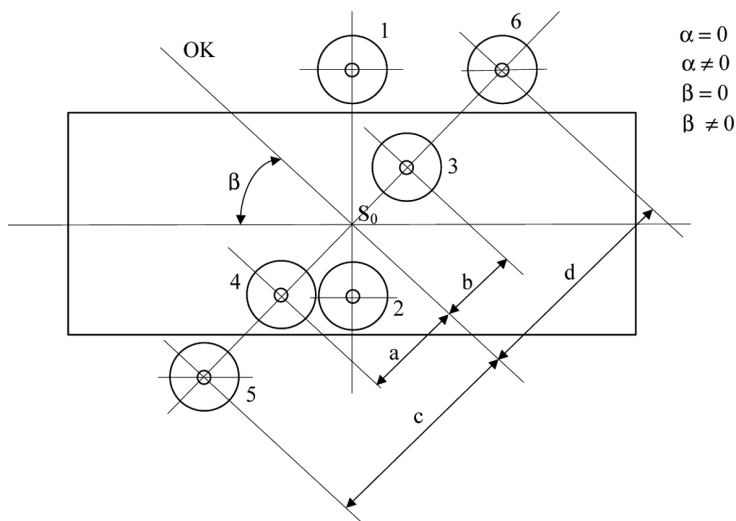


Remigiusz Modrzewski*, Piotr Wodziński*

RUCH DRGAJĄCY RZESZOTA PRZESIEWACZA DWUCZĘSTOŚCIOWEGO**

1. Wstęp

Przesiewacz dwuczęstościowy zbudowany jest z dwóch wibratorów napędowych oraz prostopadłościennego rzeszota zamontowanego na zawieszeniu sprężystym. Konstrukcja umożliwia zmianę pochylenia rzeszota w zakresie od $0\text{--}20^\circ$ oraz zmianę rozstawu wibratorów (rys. 1).



Rys. 1. Możliwe rozmieszczenia osi wibratorów rotacyjnych

* Wydział Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska, Politechnika Łódzka, Łódź

** Praca wykonana w ramach projektu badawczo-rozwojowego MNiSzW nr R 14 01403

Ponadto wibratory przesiewacza mogą pracować w warunkach samosynchronizacji dynamicznej: współbieżnej lub przeciwbieżnej z dowolnymi prędkościami obrotowymi, różnymi dla obu wibratorów. Umożliwia to uzyskanie bardzo zróżnicowanych torów ruchu drgającego.

2. Badanie ruchu drgającego sit przesiewaczy dwuczęstościowych

2.1. Analiza matematyczna ruchu przesiewacza

W położeniu równowagi bryły przesiewacza ze środka masy S_0 poprowadzono prawoskrętny układ osi współrzędnych x, y, z . Tak podwieszona bryła przesiewacza ma 6 stopni swobody w przestrzeni. Jednak ze względu na brak sił wymuszających działających w kierunku z — rozważany układ ograniczono do płaszczyzny poprzecznej do sita xy . Tłumienie w rozważanym układzie zostało pominięte [1, 2, 4]. Kąty obrotu bryły wokół osi poprzecznej z oznaczono przez φ_z .

Przedmiotem rozważań jest ruch środka masy bryły przesiewacza o masie M i momencie bezwładności względem osi poprzecznej (z) wynoszącym I_z . Przesiewacz podwieszony jest za pomocą zespołu czterech jednakowych sprężyn o sztywności pionowej k_y oraz sztywności wzdłużnej k_x .

Wyprowadzenie równań przeprowadzono w dwóch etapach. Początkowo w układzie nie uwzględniono sił wymuszających ruch i rozpatrywano go najpierw jako układ wykonujący drgania swobodne.

Układ równań ruchu swobodnego bryły przesiewacza w oparciu o drugą zasadę dynamiki Newtona w zapisie macierzowym ma postać:

$$\underline{\underline{B}}\ddot{\underline{s}} + \underline{\underline{K}}\underline{s} = \underline{0} \quad (1)$$

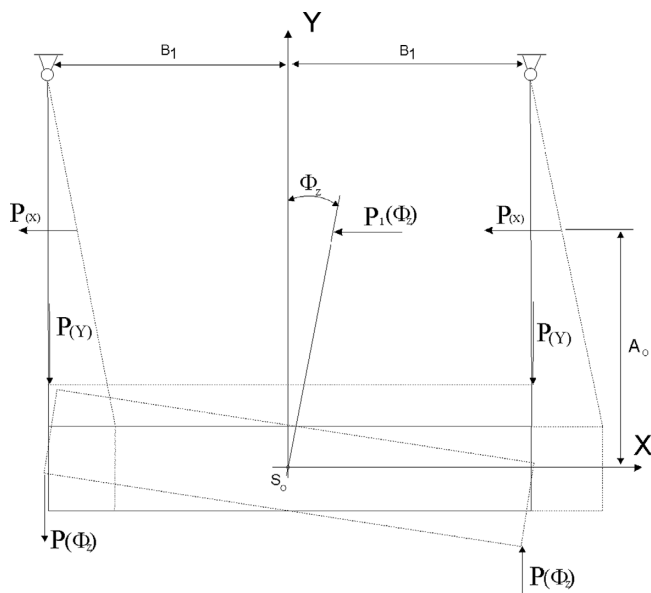
gdzie:

$\underline{\underline{B}}$ — macierz bezwładności rozważanego układu,

$\underline{\underline{K}}$ — macierz sprężystości układu,

\underline{s} — wektor przemieszczeń bryły przesiewacza $\underline{s} = \{x, y, \varphi_z\}$.

Równanie (1) stanowi jednorodną postać pełnego równania ruchu rozważanego układu [1]. W celu wyznaczenia równania (1) bryłę przesiewacza wychylono z położenia równowagi nadając jej kolejno przemieszczenia zgodnie z dodatnimi zwrotami poszczególnych sześciu współrzędnych. Położenia bryły po wychyleniu z pozycji równowagi zaznaczono na rysunku 4 linią przerywaną. Każdemu wychyleniu bryły z położenia równowagi towarzyszy pojawienie się sił reakcyjnych w elementach sprężystych układu. Siły te oraz ich momenty wyznaczają elementy macierzy sprężystości układu w równaniu (1). Sposób wyznaczania układu równań ilustruje rysunek 2.



Rys. 2. Sposób wyznaczania równań ruchu

Lewa str. równań ruchu (w/g rys. 2) ma postać:

$$\sum P_{ix} = -M\ddot{x} - 4P(x) - P_1(\varphi_z)$$

$$\sum P_{ix} = M\ddot{x} - K_x x + K_x A_0 \varphi_z \quad (2)$$

$$\sum P_{iy} = -M\ddot{y} - 4P(y)$$

$$\sum P_{iy} = M\ddot{y} + K_y y \quad (3)$$

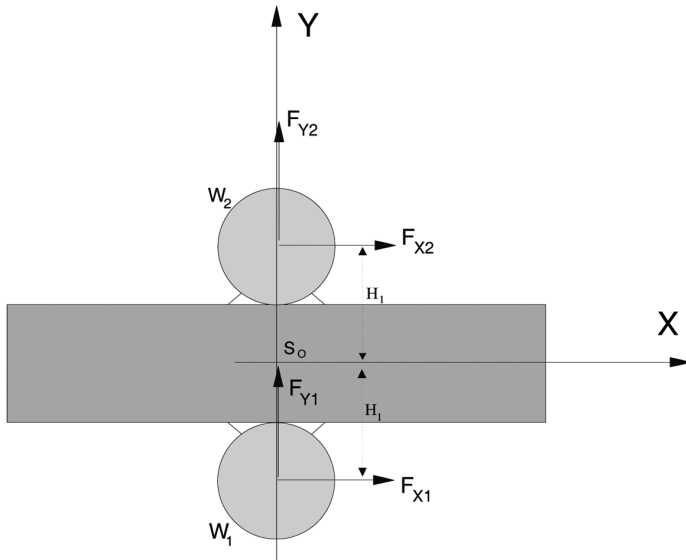
$$\sum M_{iz} = -J_z \ddot{\varphi}_z - 4P(\varphi_z) B_1 - P_1(\varphi_z) A_0 - 4P(x) A_0$$

$$\sum M_{iz} = J \ddot{\varphi}_z + K_y B_1^2 \varphi_z + K_x A_0^2 \varphi_z + K_x A_0 x \quad (4)$$

W drugim etapie wyprowadzania równań ruchu przesiewacza uwzględniono działanie silników generujących siły odśrodkowe wymuszające ruch. Niech P oznacza wektor sił i momentów sił wymuszających, działających na rozważany układ dynamiczny. Wtedy całkowite równanie ruchu wymuszonego bryły przesiewacza ma postać

$$\underline{\underline{B}}\ddot{s} + \underline{\underline{K}}s = \underline{\underline{P}} \quad (5)$$

W drugim etapie wyprowadzania równań ruchu określono składowe wektora \underline{P} . W tym celu zastosowano zasadę superpozycji dodając kolejno siły wymuszające pochodzące od poszczególnych silników wymuszających ruch przesiewacza. Proces ten ilustruje rysunek 3.



Rys. 3. Siły wymuszające działające na rzeszoto

Prawa str. równań ruchu (wg rys. 5) ma postać:

$$\sum P_{ix} = F_{x1} + F_{x2}$$

$$\sum P_{ix} = m_1 r_1 \omega_1^2 \cos \omega_1 t + m_2 r_2 \omega_2^2 \cos \omega_2 t \quad (6)$$

$$\sum P_{iy} = F_{y1} + F_{y2}$$

$$\sum P_{iy} = m_1 r_1 \omega_1^2 \sin \omega_1 t + m_2 r_2 \omega_2^2 \sin \omega_2 t \quad (7)$$

$$\sum M_{iz} = F_{x1} H_1 - F_{x2} H_1$$

$$\sum M_{iz} = H_1 m_1 r_1 \omega_1^2 \cos \omega_1 t - H_2 m_2 r_2 \omega_2^2 \cos \omega_2 t \quad (8)$$

Na tej podstawie można zapisać ostateczną postać układu równań ruchu:

$$M\ddot{x} + K_x x + K_x A_0 \varphi_z = m_1 r_1 \omega_1^2 \cos \omega_1 t + m_2 r_2 \omega_2^2 \cos \omega_2 t$$

$$M\ddot{y} + K_y y = m_1 r_1 \omega_1^2 \sin \omega_1 t + m_2 r_2 \omega_2^2 \sin \omega_2 t \quad (9)$$

$$J_z \ddot{\varphi}_z + K_y B_1^2 \varphi_z + K_x A_0^2 \varphi_z + K_x A_0 x = H_1 m_1 r_1 \omega_1^2 \cos \omega_1 t - H_2 m_2 r_2 \omega_2^2 \cos \omega_2 t$$

Równanie (9) przedstawia układ trzech równań różniczkowych zwyczajnych o stałych współczynnikach niejednorodnych. Rozwiązanie pozwoli na wyznaczenie parametrów kinematycznych ruchu przesiewacza.

Rozwiązanie ogólne macierzowego równania ruchu (9) jest sumą rozwiązania ogólnego \underline{s}_o równania jednorodnego i rozwiązania szczególnego \underline{s}_s równania pełnego:

$$\underline{s} = \underline{s}_o + \underline{s}_s \quad (10)$$

Rozwiązanie ogólne równania jednorodnego przedstawia drgania swobodne. Drgania te znikają po początkowym okresie przejściowym na skutek tłumienia, które nie zostało uwzględnione w rozważanym modelu matematycznym. Rozwiązanie szczególne równania pełnego przedstawia drgania wymuszone układu, które jako jedyne występuje w stanie ustalonym.

Z uwagi na istnienie dwóch, w ogólnym przypadku — niezależnych, sił odśrodkowych wymuszających ruch przesiewacza i zmieniających się z częstościami odpowiednio ω_1 i ω_2 rozwiązanie szczególne pełnego równania ruchu przedstawiono jako sumę rozwiązań szczególnych z częstościami ω_1 i ω_2 .

$$\underline{s}_s = \underline{s}_{\omega_1} + \underline{s}_{\omega_2} \quad (11)$$

Układ równań (9) opisujący ruch przesiewacza można zapisać w następującej postaci:

$$\ddot{x} + \alpha_x x + \alpha_x A_0 \varphi_z = \beta_1 \omega_1^2 \cdot \cos \omega_1 t + \beta_2 \omega_2^2 \cdot \cos \omega_2 t$$

$$\ddot{y} + \alpha_y y = \beta_1 \omega_1^2 \sin \omega_1 t + \beta_2 \omega_2^2 \sin \omega_2 t \quad (12)$$

$$\ddot{\varphi}_z + \alpha_{xyz} \varphi_z + \alpha_{xz} A_0 x = \beta_{1z} \omega_1^2 \cos \omega_1 t - \beta_{2z} \omega_2^2 \cos \omega_2 t$$

gdzie:

$$\alpha_x = \frac{K_x}{M}; \quad \alpha_y = \frac{K_y}{M}; \quad \alpha_{xz} = \frac{K_x}{J_z}; \quad \alpha_{xyz} = \frac{K_y B_1^2 + K_x A_0^2}{J_z};$$

$$\beta_1 = \frac{m_1 r_1}{M}; \beta_2 = \frac{m_2 r_2}{M}; \beta_{1z} = \frac{H_1 m_1 r_1}{J_z}; \beta_{2z} = \frac{H_2 m_2 r_2}{J_z}.$$

Suma rozwiązań szczególnych z częstotliwościami ω_1 i ω_2 stanowi rozwiązanie szczególne układu równań (12). Dla rozważanego przesiewacza rozwiązanie końcowe ma postać:

$$x = \frac{\beta_1 \omega_1^2 (\alpha_{xyz} - \omega_1^2) - \alpha_x A_0 \beta_{1z} \omega_1^2}{(\alpha_x - \omega_1^2)(\alpha_{xyz} - \omega_1^2) - \alpha_x A_0^2 \alpha_{xz}} \cos \omega_1 t + \frac{\beta_2 \omega_2^2 (\alpha_{xyz} - \omega_2^2) - \alpha_x A_0 \beta_{2z} \omega_2^2}{(\alpha_x - \omega_2^2)(\alpha_{xyz} - \omega_2^2) - \alpha_x A_0^2 \alpha_{xz}} \cos \omega_2 t$$

$$y = \frac{\beta_1 \omega_1^2}{\alpha_y - \omega_1^2} \sin \omega_1 t + \frac{\beta_2 \omega_2^2}{\alpha_y - \omega_2^2} \sin \omega_2 t \quad (13)$$

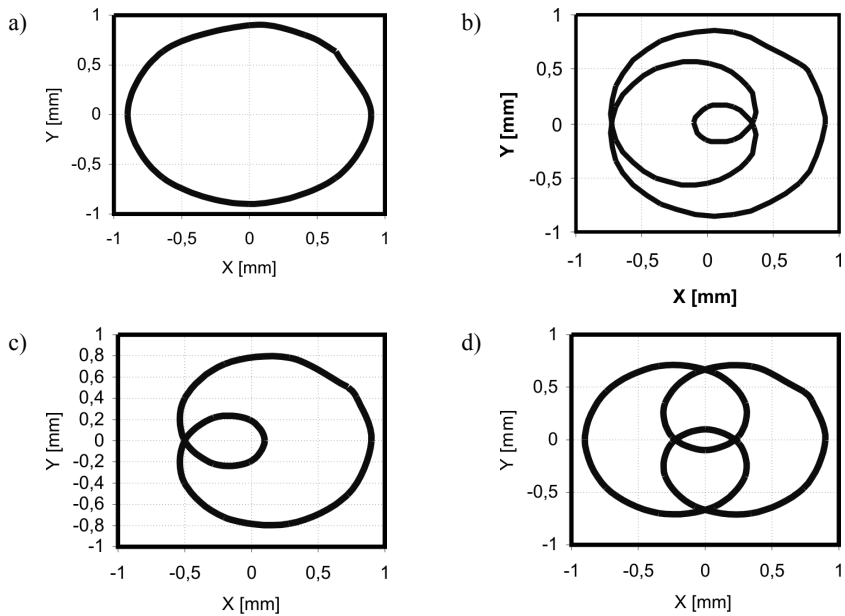
$$\varphi_z = \frac{\beta_{1z} \omega_1^2 (\alpha_x - \omega_1^2) - \alpha_{xz} A_0 \beta_1 \omega_1^2}{(\alpha_{xyz} - \omega_1^2)(\alpha_x - \omega_1^2) - \alpha_{xz} A_0^2 \alpha_x} \cos \omega_1 t + \frac{\beta_{2z} \omega_2^2 (\alpha_x - \omega_2^2) - \alpha_{xz} A_0 \beta_2 \omega_2^2}{(\alpha_{xyz} - \omega_2^2)(\alpha_x - \omega_2^2) - \alpha_{xz} A_0^2 \alpha_x} \cos \omega_2 t$$

2.2. Symulacja komputerowa ruchu drgającego przesiewacza

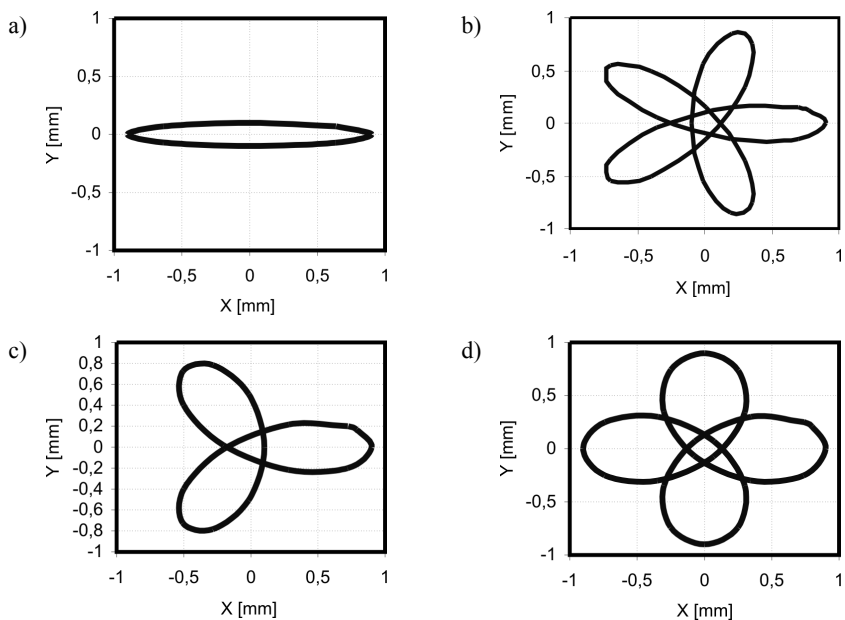
Układ równań (13) posłużył do stworzenia w programie Excel symulacji ruchu rzęsota. Rysunki 4 i 5 przedstawiają rzuty na płaszczyznę układu chwilowych położenia środka masy przesiewacza, zgodnie z podziałem czasu obserwacji. Zbiór chwilowych położenia bryły w czasie okresu ruchu daje obraz trajektorii ruchu. Jako dane do obliczeń posłużyły parametry przesiewacza zainstalowanego na stanowisku doświadczalnym takie, jak: masa $M = 150$ kg, sztywność układu w kier. y i x : $k_x = k_y = 21712$ N/m, masowy moment bezwładności względem osi z $I_z = 110$ kg m², itp. Kombinacje prędkości rotacyjnych wibratorów napędowych (w obr./min.) przedstawia tabela 1.

TABELA 1
Prędkości obrotowe wibratorów

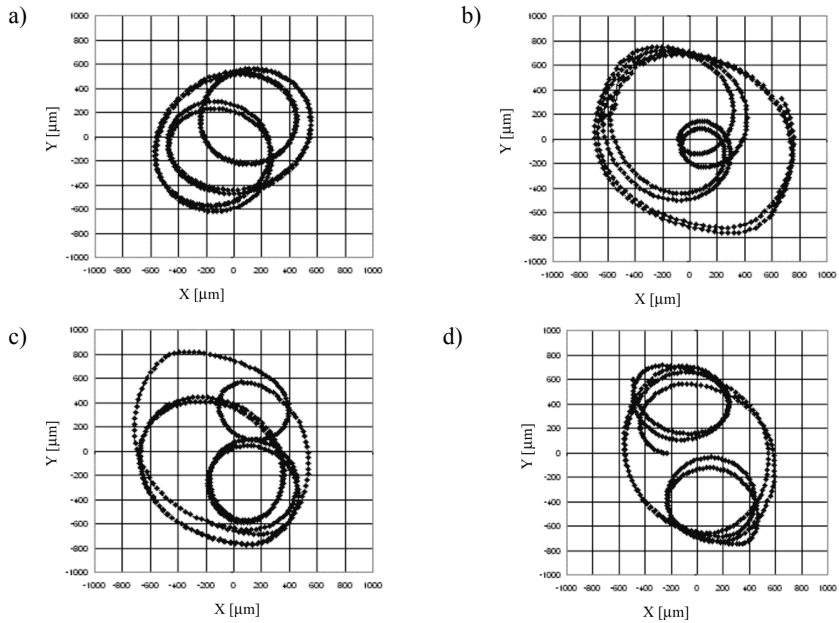
| ω_1 | ω_2 | ω_1 | ω_2 |
|------------|------------|------------|------------|
| zgodnie | | przeciwnie | |
| 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| 1500 | 1000 | 1500 | 1000 |
| 1500 | 750 | 1500 | 750 |
| 1500 | 500 | 1500 | 500 |



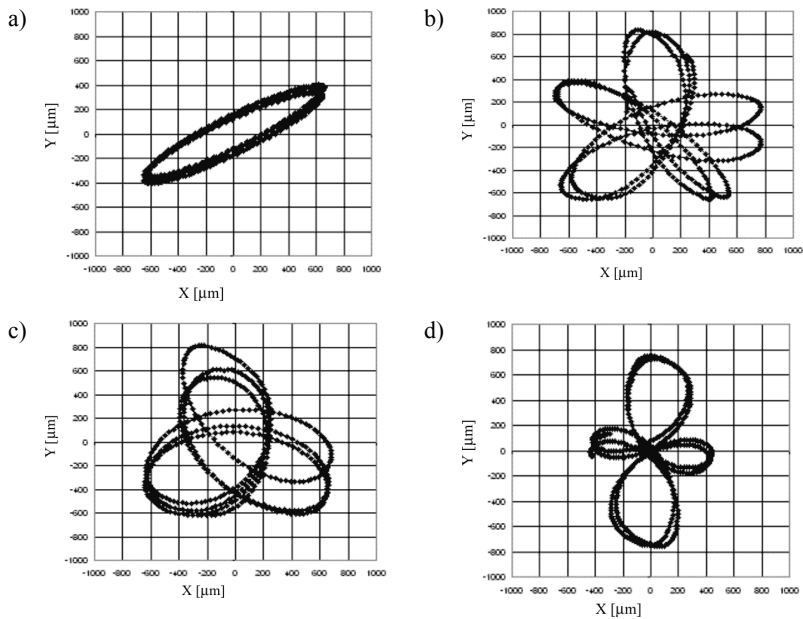
Rys. 4. Tory ruchu dla synchronizacji zgodnej. Stosunek częstości rotacyjnej wibratorów ω_1/ω_2 :
 a) $\omega_1/\omega_2 = 1$, b) $\omega_1/\omega_2 = 2/3$, c) $\omega_1/\omega_2 = 1/2$, d) $\omega_1/\omega_2 = 1/3$



Rys. 5. Tory ruchu dla synchronizacji przeciwnej. Stosunek częstości rotacyjnej wibratorów ω_1/ω_2 :
 a) $\omega_1/\omega_2 = -1$, b) $\omega_1/\omega_2 = -2/3$, c) $\omega_1/\omega_2 = -1/2$, d) $\omega_1/\omega_2 = -1/3$



Rys. 6. Tory ruchu dla synchronizacji zgodnej. Stosunek częstości rotacyjnej wibratorów ω_1/ω_2 :
 a) $\omega_1/\omega_2 = 1$, b) $\omega_1/\omega_2 = 2/3$, c) $\omega_1/\omega_2 = 1/2$, d) $\omega_1/\omega_2 = 1/3$



Rys. 7. Tory ruchu dla synchronizacji przeciwnej. Stosunek częstości rotacyjnej wibratorów ω_1/ω_2 :
 a) $\omega_1/\omega_2 = -1$, b) $\omega_1/\omega_2 = -2/3$, c) $\omega_1/\omega_2 = -1/2$, d) $\omega_1/\omega_2 = -1/3$

2.3. Badania kinematyczne przesiewacza

Pomiary amplitudy drgań rzeszota wykonano przy pomocy układu składającego się z czujników piezoelektrycznych, układu całkującego i laptopa. Dzięki czterem czujnikom zamontowanym na rzeszocie zbierane były dane dotyczące wychYLENIA sita. Czujniki pomiarowe zamontowane były w rzeszocie w taki sposób, aby linie ich pomiaru przecinały się w okolicy środka ciężkości przesiewacza.

Na rysunkach 6 i 7 przedstawione zostały przykładowe tory ruchu środka rzeszota, dla wybranych konfiguracji napędowych przesiewacza, takich samych jak przy symulacji komputerowej.

3. Określenie założeń projektowych dla przesiewaczy dwuczęstościowych

Na podstawie wykresów torów drgań, wyznaczono wartość współczynnika podrzutu K w kierunku y — prostopadłym do powierzchni sita. Przykładowe wyniki pomiarów i obliczeń dla różnych stosunków prędkości wibratorów napędowych przedstawiono w tabeli 2. Sumaryczny wskaźnik podrzutu wyznaczono jako średnią arytmetyczną z wartości zmierzonych w punktach pomiarowych [3].

TABELA 2

Wartości współczynników podrzutu

| Siła wymuszająca | Stosunek prędkości wibratorów | K_1 | K_2 | K_3 | K_{sr} |
|---------------------------------|-------------------------------|-------|-------|-------|-----------------|
| $F_{\text{max}} = 2 \text{ kN}$ | ω_1/ω_2 | 2,10 | 0,45 | 2,10 | 1,55 |
| | $\omega_1/-\omega_2$ | 0,15 | 0,30 | 0,45 | 0,30 |
| | $\omega_1/2/3\omega_2$ | 1,13 | 1,07 | 1,13 | 1,11 |
| | $\omega_1/-2/3\omega_2$ | 0,87 | 1,07 | 1,07 | 1,00 |
| | $\omega_1/1/2\omega_2$ | 0,67 | 0,60 | 0,64 | 0,64 |
| | $\omega_1/-1/2\omega_2$ | 0,67 | 0,56 | 0,60 | 0,61 |
| | $\omega_1/1/3\omega_2$ | 0,27 | 0,20 | 0,28 | 0,25 |
| | $\omega_1/-1/3\omega_2$ | 0,27 | 0,25 | 0,32 | 0,28 |

Na podstawie analizy całości uzyskanych do tej pory wyników można stwierdzić, że decydujące znaczenie dla kształtów torów ruchu ma wartość stosunku prędkości obrotowej elektrowibratorów. Ogólnie można stwierdzić, że rzeszoto jest bardzo czułe na zmiany kon-

figuracji napędu i nawet niewielka zmiana jego parametrów powoduje znaczącą zmianę kształtu toru ruchu sita.

Wskaźnik podrzutu wyraźnie maleje z obniżaniem się stosunku prędkości wibratorów napędowych i to w obu przypadkach synchronizacji, zarówno współ, jak i przeciwbieżnej (tab. 2). Wydaj się to być zjawiskiem niekorzystnym, jednak późniejsze badania procesowe nie potwierdziły tego. Wskazywać to może na fakt, iż nie wysoki wskaźnik podrzutu, ale właśnie skomplikowany ruch sita zapewnia dobre warunki przesiewania. Wraz z obniżaniem się stosunku prędkości wibratorów złożoność torów ruchu sita wyraźnie rośnie.

Badania procesowe stanowią jedyną drogę osiągnięcia celu, jakim jest optymalizacja układu napędowego, ponieważ nawet poprawna praca układów mechanicznych nie oznacza jeszcze zapewnienia dostatecznie dobrych warunków przesiewania. Analiza uzyskanych wyników badań pozwoliła określić zakres optymalnych parametrów pracy przesiewacza dwuczęstościowego (tab. 3), co znacznie skróci i uprości kolejny etap prac jakim jest badanie przesiewacza w skali przemysłowej.

Na podstawie wyników badań przesiewacza dwuczęstościowego w skali laboratoryjnej, opracowano koncepcję budowy przesiewacza przemysłowego, który zainstalowany będzie w jednym z zakładów wydobywczych zajmujących się eksploatacją kruszyw mineralnych.

TABELA 3

Najkorzystniejsze parametry pracy przesiewacza dwuczęstościowego

| Kąt nachylenia sita do poziomu | Rozstaw wibratorów w stosunku do długości rzeszota | Stosunek sił wymuszających wibratorów | Stosunek prędkości wibratorów ω_1/ω_2 |
|--------------------------------|--|---------------------------------------|---|
| 20° | 0 | 1/4 | 1/3 |
| | 0 | 1/4 | -1/3 |
| | 1/3 | 1/4 | 1/3 |
| | 1/3 | 1/4 | -1/3 |
| | 2/3 | 1/4 | 1/3 |
| | 2/3 | 1/4 | -1/3 |

LITERATURA

- [1] *Banaszewski T.*: Przesiewacze. Wydawnictwo Śląsk, 1990
- [2] *Wodziński P.*: Przesiewanie i przesiewacze. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1997
- [3] *Wodziński P.*: Odsiewanie materiałów ziarnistych. Zeszyty Naukowe PŁ, z. 40, 1981
- [4] *Turkiewicz W., Banaszewski T.*: Wzrost amplitudy drgań podczas zatrzymywania przesiewaczy z napędami bezwładnościowymi. Archiwum Górnictwa, z. 4, 1982