

*Wiktor Filipek**

**SYMULACJA NUMERYCZNA
POWOLNYCH PRZEPLYWÓW PŁYNÓW
W OŚRODKU POROWATYM
UTWORZONYM PRZEZ REGULARNY UKŁAD
MAKROSKOPOWYCH KUL****

1. Wstęp

Ośrodek porowaty jako układ dwufazowy ciało stałe–płyn, składa się ze szkieletu oraz z wolnej przestrzeni, przez którą przepływa płyn. Część stała ośrodka porowatego w postaci szkieletu może być pochodzenia naturalnego lub sztucznego. Przestrzenie wolne, zwane przestrzenią porową, tworzą w ośrodku porowatym skomplikowaną i najczęściej nieregularną sieć kanalików i połączeń (rys. 1).



Rys. 1. Replika przestrzeni porowej w piaskowcu [4]

Wygląd repliki (rys. 1) [4] pokazuje poziom skomplikowania przestrzeni porowej i uświadamia, jak trudno jest opisać tego typu kształt geometryczny czy też zdefiniować pojęcie kanału porowego. Przepuszczalność ośrodka porowatego dla cieczy i gazów,

* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii

** Praca własna nr 11.11.100.207

powierzchnia właściwa czy porowatość zależne są od kształtu i wielkości kanałów porowych. Jak wykazali Irmay [2] oraz Stark [11] przepuszczalność ośrodka porowatego zależy przede wszystkim od kształtu kanałów porowych. Stacjonarne zawirowania oraz obszary zastoju powstają już przy bardzo małych prędkościach przepływu, nawet przy $Re \ll 1$ [3, 7, 10, 13, 14] zwiększają opory przepływu.

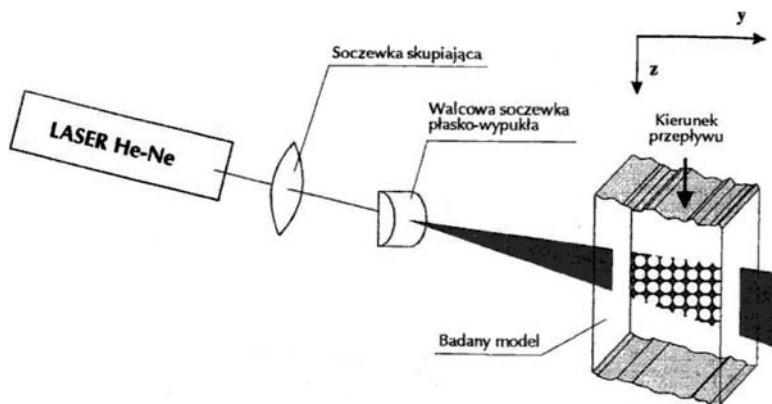
W przepływach przez ośrodki porowate o większych wymiarach ziaren rzędu milimetrów [8, 9] zjawiska hydrodynamiczne odgrywają większą rolę niż zjawiska fizykochemiczne na granicy faz, które natomiast mają istotne znaczenie w przepływach cieczy przez ośrodki o bardzo małych wymiarach porów lub ziaren mniejszych od kilku dziesiątych milimetra. Podział porów według ich wielkości jest sprawą umowną, różni autorzy biorą pod uwagę różne kryteria: wielkość kanałów porowych, kształt porów, działanie sił kapilarnych, własność sorpcyjną ośrodka, pochodzenie geologiczne czy metody badania struktury porowej. Badania przeprowadzone przez P.M. Adlera [1] i A.C. Payatakesa [6] z zastosowaniem trójwymiarowego mikroskopu elektronowego sprzężonego z komputerem wykazały, że rozmieszczenie elementów struktury porowej, a także ich kształt jest różnorodny i całkowicie przypadkowy, a główną cechą kanałów są nagłe zmiany przekroju.

W niniejszym artykule autor stara się zaprezentować możliwości zastosowania obliczeń numerycznych w zagadnieniach przepływu płynu przez środek porowaty o zadanej strukturze topologicznej. Zbudowano w tym celu wirtualny ośrodek porowaty symulujący rzeczywisty ośrodek poddany badaniu eksperymentalnemu. Należy w tym miejscu zaznaczyć, że autor tego artykułu nie przeprowadzał żadnego eksperymentu ani nie brał udziału w budowaniu stanowiska do jego realizacji. Wszystkie zamieszczone dane odnoszące się do przeprowadzonego eksperymentu zostały zaczerpnięte z pracy Lasowskiej [5].

Na podstawie wyników przeprowadzonych symulacji numerycznych przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty starano się stwierdzić, czy wyniki te są podobne do tych uzyskanych z modelu doświadczalnego, jak również znaleźć parametry określające obszar, w którym można zastąpić rzeczywisty przepływ symulacją komputerową, otwierając tym samym drogę do lepszego poznania zjawisk zachodzących w trakcie przepływu płynu przez rozważany ośrodek porowaty.

2. Opis ośrodka porowatego poddanego badaniu eksperymentalnemu

Urządzenie (rys. 2) wyposażone było w permeametr (tj. urządzenie do wyznaczania przepuszczalności ośrodka porowatego) w kształcie prostopadłościanu. Permeametr wypełniono w eksperymencie kulami o średnicy 1,92 cm. Liczba kul w omawianym eksperymencie wynosiła 64 w układzie symetrii regularnej. Zarówno permeametr, jak i kule wykonane były z pleksiglasu. Sekcja wlotowa permeametru posiadała siatkę z pleksiglasu oraz filtr z balotiny szklanej (tj. zbiór szklanych kawałków) o średnicy 1 mm w celu wyrównania wejściowych profili prędkości. Permeametr przymocowano do stolika mikroskopowego umieszczonego na ławie optycznej razem z układem optycznym do formowania wiązki laserowej. Wizualizację przepływu prowadzono w środkowej części permeametr, przecinając przestrzeń porową tzw. **nożem laserowym** (tj. odpowiednio wyprofilowaną przez układ optyczny wiązką laserową) pod różnymi kątami.



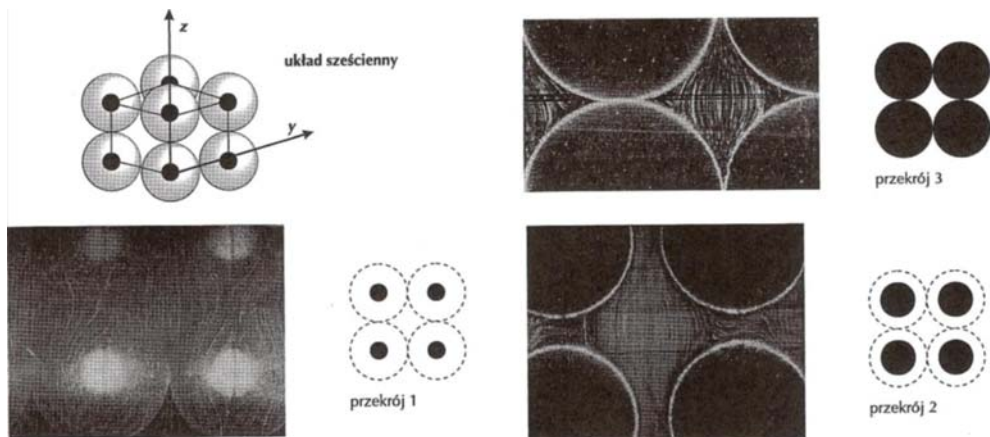
Rys. 2. Układ optyczny do wizualizacji przepływu w ośrodku porowatym stosowany przez A. Lasowską [5]

Z uwagi na konieczność skompensowania kąta załamania światła przy przejściu wiązki promienia lasera z pleksiglasu do płynu i na odwrót konieczne było zastosowanie tzw. **cieczy immersyjnej**. Była to przezroczysta ciecz o odpowiednio dobranym współczynniku załamania światła, gęstości $\rho = 1,21 \text{ g/cm}^3$ i lepkość $10 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ będąca roztworem wodnym gliceryny z zawartością 30–40% rodanku amonu. Eksperyment przeprowadzono w pomieszczeniu klimatyzowanym w celu zachowania stałości właściwości fizycznych cieczy immersyjnej. Na podstawie zadanego wydatku dla przepływu laminarnego wyznaczono z prędkości filtracji i średnicy kul liczbę Reynoldsa. Otrzymano wartości liczby Re zawierające się w zakresie od 0,001 do ok. 3. Aby otrzymać ustalone obrazy przepływu, eksperymenty prowadzono zwykle do 10, a nawet do 40 godzin. Po dwóch godzinach od zadania gradientu ciśnienia wizualizowane obrazy przepływu były ustalone i te wybierano do analizy. Ekspozycja wizualizowanych obrazów przepływu wynosiła od 20 minut nawet do jednej godziny.

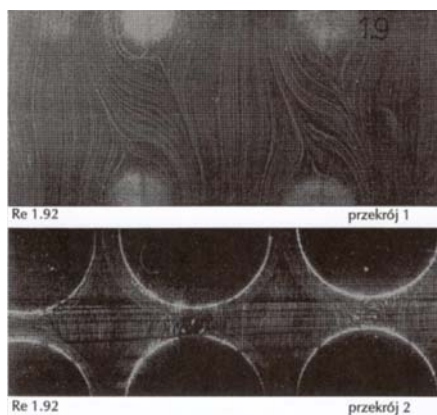
3. Prezentacja wyników eksperymentalnych otrzymanych przez A. Lasowską

Przedstawione wyniki badań eksperymentalnych uzyskane zostały przez A. Lasowską [5]. Poniżej omówione są skrótowo wyniki tych badań.

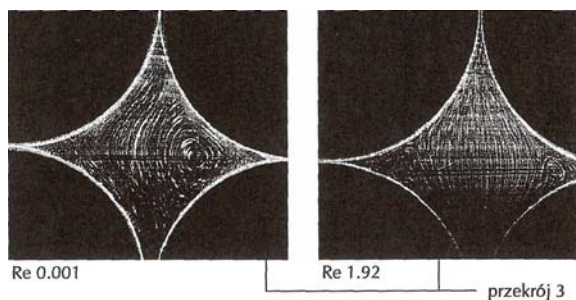
W rozpatrywanym układzie regularnym kule umieszczone są w narożach sześciangu. Między kulami powstaje prostoliniowy układ kanałów o asteroidalnym, a zarazem zmiennym przekroju. Jeśli przepływ odbywa się pod niezerowym kątem w stosunku do głównych osi symetrii, wówczas występuje wymiana cieczy pomiędzy poszczególnymi kanałami, czego nie możemy zaobserwować przy przepływie w kierunku jednej z osi głównych. Przepływ realizowano w kierunku głównej osi symetrii z , w trzech równoległych względem siebie przekrojach. Przekrój 1 znajdował się w najszerszym miejscu kanału porowego na styku kul, przekrój 2 w miejscu pośrednim kanału porowego, natomiast przekrój 3 w najwęższym miejscu kanału porowego.



Rys. 3. Przykład zastosowania noża laserowego w układzie regularnym, w przekrojach równoległych do płaszczyzny y - z , według A. Lasowskiej [5]



Rys. 4. Obrazy przepływu ilustrujące wymianę cieczy pomiędzy kanałami w układzie sześciennym kul według A. Lasowskiej [5]



Rys. 5. Stacjonarne wiry w układzie sześciennym kul w przekroju 3 według A. Lasowskiej [5]

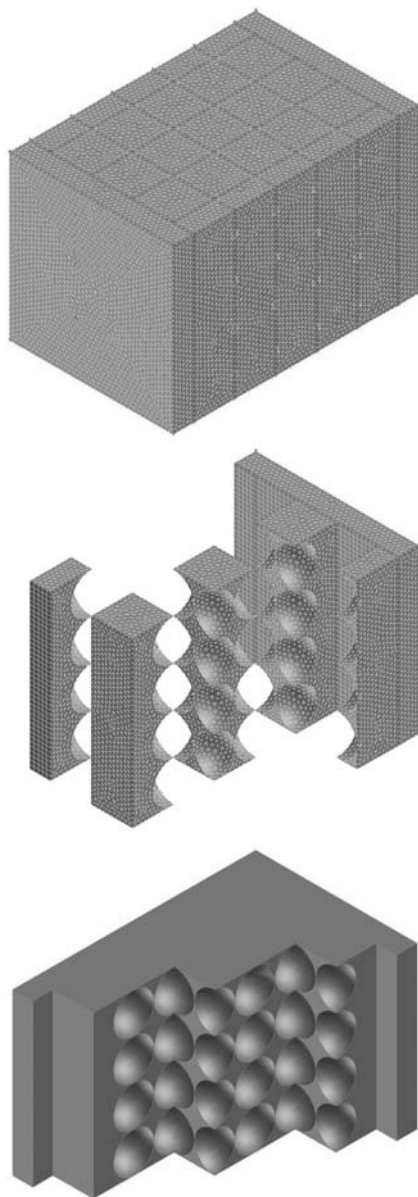
Zamieszczone powyżej kopie fotografii (rys. 3–5) autorstwa A. Lasowskiej [5] obrazują linie prądu w trzech przekrojach. Dodatkowo rysunek 5 pokazuje zmianę kształtu stacjonarnych wirów dla dwóch różnych wartości liczby Reynoldsa. Analizując obrazy przepływu w układzie regularnym, w swojej pracy doktorskiej A. Lasowska wyciągnęła następujące wnioski:

1. *W zakresie przepływu laminarnego, stacjonarnego, obrazy linii prądu zmieniają się za wzrostem liczby Reynoldsa.*
2. *Wizualizowane obrazy przepływu nie posiadają symetrii względem głównej osi krystalograficznej z. Obserwuje się w związku z tym asymetrię przepływu w pojedynczych porach. Asymetria ta wskazuje na wymianę cieczy pomiędzy kanałami, która występuje nawet przy najmniejszych prędkościach filtracji i wzrasta z jej zwiększaniem się. Widać to na obrazach przepływu w wizualizowanych przekrojach przedstawionych na rysunkach 3 i 4.*
3. *W pobliżu styku kul w przekroju 3 powstają stacjonarne duże wiry w różnych miejscach przestrzeni porowej. Wielkość tych wirów maleje ze wzrostem liczby Reynoldsa do wartości Re 0,7. Jednakże przy dalszym wzroście prędkości do Re 2 wielkość stacjonarnych wirów pozostających w klinach pomiędzy kulami nie zmienia się, natomiast zwiększa się ich natężenie.*
4. *Obrazy przepływu dla najszerszego przekroju porowego (w tym układzie przekrój 1) pokazują, że ze wzrostem prędkości następuje coraz większa wymiana cieczy pomiędzy kanałami.*
5. *Na obrazach przepływu w przekroju drugim widać formowanie się przepływu poprzeczno-pomiędzy kulami. Ze wzrostem prędkości krętość oderwanych strug wzrasta i w pewnych miejscach tworzą się bardzo małe wiry widoczne dla $Re = 1,92$ dla przekroju 2 (rys. 4).*

4. Model ośrodka porowatego zastosowany do obliczeń numerycznych

Tworząc wirtualny ośrodek porowaty (rys. 6), starano się dokładnie odtworzyć jego model rzeczywisty użyty do badań eksperymentalnych. Tak więc zbudowano go z 64 kul o średnicy 1,92 cm w układzie regularnym. Przyjęty wirtualny płyn do obliczeń posiadał podobne własności fizyczne (gęstość $1,21 \text{ g/cm}^3$, lepkość $10 \text{ mPa}\cdot\text{s}$) jak płyn rzeczywisty użyty do badań eksperymentalnych. Jednak w trakcie tworzenia siatki numerycznej okazało się, że budowa takiego ośrodka nie będzie prosta. Nie wystarczyło wziąć sześcian o odpowiedniej geometrii i wyciąć w nim puste przestrzenie po kulach. Dostępny program Gambit, który zastosowano do generowania sieci, nie radził sobie z taką przestrzenią prawdopodobnie z uwagi na fakt, że odpowiednie powierzchnie stykały się punktowo. Musiano więc cały wirtualny ośrodek zbudować z 27 elementów, dla których możliwe było wygenerowanie siatki numerycznej. Elementarne objętości posiadały pewne powierzchnie wspólne powstałe w wyniku łączenia ich w celu zbudowania pożądanego sześcianu. To pociągało za sobą zdefiniowanie olbrzymiej liczby tzw. „powierzchni wewnętrznych” oraz tzw. „ścian” w rozumieniu numerycznym (ok. 1000). Na „wejściu” i „wyjściu” dodano po jednej „elementarnej objętości”, aby uzyskać tylko jedną powierzchnię, przez którą płyn dopływał do ośrodka porowatego oraz jedną powierzchnię, przez którą wypływa. To ułatwiało sprawę definiowania warunków brzegowych rozważanego wirtualnego ośrodka

porowatego. Pominęto jedynie obszar siatki z pleksiglasu oraz filtr z balotiny z uwagi na niemożność ich wirtualizacji, pamiętając jednocześnie, że jedynym ich celem było wyrównanie rozkładu prędkości na całej powierzchni, co można uzyskać, definiując odpowiednio warunki brzegowe.



Rys. 6. Wirtualny model ośrodka porowatego

5. Symulacja numeryczna przepływu płynu przez ośrodek porowaty

Badając eksperymentalnie przepływ płynu przez rzeczywisty ośrodek porowaty zbudowany z kulek w układzie regularnym, przyjęto obszar badawczy zawarty między $Re = 0,001$ a $Re = 3$. Taki interwał liczb Reynoldsa odpowiada prędkościom w zakresie $0,00023$ – $0,69$ m/s. Po krótkich rozważaniach przyjęto dyskretny obszar wartości prędkości, który zdefiniowany został rekurencyjnie

$$v_0 = 0,0002 \text{ m/s} \quad (1)$$

$$v_i = 2 \cdot v_{i-1} \text{ m/s}; \quad i = 1, 2, \dots, 11 \quad (2)$$

Otrzymano więc wartości odpowiadające dwunastu różnym prędkościom dopływu płynu do symulowanego przepływu przez ośrodek porowaty. Biorąc kolejne wartości z zadanego przedziału i traktując je jako wartość prędkości na płaszczyźnie, przez którą płyn dopływa do rozpatrywanego wirtualnego ośrodka porowatego, można było zdefiniować warunek brzegowy na wejściu. Dla drugiego warunku brzegowego na wyjściu, gdzie płyn wypływa, przyjęto wartość ciśnienia zawsze równą zero Pa. Następnie przystąpiono do liczenia przepływu z wykorzystaniem programu Fluent przy założeniu laminarnego przepływu. Pierwszą próbę podjęto dla sieci numerycznej wygenerowanej przy założeniu podziału najkrótszej krawędzi danej **elementarnej objętości** na pięć równych elementów. Tak przyjęte kryterium siatki wygenerowanej przez program GAMBIT pozwoliło jedynie na symulację przepływu tylko dla ośmiu pierwszych wartości prędkości dopływu płynu. Dla następnych wartości, ze względu na niespełnienie przyjętego jako kryterium warunku ciągłości symulacja nie została ukończona. Wyniki nieznacznie się poprawiły, gdy wygenerowano siatkę przy założeniu podziału najkrótszej krawędzi na 10 równych elementów. W tym przypadku udało się uzyskać symulację przepływu dla dziesięciu wartości prędkości.

Kolejne zagęszczenie sieci nie zostało wykonane z uwagi na brak wystarczającej ilości pamięci RAM w komputerze. Okazało się, że 8 GB RAM jest to za mało do przeprowadzenia takich symulacji. Dlatego prezentowane wyniki oparto na danych z symulacji przeprowadzonej przy wykorzystaniu sieci wygenerowanej na podstawie podziału najkrótszej krawędzi danej **elementarnej objętości** na 10 równych części. Wygenerowana w ten sposób sieć zawierała ponad kilkadziesiąt milionów węzłów.

6. Analiza wyników otrzymanych z symulacji numerycznej przepływu płynu przez ośrodek porowaty

Wyniki otrzymanych symulacji numerycznych przepływu płynu przez ośrodek porowaty przedstawiono za pomocą wybranych trzech płaszczyzn zarówno równoległych, jak i prostopadłych do głównego kierunku przepływu. Płaszczyzna I przecina wirtualny ośrodek porowaty w ten sposób, że przepływ jest realizowany całą jej powierzchnią, czyli

płaszczyzna cięcia nigdzie nie przecina wewnętrznego obszaru kul, lecz tylko punktami styka się z nimi. Płaszczyzna III w przeciwieństwie do I jest tak usytuowana w przestrzeni, że przecina wirtualny ośrodek porowaty, przechodząc przez środki kul. Natomiast płaszczyna II leży dokładnie pośrodku I i III i jest do nich równoległa. Otrzymano więc dwie trójki płaszczyzn prostopadłych lub równoległych do kierunku przepływu.

Analizę wyników symulacji przepływu przez ośrodek porowaty zaczniemy od zaprezentowania linii prądu dla przekroju III w płaszczyźnie równoległej do kierunku przepływu (rys. 7).

Widzimy, że otrzymane obrazy linii prądu przybierają różną postać w zależności od liczby Reynoldsa zdefiniowanej na podstawie prędkości filtracji i średnicy kul. Idąc od najmniejszych wartości liczby Reynoldsa, można zaznaczyć, że kształt linii prądu sugerujący powstanie jądra wiru w danym miejscu przesuwają się wraz z kierunkiem przepływu w miarę wzrostu jego natężenia.

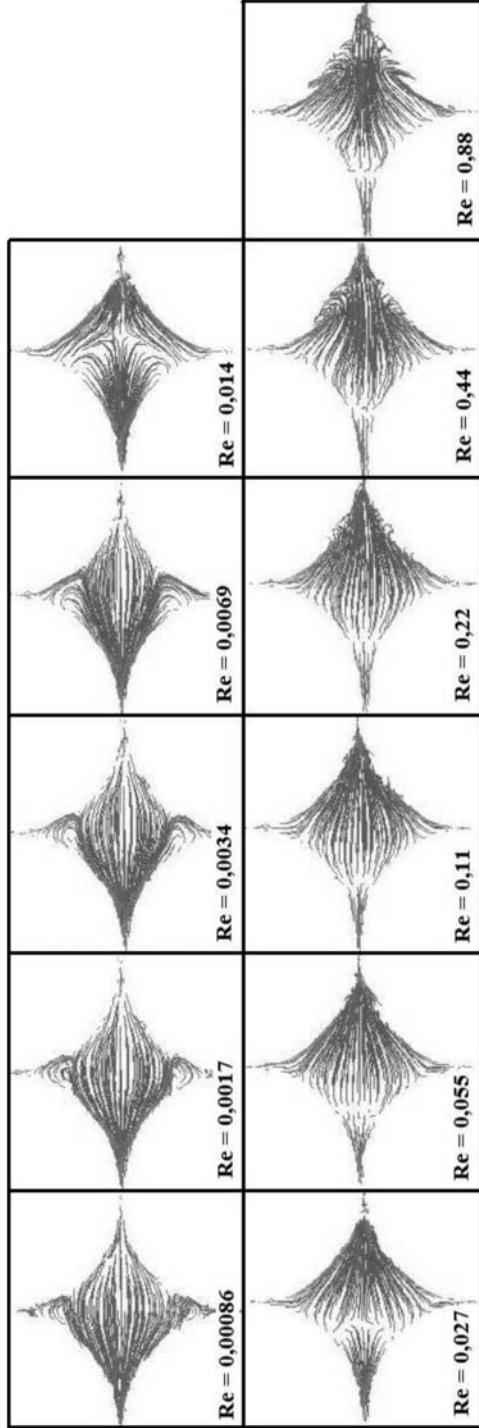
Dla małych wartości Re jądro wiru ulokowane jest dokładnie w środku szczeliny między okręgami powstałymi w wyniku przecięcia płaszczyzny daną kulą, obustronnie na osi prostopadłej do kierunku przepływu. Wraz ze wzrostem natężenia przepływu, a co za tym idzie również wartością liczby Re , oś wiru przemieszcza się zgodnie z kierunkiem osi przepływu w pobliżu powierzchni kuli. Gdy wartość liczby Re rośnie, zaczynają pojawiać się wiry po drugiej stronie omówionej wcześniej osi prostopadłej do kierunku przepływu. W miarę wzrostu przepływu jądro tego wiru zaczyna wędrować w kierunku szczeliny między okręgami. Zaobserwować to można również, analizując rysunek 9 dla powierzchni II i III.

Zajmijmy się teraz ruchem płynu zachodzącym prostopadle do głównego kierunku przepływu (rys. 8). Przedstawiono to za pomocą wirowości pola prędkości, co jest bardziej wiarygodne. Mówienie o liniach prądu na danej powierzchni w przypadku gdy rozpatrujemy obiekt 3D, wiąże się z pewną nieściśłością. Linia prądu co prawda wychodzi z rozpatrywanej powierzchni, ale później może daleko się od niej odsunąć, a na płaszczyźnie otrzymujemy tylko jej rzut. To powoduje oczywiste zafałszowanie obrazu otrzymanych wyników.

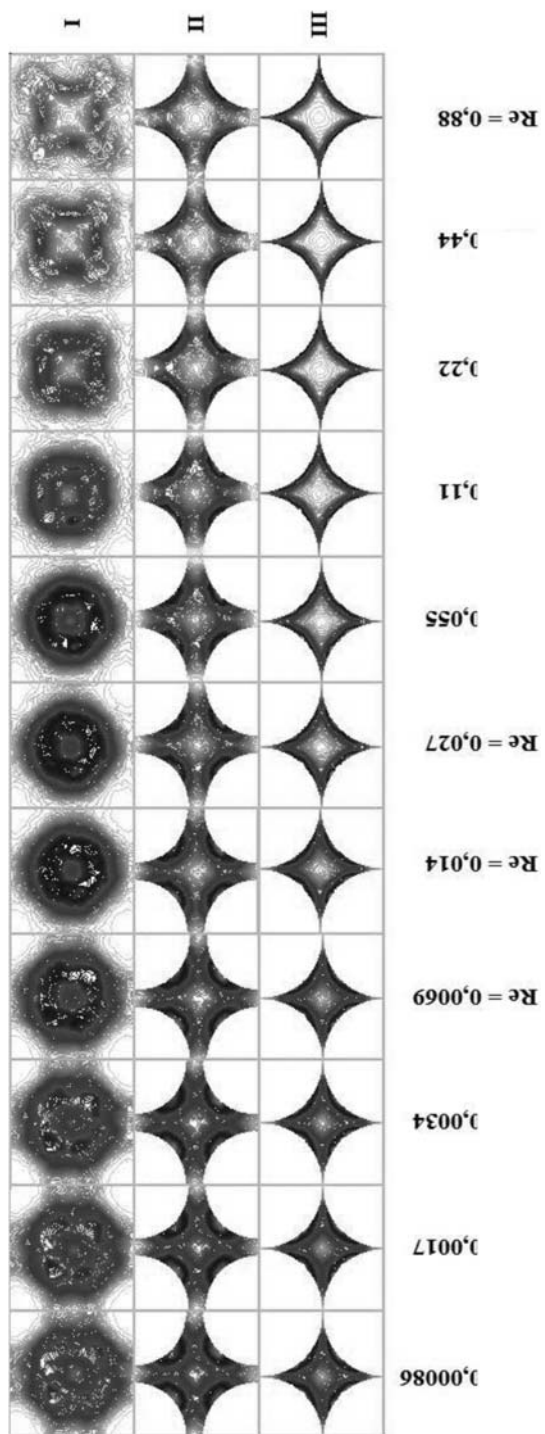
Patrząc na I płaszczyznę, widzimy, że wirowość pola prędkości przybiera postać okręgów, co staje się coraz bardziej wyraźne, gdy liczba Re dąży do $\sim 0,027$, a następnie stopniowo efekt ten zanika. Dla małych wartości liczby Re gradient zmian wirowości jest niewielki pomiędzy poszczególnymi pierścieniami, a można nawet zasugerować, że granice tych okręgów są rozmyte. Wraz ze wzrostem natężenia przepływu gradient pomiędzy pierścieniami rośnie, aby potem znowu spaść, powodując stopniowe rozmycie.

W przypadku II i III płaszczyzny widzimy wyraźnie zmniejszanie się obszaru objętego wirowością wraz ze wzrostem natężenia przepływu. Powstawanie wirów przy powierzchni kuli jest wyraźnie tłumione. Co ciekawe, centra tych wirów nie zależą od wielkości liczby Re .

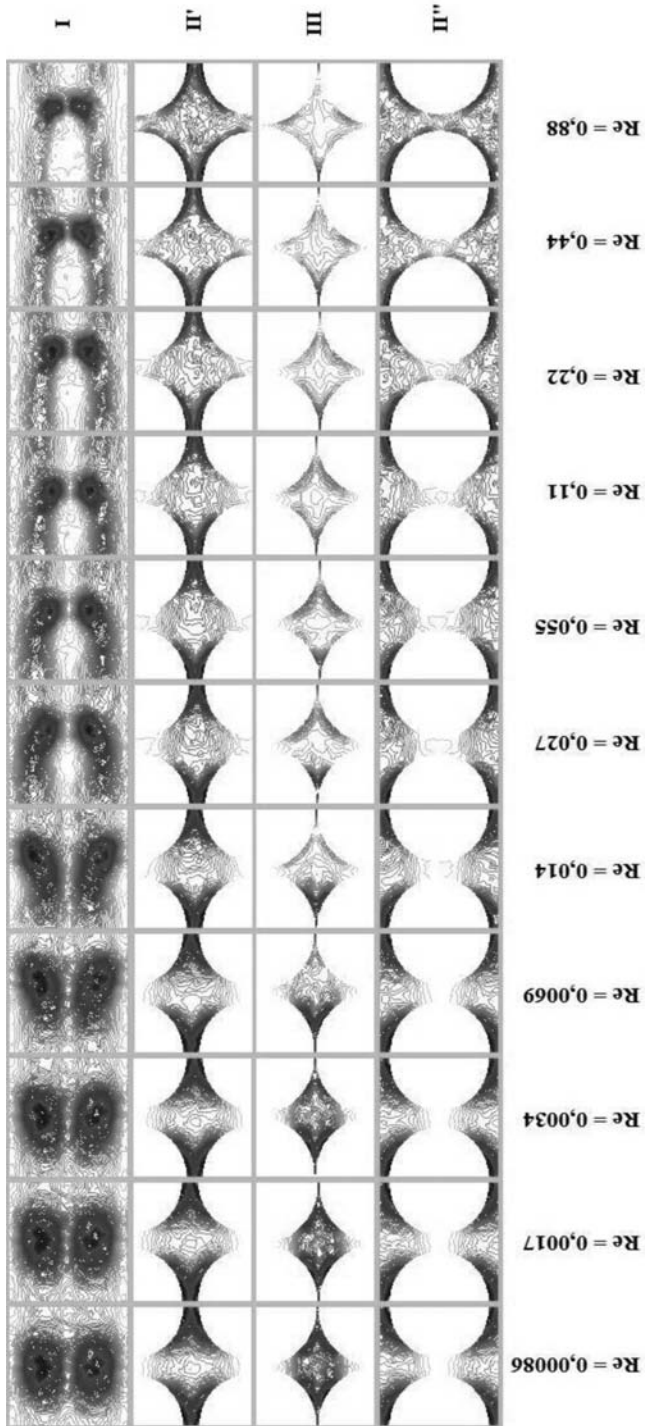
Przystępując do analizy rysunku 9, musimy najpierw określić położenie wirów rozlokowanych na płaszczyźnie I w stosunku do punktu styczności ze sferami powstałymi po wycięciu kuli. Punkt styczności znajduje się na prostej prostopadłej do osi przechodzącej przez jądra wirów. Punktem przecięcia tych dwóch osi jest połowa odległości pomiędzy środkami wirów.



Rys. 7. Linie prądu dla przekroju III w płaszczyźnie równoległej do kierunku przepływu



Rys. 8. Wirowość w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku przepływu dla przekroju I, II, III (Contours of Vorticity Magnitude [1/s])



Rys. 9. Wirowość w płaszczyźnie równoległej do kierunku przepływu dla przekrojów I, II, III, IV

Przy obserwacji wyników przedstawionych graficznie na rysunku 9 nasuwają nam się następujące wnioski:

- Wraz ze wzrostem liczby Re elipsoidalna postać wiru – płaszczyzna I, przyjmuje kształt przypominający swoim wyglądem kometę z coraz to dłuższym warkoczem.
- Dla małych liczb Re punkt styczności pokrywa się z punktem przecięcia omówionych wyżej osi. Gdy wartość Re rośnie, punkt styczności przesuwają w kierunku przepływu.
- Odległość pomiędzy środkami wirów – płaszczyzna I, maleje wraz ze wzrostem liczby Re .
- W przekroju II możemy wraz ze wzrostem liczby Re zaobserwować formowanie się wirów na osi łączącej środki kul będącej równoległą do kierunku przepływu.
- W przekrojach II i III zachodzą takie same procesy, jak omówione wcześniej w trakcie rozważania rysunku 7.

7. Wnioski

Zaprezentowane wyniki symulacji przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z jednakowych kulek ułożonych w układzie regularnym wykazują duże podobieństwo do wyników eksperymentalnych omówionych w pracy doktorskiej Lasowskiej [5]. Zachowanie się wirów obserwowanych w badaniach eksperymentalnych pokrywa się z wynikami uzyskanymi na drodze obliczeń numerycznych. Możemy więc założyć, że oba procesy przebiegają tak samo. Zaprezentowane wyniki obszerniej opisują zachodzące procesy w omawianym ośrodku porowatym niż zaprezentowane w pracy Lasowskiej. Można zatem próbować zastosować przedstawioną metodę symulacji numerycznej w zakresie szerszym niż omówiony w niniejszym artykule. Otwiera nam to drogę do dalszych badań nad dokładniejszym poznaniem procesu przepływu płynu przez takie ośrodki porowate.

Odnosząc się jeszcze do metodologii wykonywania eksperymentu przez A. Lasowską w pracy doktorskiej, powinniśmy zwrócić szczególną uwagę na następujący fakt: przy rejestrowaniu cząstki na danej płaszczyźnie pomiarowej wychwytywane jest tylko zdarzenie pojawienia się elementu. Nic nie wiemy, co dzieje się z nim przed chwilą rejestracji i po niej. Cząstki mogły tylko przecinać powierzchnię, poruszając się np. ruchem śrubowym. Rejestrujemy tylko to, co się dzieje na danej powierzchni, a nie w przestrzeni. Dlatego obserwowanie powstawania wiru tą metodą było łatwiejsze niż uchwycenie wiru metodą symulacji komputerowej przy wykorzystaniu linii prądu.

Modele teoretyczne ośrodka porowatego są doskonałe pod względem periodyczności oraz symetrii, w przeciwieństwie do modeli rzeczywistych, w których występują defekty układu ułożenia kul, spowodowane minimalnymi różnicami ich średnic, luzami między nimi itd. Wyżej wymienione czynniki powodują, że rzeczywiste przepływy w ośrodkach porowatych znacznie różnią się od teoretycznych, wskutek pojawienia się asymetrii przepływu przenoszonego na cały układ. Doświadczenia prowadzone przez Tanedy'ego [14] potwierdzają ten fakt i pokazują, że nawet minimalne odchylenie od osi symetrii położenia środków dwóch kul lub cylindrów względem siebie powoduje ogromne zaburzenia symetrii linii prądu w pobliżu kul nawet dla bardzo małych przepływów rzędu jednej tysięcznej liczby Reynoldsa.

LITERATURA

- [1] *Adler P.H., Jacuin G.G., J. Quibler A.*: Flow in simulated porous media. *Int. J. Multiphase Flow*, 1990, 16, s. 691–711
- [2] *Bear J., Zalewsky D., Irmay S.*: Physical principles of water percolation and seepage. Unesco, 1968
- [3] *Cieśllicki K., Lasowska A.*: Flow of water in models of porous space in the light of the Forchheimer equation, *Arch. of Mining. Sci.*, 1986, 31, s. 63–75
- [4] *Colins R.E.*: The flow of fluids through porous materials, van Nostrand, New York, 1961
- [5] *Lasowska A.*: Eksperymentalne badania przepływów w ośrodkach porowatych i wybranych modelach przestrzeni porowej, praca doktorska, Kraków, 1996
- [6] *Lymberopulos D.P., Payatakes A.C.*: Derivation of topological, geometrical and correnational properties of porous media from pore chart analysis of sewerall section data. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1992, 150
- [7] *Moffat H.K.*: Viscous and resistive eddies near a sharp corner, *J. Fluid. Mech.*, 1964, 18, 1–8
- [8] *Skawiński R.*: Mechanizm przepływu cieczy w ośrodkach porowatych w świetle badań eksperymentalnych, *Zesz. Naukowe AGH, Górnictwo*, 1974, 60
- [9] *Skawiński R., Lasowska A.*: Investigations of permeability depending on wettability in porous media, *Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. Techn.*, 1979, 27, s. 45–48
- [10] *Skawiński R., Lasowska A., Tabińska J.*: Experimental investigations of flow velocity field in abrupt expansions of pipes and slits, *Arch. Górn.*, 1980, 25, s. 27–41
- [11] *Stark K.P.*: Numerical study of the nonlinear laminar regim flow in an idealized porous media, *Inter. Assoc. for Hydraulic Research*, 1972, 18
- [12] *Stevenson J.F.*: Flow in a tube with circumferential wall cavity. *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, 1973, 40, s. 355–360
- [13] *Taneda S.*: Visualization of separating Stokes flow, *J. of the Physical of Japan* 1979, 46(6), 1935–1942