

Lidia Fedorowicz\*, Jan Fedorowicz\*\*, Marta Kadela\*\*\*

## NUMERYCZNA OCENA NOŚNOŚCI GRUNTU DLA FUNDAMENTÓW PASMOWYCH

---

### 1. Wprowadzenie

Coraz powszechniejsza staje się opinia, że analizy numeryczne w widoczny sposób wypierają klasyczne inżynierskie analizy obliczeniowe, oraz, że zjawisko to będzie gwałtownie wzrastało. Zachodzeniu takiego procesu w analizach o charakterze geotechnicznym sprzyja nie restrykcyjny w podejściu do procesu projektowania Eurokod 7. Pod pojęciem klasycznych analiz obliczeniowych należy tu rozumieć analizy bazujące na metodach obliczeniowych wprowadzonych niejednokrotnie przez pionierów danej dziedziny, utrwalonych wieloletnimi badaniami, obserwacjami oraz doświadczeniem inżynierskim i znajdujących swoje odbicie w normach lub wytycznych. W pracy analizie poddamy jeden z bazowych problemów geotechniki — zagadnienie oceny nośności podłoża pod obciążeniem przekazywanym na podłoże z fundamentów płytkich — badając wiarygodność numerycznej oceny wartości granicznego obciążenia podłoża. W analizie numerycznej fundament-jednorodne podłoże gruntowe, o jednoznacznie dobranym obszarze obliczeniowym, zastosowany zostanie podstawowy sprężysty idealnie plastyczny model konstytutywny gruntu Coulomba-Mohra ze stowarzyszonym i niestowarzyszonym prawem płynięcia.

Klasycznie na ocenę oporu granicznego gruntu, oznaczonego tu  $q_{gran}$ , przy obciążeniu fundamentem pasmowym pozwala poniższy kanoniczny wzór Terzagiego (zawarty w normie PN-81/B-03020 w postaci rozbudowanej):

$$q_{gran} = c \cdot N_c + \gamma_D \cdot D \cdot N_D + \gamma_B \cdot B \cdot N_B \quad (1)$$

Rozważane tu zagadnienie należy do zagadnień inżynierskich, które w literaturze przedmiotu [1] uznane zostało za spełniające warunki umożliwiające odtworzenie klasycznego

---

\* Katedra Budownictwa Ogólnego i Fizyki Budowli, Wydział Budownictwa, Politechnika Śląska, Gliwice

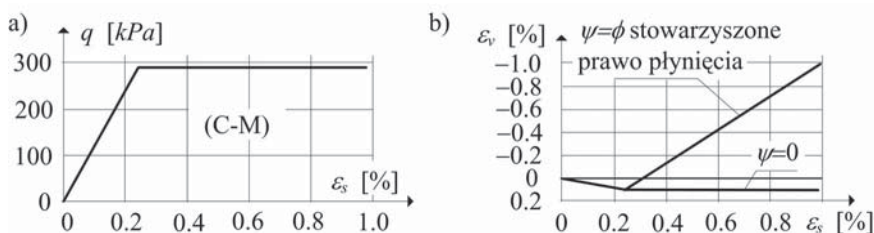
\*\* Katedra Teorii Konstrukcji Budowlanych, Wydział Budownictwa, Politechnika Śląska, Gliwice

\*\*\* Katedra Geotechniki, Wydział Budownictwa, Politechnika Śląska, Gliwice

postępowania obliczeniowego w analizie numerycznej, przy równoczesnym, poszerzonym rozpoznaniu zjawiska zachodzącego w podłożu gruntowym. Do powyższego stwierdzenia odniesiono się w przedstawianej analizie. Szczególną uwagę zwrócono na warunki, jakie zdaniem autorów powinien spełniać układ obliczeniowy fundament–podłoże, pracujący w przedstawianym zadaniu w płaskim stanie odkształcenia, aby wyniki obliczeń numerycznych można było uznać za wiarygodne [2].

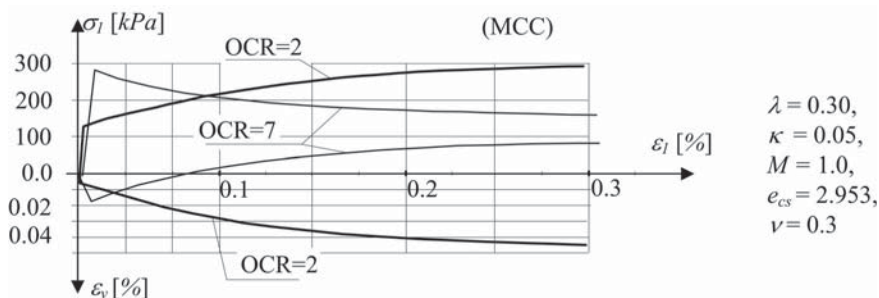
## 2. Numeryczna odpowiedź klasycznych modeli konstytutywnych gruntu na proste ścieżki obciążenia

Przypomnijmy, że w rozwiązaniach klasycznych przy wyznaczaniu współczynników nośności (wzór (1)) zastosowany został dla ciała nieważkiego sprężysty idealnie-plastyczny model o powierzchni plastyczności i zniszczenia Coulomba–Mohra oraz stowarzyszonym prawie płynięcia. Ścieżki odpowiedzi  $q - \varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_s - \varepsilon_v$  modelu Coulomba–Mohra (C–M) na zastosowaną prostą ścieżkę obciążenia pokazano na rysunku 1 w przykładowym teście trójosiowego ściskania.



Rys. 1. Odpowiedzi modelu (C–M) w teście trójosiowego ściskania a) charakterystyka ścinania, b) funkcje odkształcenia dla stowarzyszonego i niestowarzyszonego prawa płynięcia

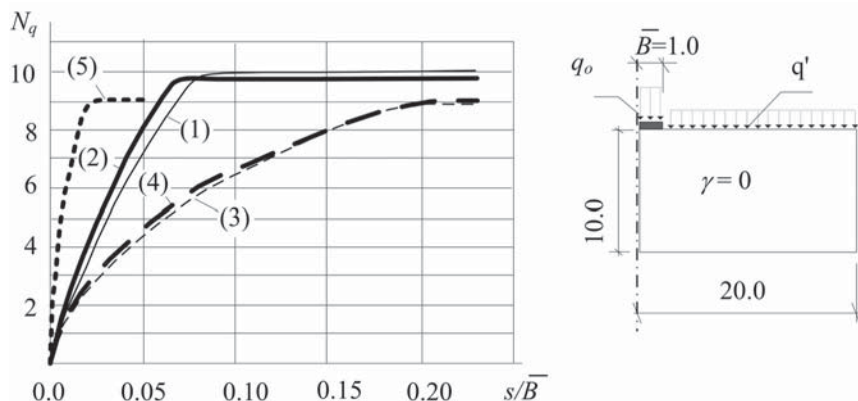
Dla porównania z zachowaniem modelu Coulomba–Mohra (C–M) z rysunku 1 pokazano możliwości odpowiedzi modelu Modified Cam–Clay (MCC) na charakterystyczną prostą ścieżkę obciążenia w teście trójosiowego ściskania — rysunek 2. Test numeryczny z odwołaniem przeprowadzony został dla gruntu średnio oraz silnie prekonsolidowanego, o współczynnikach  $OCR = 2$  i  $OCR = 7$ , przy parametrach podanych na rysunku.



Rys. 2. Odpowiedzi modelu (C–M) w teście trójosiowego ściskania a) charakterystyka ścinania, b) funkcje odkształcenia dla stowarzyszonego i niestowarzyszonego prawa płynięcia

Zdając sobie zatem sprawę z uproszczeń w ocenie odkształceń objętościowych, jakimi obciążone są zadania brzegowe wykorzystujące model Coulomba–Mohra (patrz rys. 1b) rozważymy dalej problem w jakim stopniu pokazana niedoskonałość odpowiedzi modelu ze stowarzyszonym prawem płynięcia może wpływać na otrzymywaną numerycznie funkcję obciążenie–osiadanie oraz na przewidywany numerycznie stan nośności podłoża gruntowego.

Pomimo przedstawionych nieprawidłowości w przewidywaniu odkształceń objętościowych  $\varepsilon_v$  (rys. 1) badania numeryczne z zastosowaniem modelu Coulomba–Mohra wydają się zasadne, zarówno z uwagi na możliwość odniesienia wyników do klasycznych ocen współczynników nośności  $N$ , jak również z uwagi na to, że model ten można uznać za bazowy z punktu widzenia inżynierskiego zrozumienia pracy gruntu.



Rys. 3. Zadanie wyjściowe Potts'a wg [1]

Rozważymy zatem (rozdział 3) warunki, jakie powinien spełniać obliczeniowy model numeryczny, aby ocenę wartości  $q_{gran}$  można było przyjąć jako wiarygodną.

W tym celu posłużymy się jako zadaniem wyjściowym w prowadzonej analizie przykładem zaprezentowanym w ramach „Rankine Lecture: Numerical analysis a virtual dream or practical reality?” [1].

Wyniki obliczeń numerycznych w płaskim stanie odkształcenia — przedstawione w układzie znormalizowanych osi  $(N_q, s/B)$  — dla 4 różnych ((1)–(4)) przypadków opisu zachowania układu fundament–podłoże gruntowe pokazuje rysunek 3 (rysunek wg [1]).

Charakterystyczne informacje dotyczące geometrii analizowanego zadania pokazano na rysunku. Dla zastosowanego modelu Coulomba–Mohra przyjęto:  $E = 100$  MPa,  $\nu = 0.3$ ,  $\gamma = 0$ ,  $c = 0$ ,  $\phi = 25^\circ$ ,  $\Psi = 25^\circ$  (dla stowarzyszonego prawa płynięcia) lub  $\Psi = 0^\circ$  (dla niestowarzyszonego prawa płynięcia),  $q' = 100$  kPa lub  $q' = 10$  kPa. Połączenie fundament–podłoże uwzględniono w obliczeniach jako szorstkie, uniemożliwiające przemieszczenie obu podukładów w linii kontaktu (typ połączenia  $R$ ) lub połączenie umożliwiające kontrolowany przesuw poziomy (typ połączenia  $S$ ).

Przypadek (1) odpowiada powyższym danym dla stowarzyszonego prawa płynięcia —  $q' = 25^\circ$ , typ połączenia  $R$ . Przypadek (2), podobnie jak (1) —  $q' = 25^\circ$ , typ połączenia  $S$ .

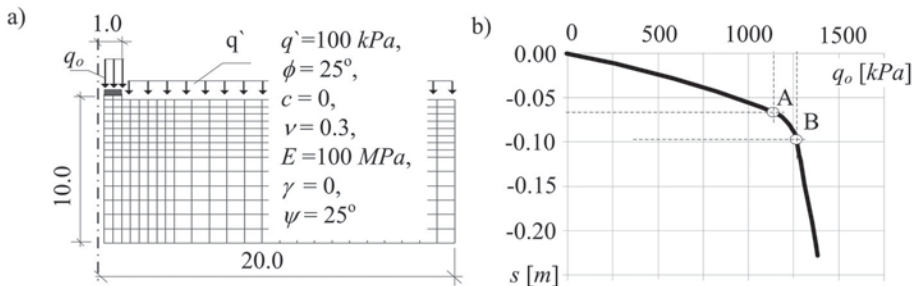
- Przypadek (3) odpowiada powyższym danym dla niestowarzyszonego prawa płynięcia —  $\Psi = 0^\circ$ , typ połączenia R. Przypadek (4), podobnie jak (3) —  $\Psi = 0^\circ$ , typ połączenia S.
- Dla przypadków (1)÷(4) wartość przyjętego przeciążenia wynosiła  $q' = 100$  kPa.
- Przypadek (5) odpowiada powyższym danym dla niestowarzyszonego prawa płynięcia —  $\Psi = 0^\circ$ , typ połączenia S, wartość przeciążenia  $q' = 10$  kPa.

### 3. Badania własne

Powtórzmy zatem zadanie Potts'a (rys. 3) przeprowadzając szczegółową analizę przebiegu zależności  $q_o$ - $s$ , obciążenie-osiadanie, dla wybranego testu (1). Obszar obliczeniowy i parametry (wg [1]) podano na rysunku 4a.

Analizując wyniki obliczeń powyższego zadania (rys. 4b) należy zwrócić uwagę na:

- Charakterystyczne punkty krzywej:
  - początek wypierania gruntu — punkt A, oraz
  - gwałtowne narastanie przemieszczeń pionowych i wypierania gruntu — punkt B (mapa przemieszczeń pionowych odpowiadających stanowi B — rysunek 5),
- Możliwość numerycznego określenia wartości współczynników nośności  $N$ .



Rys. 4. Powtórzenie zadania Potts'a dla testu (1) z rysunku 3

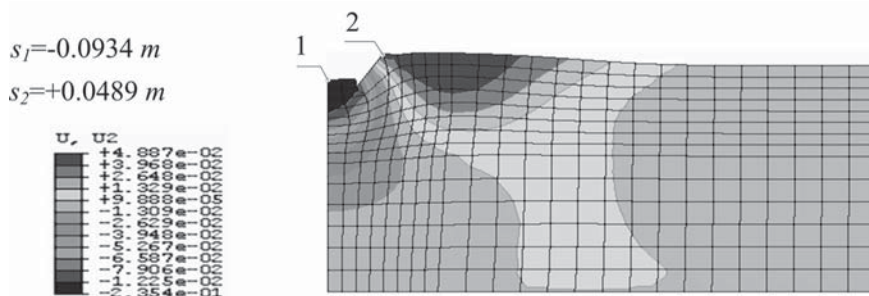
Dla otrzymanej zależności  $q_o$ - $s$  z rysunku 4b określimy wartość współczynnika nośności  $N_B$  bezpośrednio jako:

$$N_D^{mob} = N_D = \frac{Q}{A} = \frac{q_o}{q'} \quad (2)$$

Dla wartości obciążenia  $q_o^A$ , odpowiadającej w przybliżeniu początkowi procesu wypierania gruntu otrzymujemy zatem wartość współczynnika nośności  $N_D = N_q \cong 11$  (porównaj z rys. 3); wg wzoru Sokołowskiego stosowanego w PN-81/B-03020 mamy  $N_D = 10,66$ .

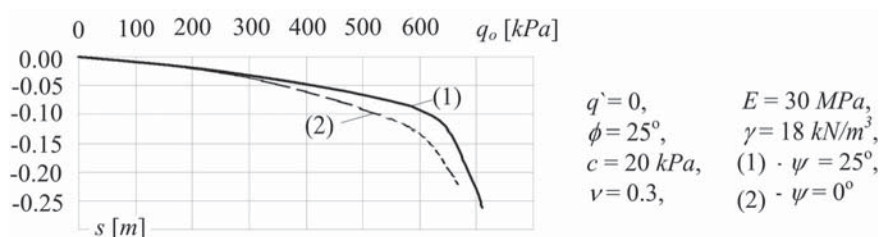
Podobnie, jak przedstawiono powyżej można podejść do problemu numerycznego wyznaczenia współczynnika nośności  $N_c$ .

Rysunek 5 pokazuje mapkę deformacji obrazujących wypiętrzenie gruntu dla stanu  $q_o^A = 1280$  kPa z rysunku 4.



Rys. 5. Mapa przemieszczeń pionowych odpowiadająca punktowi B z rysunku 4

Wpływ wartości kąta dylatacji  $\psi$  na rozwiązanie, czyli problem wiarygodności badań numerycznych wykorzystujących model Coulomba–Mohra (C–M) o stowarzyszonym prawie płynięcia pokazano w kolejnym zadaniu — rysunek 6. Jest to realne zadanie brzegowe o obszarze obliczeniowym modelu wg rysunku 4a i parametrach podanych na rysunku 6. Nie jest to zatem, jak w rozważaniach wcześniejszych, ocena jednego, wybranego współczynnika nośności.



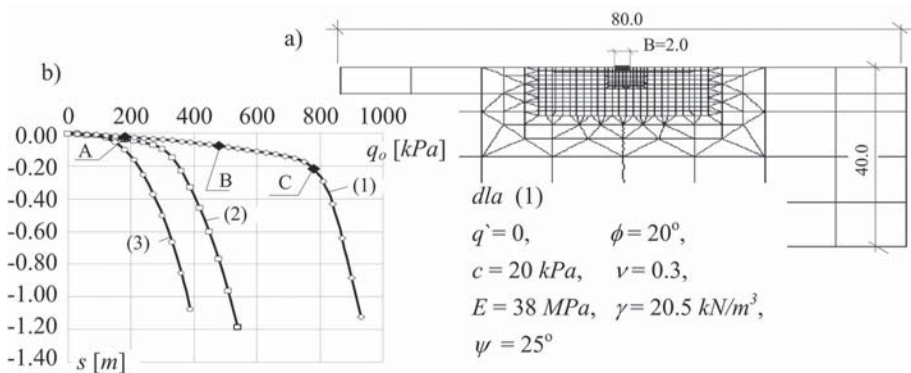
Rys. 6. Wpływ wartości kąta dylatacji na rozwiązanie

Zgodnie z podstawowym, klasycznym ujęciem problemu [4] uznaje się, że narastającemu obciążeniu przykładanemu do fundamentu towarzyszą stany uplastycznienia i wypierania gruntu. Sprawdźmy zatem na ile zadanie numeryczne, przy zastosowanej tu klasie związków konstytutywnych, jest w stanie odtworzyć opis zjawisk towarzyszących uplastycznieniu oraz wypieraniu gruntu spod fundamentu.

Jako bazowe dla kolejnych rozważań przyjęto realne zadanie brzegowe — zadanie (1), rysunek 7b. Należy tu zwrócić uwagę na przyjęty obszar obliczeniowy (2D) modelu jednorodnego podłoża gruntowego (rys. 7a). Konsekwencje doboru wielkości obszaru obliczeniowego podłoża w sposób całkowicie arbitralny omówiono w pracy [3].

Rozważmy, podane w postaci krzywej  $q_o-s$ , rozwiązanie omawianego zadania (1) z rysunku 7b.

Wyróżnione na krzywej  $q_o-s$  punkty (rys. 7) określają charakterystyczne stany gruntu — rozwijania się stanu uplastycznienia gruntu w okolicach fundamentu (punkt A) oraz powstawania mechanizmu zniszczenia, prowadzącego do wypierania podłoża gruntowego spod fundamentu (punkt C), udokumentowanego w postaci wektorów przemieszczeń gruntu.



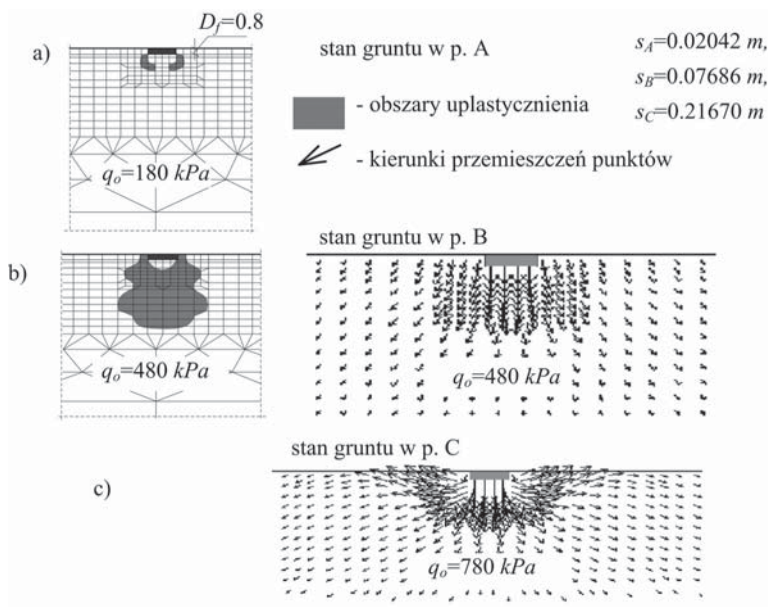
Rys. 7. Rzeczywiste zadanie brzegowe a) obszar podłoża, b) zmiany warunków posadowienia

Opisane stany przedstawiono kolejno:

- początkowy stan uplastycznienia, odpowiadający wartości  $q_o^A$  — na rysunku 8a,
- stan rozległego uplastycznienia, który poprzedza pojawienie się i narastanie zjawiska wypierania gruntu spod fundamentu;  $q_o^B$  — rysunek 8b,
- stan zniszczenia, towarzyszący obciążeniu  $q_o^C$  — rysunek 8c.

Tłem dla rozwiązania (1), reprezentującego zachowanie gruntu spoistego są krzywe (2) i (3), otrzymane przy wprowadzeniu zmian w stosunku do danych zadania (1):

- w zadaniu (2) wartość spójności  $c = 0 \text{ kPa}$  (fundament tak jak w (1) jest zagłębiony w gruncie),
- w zadaniu (3) fundament znajduje się na powierzchni terenu,  $c = 0 \text{ kPa}$ .

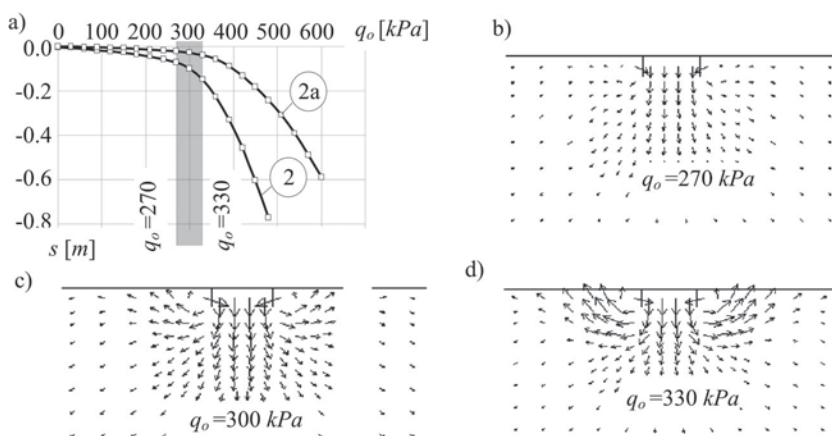


Rys. 8. Charakterystyczne stany pracy gruntu w zadaniu z rysunku 7

## 4. Podsumowanie

Wykonując obliczenia numeryczne należy, tak samo jak w obliczeniach klasycznych, pamiętać o prawidłowym doborze parametrów modelu podłoża gruntowego. Przyjrzyjmy się zatem wrażliwości odpowiedzi numerycznego modelu gruntu niespoistego na obciążenie wywołujące nadmierne wyiężenie podłoża. Porównajmy przykładowo krzywą (2) z rysunku 7b ( $E = 38 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $\phi = 20^\circ$ ,  $c = 0 \text{ kPa}$ ,  $\gamma = 20,5 \text{ kN/m}^3$ ) z rozwiązaniem otrzymywanym przy zmianie parametrów fizyczno-mechanicznych gruntu ( $E = 100 \text{ MPa}$  dla krzywej (2a)) — rysunek 9a. Cechą charakterystyczną odpowiedzi pełnego, numerycznego modelu jest brak jasnego, „ostrego” obrazu zniszczenia, jaki pojawiał się wcześniej w analizach częściowych problemu (patrz rys. 3 i 4).

Dokładna analiza wyników pokazuje jednak, że poprawna ocena przedziału pojawiającego się zjawiska wyiężania gruntu w prowadzonej analizie przyrostowej (przedział objęty szarym paskiem na rysunku) może tworzyć kryterium numerycznej oceny nośności podłoża. Zwrócić tu należy uwagę na zadowalającą zgodność faz wyiężania gruntu powstających w podłożach o różnych wartościach modułu  $E$ . Jest to zgodnie z oceną nośności granicznej gruntu — wyrażoną współczynnikami nośności  $N$ , będącymi jedynie funkcjami kąta tarcia wewnętrznego  $\phi$  — rysunki 9 b=d.



Rys. 9. Wpływ zmiany parametrów fizyczno-mechanicznych na odpowiedź modelu gruntu niespoistego

## Podziękowanie

Obliczenia numeryczne wykonano programem Abaqus w ACK CYFRONET, Kraków, częściowo w ramach grantu MNiI/SGI2800/PŚląska/039/2004, a w części MNiSW/SGI3700/PŚląska/054/2010.



## LITERATURA

- [1] *Potts D.M.*: Numerical Analysis: A Virtual Dream or Practical Reality? *Géotechnique* vol. 53, No.6, 2003, pp. 535–573
- [2] *Fedorowicz L., Fedorowicz, J.*: Analyses of Subgrade Domain Behaviour Indispensable for Rational Numerical System Creation. Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on “New Trends in Statics and Dynamics of Buildings”. Bratislava, Slovakia, October 16–17 2003, pp. 189–194
- [3] *Fedorowicz L.*: Zagadnienie kontaktowe budowla — podłoże gruntowe. Część I. Kryteria modelowania i analiz podstawowych zagadnień kontaktowych konstrukcja budowlana — podłoże gruntowe. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Budownictwo*, (w druku), 2006
- [4] *Wilun Z.*: *Zarys geotechniki*. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa, 2000