy szczeliny,
- W — wysokość belki,

$F\left(\frac{a}{W}\right)$ — funkcja kształtu modelu belki [6]

Funkcja kształtu modelu belki ma postać

$$F\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1,99 - \beta(1-\beta)(2,15 - 3,93\beta + 2,7\beta^2)}{(1+2\beta)(1-\beta)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

gdzie: $\beta = \frac{a}{W}$

Model prosty II – belka obciążona na końcach momentami zginającymi.

Współczynnik koncentracji naprężenia dla takiego modelu [6] opisuje zależność

$$K = C_1 + C_2 \cdot \left(\frac{a}{W}\right) + C_3 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^2 + C_4 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^3 \quad (4)$$

gdzie: C_1, C_2, C_3, C_4 – funkcje zależne od a/r .

Jeśli a/r zawiera się w granicach: $0,5 \leq a/r \leq 2,0$, to funkcje $C_1 - C_4$ obliczamy ze wzorów

$$\begin{aligned} C_1 &= 1,795 + 1,481 \cdot \left(\frac{a}{r}\right) - 0,211 \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^2 \\ C_2 &= -3,544 - 3,677 \cdot \left(\frac{a}{r}\right) + 0,578 \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^2 \\ C_3 &= 5,459 + 3,691 \cdot \left(\frac{a}{r}\right) - 0,565 \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^2 \\ C_4 &= -2,678 - 1,531 \cdot \left(\frac{a}{r}\right) + 0,205 \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Jeśli a/r zawiera się w granicach: $2,0 \leq a/r \leq 20,0$, to funkcje $C_1 - C_4$ obliczamy ze wzorów

$$\begin{aligned} C_1 &= 2,966 + 0,502 \cdot \left(\frac{a}{r}\right) - 0,009 \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^2 \\ C_2 &= -6,475 - 1,126 \cdot \left(\frac{a}{r}\right) + 0,019 \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^2 \\ C_3 &= 8,023 + 1,253 \cdot \left(\frac{a}{r}\right) - 0,02 \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^2 \\ C_4 &= -3,572 - 0,634 \cdot \left(\frac{a}{r}\right) + 0,01 \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Wielkość naprężenia opisuje wzór

$$\sigma_{\max} = K \cdot \sigma_n \quad \sigma_n = \frac{6 \cdot M}{B \cdot (W - a)^2} \quad (7)$$

gdzie:

- σ_n — naprężenie poza szczeliną,
- M — moment obciążający belkę,
- B — grubość modelu, $B = 1$ m.

5. Algorytm obliczeń

Wartość współczynnika koncentracji naprężenia jest zależna od wymiarów belki (długość l , wysokość W i szerokość B przekroju poprzecznego), wymiarów ($2a$, c), kształtu i układu szczeliny w przekroju, obciążenia konstrukcji belki oraz od wielkości ujmujących relacje między niektórymi parametrami, np. a/W , a/r , gdzie r jest promieniem krzywizny wierzchołka szczeliny (*Griffith theory*).

Do obliczeń zbudowano pakiet programu MO Excel. Najpierw obliczono wielkość obciążenia modeli, czyli w przypadku modelu prostego I wartość siły równomiernie rozłożonej wzdłuż belki q i q_0 i momentu zginającego dla modelu prostego II. Wielkość siły oszacowano z przyjętej głębokości $H = 1000$ m i średniej wartości ciężaru objętościowego nadkładu $\gamma = 0,025$ kN/m³. Wielkość momentu zginającego przyjęto jako wartość momentu utwierdzenia w modelu złożonym $M_{\max} = \frac{(q + q_0) \cdot l^2}{12}$.

Poszukiwanym rozwiązaniem jest zależność między rozmiarami szczeliny i wielkościami współczynnika koncentracji naprężenia (wzory 2 i 4).

Obliczenia przeprowadzono, przyjmując zakres zmienności parametru a/r w granicach od zera do 15. Było to uwarunkowane zakresem obowiązywania wzorów (5) i (6). Natomiast zakres wartości a/W przyjęto w granicach od 0 do 0,05, czyli długość szczeliny wynosiła maksymalnie 3 m, co stanowiło 5% wysokości przekroju poprzecznego belki. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 2 oraz przedstawiono na rysunkach 3 i 4.

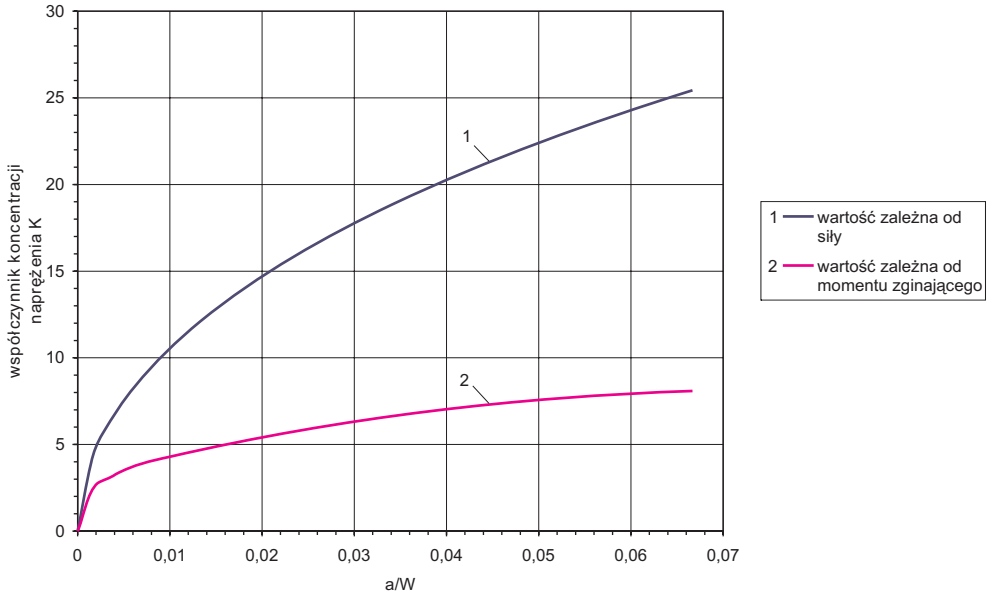
6. Analiza wyników i wnioski

Rysunek 3 przedstawia rozkład wartości współczynników koncentracji w zależności od parametru a/W . Z obliczeń (tab. 3) wynika, że zmiana długości szczeliny do 3 m spowoduje wzrost współczynników koncentracji do około 7,5 (w przypadku modelu obciążonego momentem zginającym) i około 22 (w przypadku modelu obciążonego równomiernie rozłożoną siłą).

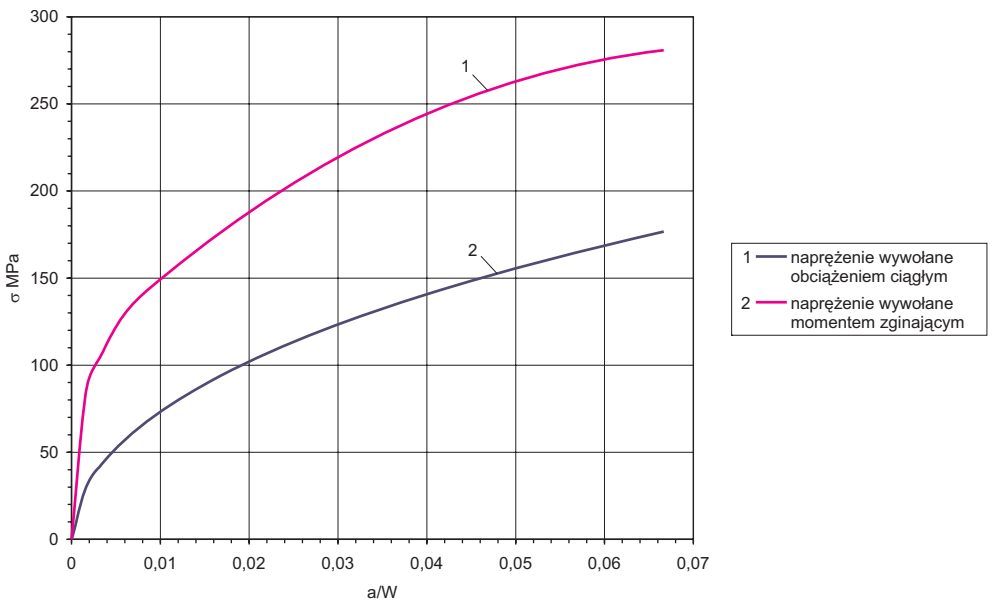
Rysunek 4 przedstawia rozkład wielkości, będących iloczynami współczynników koncentracji i wartości naprężenia σ (1) obliczonych dla obydwu modeli prostych.

TABELA 2

Długość szczyteliny a m	Stosunek a/r	Stosunek a/W	Stała C_1	Stała C_2	Stała C_3	Stała C_4	Współczynniki koncentracji naprężenia			Funkcja kształtu $F(a/W)$
							K_1 zginanie siłą ciągłą	K_2 zginanie momentem		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,2	1	0,003333	3,065	-6,643	8,585	-4,004	6,14813	3,04295		1,11690
0,4	2	0,006667	3,913	-8,586	10,581	-4,92	8,65058	3,85623		1,11123
0,6	3	0,01	4,391	-9,682	11,602	-5,384	10,54213	4,29533		1,10571
0,8	4	0,013333	4,83	-10,675	12,715	-5,948	12,11392	4,68991		1,10034
1,0	5	0,016667	5,251	-11,63	13,788	-6,492	13,47957	5,06097		1,09512
1,2	6	0,02	5,654	-12,547	14,821	-7,016	14,69779	5,40893		1,09006
1,4	7	0,023333	6,039	-13,426	15,814	-7,52	15,80374	5,73424		1,08513
1,6	8	0,026666	6,406	-14,267	16,767	-8,004	16,82050	6,03732		1,08035
1,8	9	0,03	6,755	-15,07	17,68	-8,468	17,76423	6,31858		1,07572
2,0	10	0,033333	7,086	-15,835	18,553	-8,912	18,64682	6,57845		1,07122
2,2	11	0,036666	7,399	-16,562	19,386	-9,336	19,47729	6,81733		1,06685
2,4	12	0,04	7,694	-17,251	20,179	-9,74	20,26273	7,03562		1,06262
2,6	13	0,043333	7,971	-17,902	20,932	-10,124	21,00882	7,23373		1,05853
2,8	14	0,046666	8,23	-18,515	21,645	-10,488	21,72019	7,41204		1,05456
3,0	15	0,05	8,471	-19,09	22,318	-10,832	22,40071	7,57094		1,05072



Rys. 3. Rozkład wartości współczynnika koncentracji naprężenia w zależności od stosunku a/W



Rys. 4. Rozkład naprężenia w obszarze szczeliny

TABELA 3

Współczynniki koncentracji naprężenia		Wartość naprężenia MPa	
K_1 zginanie siłą ciąglą	K_2 zginanie momentem	$\sigma_{rz1} = K_1 \sigma_n$	$\sigma_{rz2} = K_2 \sigma_n$
0	0	0	0
6,14813	3,04295	105,6581	42,6953
8,65058	3,85623	133,8968	60,0735
10,54213	4,29533	149,1436	73,2092
12,11392	4,68991	162,8442	84,1244
13,47957	5,06097	175,7280	93,6081
14,69779	5,40893	187,8101	102,0680
15,80374	5,73424	199,1056	109,7482
16,82050	6,03732	209,6291	116,8090
17,76423	6,31858	219,3953	123,3627
18,64682	6,57845	228,4184	129,4918
19,47729	6,81733	236,7128	135,2590
20,26273	7,03562	244,2925	140,7134
21,00882	7,23373	251,1711	145,8946
21,72019	7,41204	257,3625	150,8346
22,40071	7,57094	262,8799	155,5605

Przy wartości $\sigma_n = 7$ MPa dla modelu prostego I, i $\sigma_n = 35$ MPa dla modelu prostego II, wartości naprężeń w obrębie szczeliny wykazują znaczny wzrost odpowiednio do 260 MPa i 155 MPa.

Można wnioskować, że proces propagacji szczeliny wchodzi w fazę rozwoju dynamicznego. W pracy [17] otrzymano podobne wyniki. Rozwój procesu zniszczenia zapoczątkowała szczelina o długości 5 m.

LITERATURA

- [1] *Kasprzyk S.*: Dynamika układów ciągłych, Wydawnictwa AGH, Kraków 1994
- [2] *Kleczek Z.*: Geomechanika górnicza, Śląskie Wydawnictwo Techniczne, Katowice 1994
- [3] *Kleczek Z.*: Koncepcja zwalczania zagrożenia wysokoenergetycznymi wstrząsami górotworu w kopalniach LGOM, CUPRUM, nr 15, Wrocław 2000
- [4] *Kleczek Z., Zorychta A.*: Wstrząsy górotworu i tąpnięcia w kopalniach rud miedzi LGOM, Międzynarodowa Konferencja Naukowa „GÓRNICtwo 2000”, Gliwice 1999
- [5] *Ozog T.*: Ugięcie stropu przy uwzględnieniu sił ścinających, praca doktorska, AGH, 1964
- [6] *Pilkey W.D.*: Formulas for Stress, Strain and Structural Matrices, Second Edition, John Wiley & Sons Inc. Hoboken, New Jersey 2005 (www.wiley.com)
- [7] Praca zbiorowa: Monografia KGHM Polska Miedź S.A., Wydawnictwo CBPM „Cuprum”, Lubin 1996
- [8] *Saustowicz A.*: Mechanika górotworu, Wydawnictwo Górnico-Hutnicze, Katowice 1955
- [9] *Walczak J.*: Wytrzymałość materiałów oraz podstawy teorii sprężystości i plastyczności, PWN, Warszawa 1977
- [10] *Wang C.H.*: Introduction to Fracture Mechanics, <http://www.google.pl/search?q=Wang+C.H.+Introduction+to+Fracture+Mechanics&ie=utf-8&oe=utf-8&aq=t&rls=org.mozilla:pl:official&client=firefox-a>
- [11] *Wosz R.*: Ugięcie stropu bezpośredniego i zasadniczego przy eksploatacji złoża systemem komorowo-filarowym z ugięciem stropu, „Górnictwo” (kwartalnik AGH) 2000, z. 4
- [12] *Wosz R.*: Ugięcie stropu zasadniczego przy eksploatacji złoża systemem komorowo-filarowym z ugięciem stropu z uwzględnieniem siły oporu na kontakcie warstw, „Górnictwo” (kwartalnik AGH) 2002, z. 2
- [13] *Wosz R.*: Ugięcie stropu bezpośredniego i zasadniczego przy eksploatacji złoża systemem komorowo-filarowym z ugięciem stropu – równanie linii ugięcia wspornika stropu zasadniczego, „Górnictwo i Geoinżynieria” (kwartalnik AGH) 2003, z. 2
- [14] *Wosz R.*: Wpływ sposobu ugięcia warstw stropowych na koncentrację wyteżenia górotworu. „Górnictwo i Geoinżynieria” (kwartalnik AGH) 2003, z. 3–4
- [15] *Wosz R.*: Ugięcie stropu bezpośredniego i zasadniczego nad eksploatowanym złożem – wytrzymałościowy warunek zniszczenia według hipotezy Burzyńskiego, „Górnictwo i Geoinżynieria” (kwartalnik AGH) 2004, z. 2
- [16] *Wosz R.*: Ugięcie stropu nad eksploatowanym złożem rud miedzi LGOM – wpływ wartości współczynnika eksploatacji na powstanie stref odciążenia między warstwami stropowymi, „Górnictwo i Geoinżynieria” (kwartalnik AGH) 2006, z. 3
- [17] *Wosz R.*: Ugięcie stropu bezpośredniego i zasadniczego nad eksploatowanym pokładem – powstanie i propagacja szczeliny wywołanej momentem pary sił, „Górnictwo i Geoinżynieria” (kwartalnik AGH) 2008, z. 3