

Marek Kawa, Adrian Róžański*, Matylda Tankiewicz**

NIEZAWODNOŚĆ ZABEZPIECZENIA WYKOPU WYKONANEGO W IŁACH WARWOWYCH

1. Wprowadzenie

Iły warwowe są przykładem ośrodka gruntowego z mikrostrukturą warstwową składającą się z periodycznie powtarzającego się układu kilku warstewek o różnych właściwościach. W wyniku zróżnicowania właściwości poszczególnych składników struktury ośrodek warstwowo zachowuje się silnie anizotropowo, zarówno w zakresie sprężystym, jak i niesprężystym. Z punktu widzenia praktyki projektowej zwłaszcza określenie odpowiedniego anizotropowego opisu wytrzymałości jest problemem o dużym znaczeniu.

W pracy Kawy [2] przedstawiono anizotropowe kryterium wytrzymałości dla geomateriałów z mikrostrukturą warstwową. Wszystkie parametry kryterium zostały zidentyfikowane jako funkcje analityczne parametrów wytrzymałości składników i geometrii mikrostruktury. Zidentyfikowane kryterium bardzo dobrze opisuje wytrzymałość dwuskładnikowych mikrostruktur warstwowych ze składnikami, których wytrzymałość opisuje warunek Druckera-Pragera. Zaproponowane kryterium znakomicie nadaje się również do implementacji numerycznej, co pozwala na zastosowanie go do rozwiązywania inżynierskich zagadnień brzegowych.

Uwzględnienie dokładnego opisu wytrzymałości wiąże się zarówno ze znacznymi oszczędnościami w projektowaniu, jak i z pewnym ryzykiem. Jak pokazano, np. w pracy [4] (analizując zabezpieczenie wykopu w ośrodku warstwowym), nawet niewielka zmiana kąta uwarstwienia może istotnie wpływać na rozwiązanie zagadnienia brzegowego — silna zależność pomiędzy siłą w kotwi, a kierunkiem uwarstwienia. Biorąc pod uwagę, że rozpoznanie geologiczne prawie nigdy nie jest idealne, łatwo o błąd przy wyznaczaniu wartości stosowanej do obliczeń inżynierskich. Dodatkowo ośrodki gruntowe są silnie niejednorodne: nawet

* Instytut Geotechniki i Hydrotechniki, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wrocławska, Wrocław

od dokładnie określonej wartości średniej, lokalnie mogą występować znaczne odchylenia. Te czynniki mogą prowadzić do niebezpiecznych sytuacji w projektowaniu.

W poprzedniej pracy Autorów [3] podjęty został temat niezawodnościowego podejścia do projektowania konstrukcji wykonanych w łałach warwowych. Wówczas, jako najistotniejszą zmienną mającą wpływ na nośność, uznano kąt uwarstwienia. Przyjmując ten kąt jako jedyną zmienną losową sformułowano procedurę określenia globalnego współczynnika bezpieczeństwa w funkcji wartości oczekiwanej oraz długości przedziału zmienności.

Niniejszy artykuł jest niejako kontynuacją rozpoczętych wcześniej prac. Rozwiązuje się zagadnienie zabezpieczenia wykopu wykonanego etapowo w łał warwowym. Zakładając kąt uwarstwienia jako jedyną zmienną losową, przedstawia się przypadek, w którym od kąta uwarstwienia zależy wartość obciążenia działającego na konstrukcję. Ze względu na brak jakichkolwiek badań oraz analiz dotyczących rozkładów prawdopodobieństwa opisujących zmienność uwarstwienia, zakłada się, że kąt uwarstwienia ma rozkład równomierny (in. jednostajny), tzn. taki dla którego gęstość prawdopodobieństwa w przedziale od a do b jest stała i równa $1/(b-a)$.

Podobnie jak w poprzedniej pracy [3] formułuje się procedurę określania wartości globalnego współczynnika bezpieczeństwa dla założonej dopuszczalnej wartości prawdopodobieństwa awarii na poziomie 0,00007. Ta wartość prawdopodobieństwa, zgodnie z polską normą [5], odpowiada konstrukcjom o poważnych skutkach awarii. Globalny współczynnik bezpieczeństwa przedstawia się jako funkcję wartości oczekiwanej kąta uwarstwienia oraz przedziału jego zmienności. Ze względu na uzyskanie dość znacznych wartości globalnego współczynnika bezpieczeństwa podejmuje się również próbę kalibracji, dla jedynej zmiennej losowej jaką jest kąt uwarstwienia, częściowego współczynnika bezpieczeństwa.

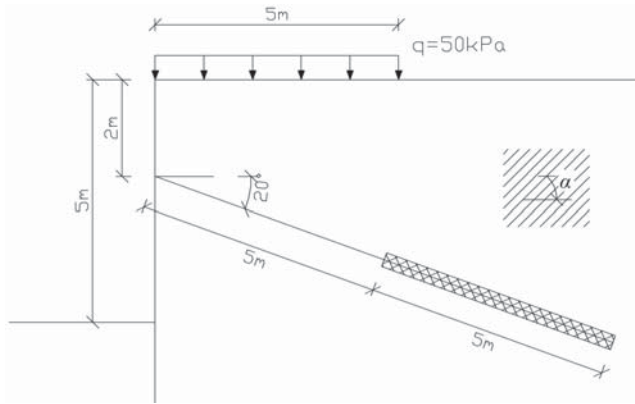
Układ pracy jest następujący. W kolejnym rozdziale formułuje się zagadnienie oraz definiuje się współczynniki bezpieczeństwa, odpowiednio: globalny i częściowy. W rozdziale trzecim przedstawia się uzyskane wartości globalnego współczynnika bezpieczeństwa dla różnych wartości oczekiwanych oraz przedziałów zmienności kąta uwarstwienia. W kolejnym rozdziale podjęto próbę kalibracji częściowego współczynnika bezpieczeństwa. Artykuł kończą wnioski wynikające z przeprowadzonych analiz.

2. Sformułowanie zagadnienia

Jak wspomniano wcześniej w pracy analizuje się problem projektowania zabezpieczenia wykopu wykonanego w łał warwowym — schemat zadania graficznie przedstawiono na rysunku 1. Ograniczono się jedynie do rozwiązania zagadnienia zaprojektowania kotwi. W tym przypadku kąt uwarstwienia ośrodka wpływa na wartość siły w kotwi, którą rozumiemy jako obciążenie konstrukcji. Przyjęto, że kąt uwarstwienia α , rozumiany jako odchylenie kierunku uwarstwienia od poziomu, jest jedyną zmienną losową i wpływa wyłącznie na wartość obciążenia konstrukcji L . Nośność konstrukcji N zakłada się jako deterministyczną.

Funkcja stanu granicznego przyjmuje zatem postać:

$$f(\alpha) = N - L(\alpha) \tag{1}$$



Rys. 1. Geometria wykopu i konstrukcji zabezpieczającej

Zgodnie z równaniem (1) awaria konstrukcji ma miejsce wówczas, gdy funkcja stanu granicznego przyjmuje ujemne wartości. Przy założeniu, że funkcja gęstości prawdopodobieństwa kąta uwarstwienia jest stała na zadanym przedziale $[a, b]$ (rozkład jednostajny) prawdopodobieństwo awarii można wyrazić jako:

$$p_F = \frac{1}{b-a} \int_a^b h(L(\alpha) - N) d\alpha \quad (2)$$

gdzie $h(x)$ jest funkcją Heaviside'a.

Wówczas globalny współczynnik bezpieczeństwa F można przedstawić w następującej postaci:

$$F = \frac{N}{\langle L \rangle}, \text{ takie że: } \frac{1}{b-a} \int_a^b h(L(\alpha) - N) d\alpha = p_F \quad (3)$$

gdzie operator $\langle \cdot \rangle$ oznacza wartość oczekiwaną.

W tym miejscu należy wspomnieć, iż w większości przypadków (zwłaszcza, gdy wektor zmiennych losowych jest wielowymiarowy), ze względu na bardzo małą wartość prawdopodobieństwa awarii, specyficzny obszar całkowania oraz konieczność znajomości łącznego rozkładu prawdopodobieństwa wektora zmiennych losowych, obliczenie wartości p_F okazuje się być zagadnieniem dość skomplikowanym [8]. W związku z tym, w ramach teorii niezawodności, w ostatnim czasie znacznie rozwinęły się metody numerycznego określania prawdopodobieństwa awarii (FORM, SORM), a wraz ze wzrostem mocy obliczeniowej komputerów — metody symulacyjne. Jednakże w rozważanym przypadku wektor zmiennych losowych składa się tylko z jednej zmiennej (kąt α), dlatego też obliczenie prawdopodobieństwa awarii — całki danej zależnością (2) — jest zadaniem dość łatwym i nie wymaga stosowania skomplikowanych algorytmów teorii niezawodności.

W nowych normach europejskich i amerykańskich częściej od globalnego współczynnika bezpieczeństwa stosowane są tzw. częściowe współczynniki bezpieczeństwa. Zgodnie z definicją przedstawioną w pracy [6] jest to stosunek wartości zmiennej losowej w tzw. punkcie obliczeniowym do jej wartości charakterystycznej. Wartość charakterystyczną rozumie się zazwyczaj jako wartość oczekiwaną zmiennej losowej, a zatem częściowy współczynnik bezpieczeństwa φ można w rozważanym przypadku wyrazić jako:

$$\varphi = \frac{\alpha^*}{\langle \alpha \rangle} = \frac{2\alpha^*}{a+b} \quad (4)$$

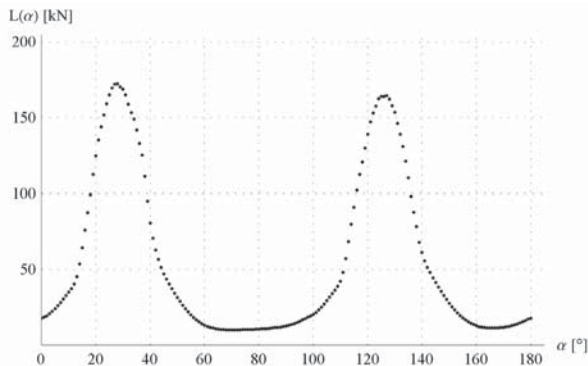
Wartość obliczeniową α^* , dla rosnącej funkcji stanu granicznego, można obliczyć jako:

$$\alpha^*, \quad \text{takie} \quad \frac{1}{b-a} \int_a^b h(L(\alpha) - N) d\alpha = p_f \quad (5)$$

że:

3. Określenie globalnego współczynnika bezpieczeństwa

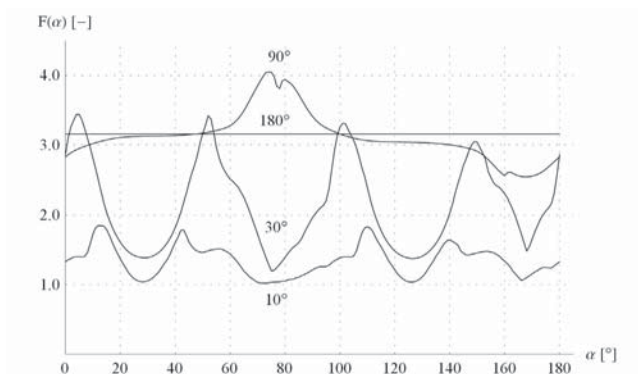
Zagadnienie zabezpieczenia wykopu (rys. 1) wykonanego etapowo w ile warwowym rozwiązano w programie FLAC [1]. Parametry wytrzymałościowe dla poszczególnych warstwek/składników gruntu wynosiły odpowiednio: kohezja $c_1 = 90\text{kPa}$ i $c_2 = 10\text{kPa}$ oraz współczynnik tarcia wg. Druckera–Pragera $a_1 = a_2 = 0,045$, co odpowiada kątowii tarcia wewnętrznego $\phi \approx 5^\circ$. Udział frakcyjny obydwu składników przyjęto jako równy. Obliczenia przeprowadzono zmieniając kąt uwarstwienia α w zakresie od 0° do 180° , co 1° . W ten sposób uzyskano wykres zależności siły w kotwi od kierunku uwarstwienia. Wykres ten został przedstawiony na rysunku 2.



Rys. 2. Wykres zależności siły w kotwi od kąta uwarstwienia α

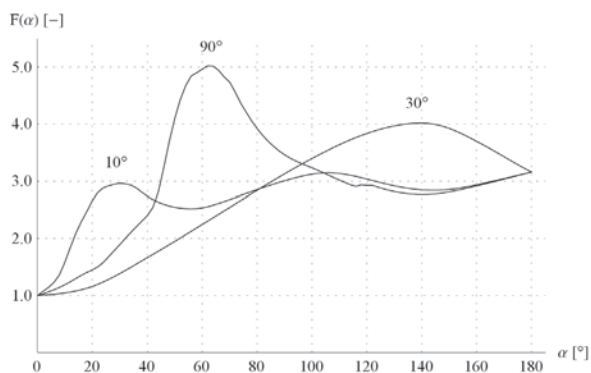
Globalny współczynnik bezpieczeństwa obliczono dla różnych wartości oczekiwanych kąta uwarstwienia oraz różnych długości przedziałów zmienności kąta. Jak wspomniano wcześniej kalibracji współczynnika φ dokonano dla prawdopodobieństwa awarii przyjętego zgodnie z polską normą [5] — $p_f = \Phi(-\beta) \approx 0,00007$, co odpowiada konstrukcji o poważnych skutkach awarii.

Na rysunku 3 przedstawiono zależność współczynnika bezpieczeństwa $F(\alpha)$ od wartości oczekiwanej kąta uwarstwienia. Wyniki odpowiadają czterem różnym długościom przedziałów zmienności tego kąta, odpowiednio: 10° , 30° , 90° i 180° .



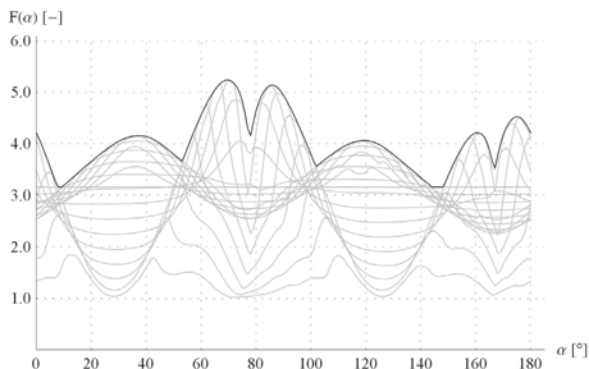
Rys. 3. Zależność współczynnika bezpieczeństwa od wartości oczekiwanej kąta uwarstwienia dla różnie przyjmowanych długości przedziału zmienności tego kąta

Na rysunku 4, dla wybranych wartości oczekiwanych kąta uwarstwienia tj.: 10° , 30° , 90° , przedstawiono jak zmienia się wartość współczynnika w zależności od długości przedziału zmienności. Jak widać wartość współczynnika bezpieczeństwa zależy w dużej mierze od dokładności z jaką znany jest kąt uwarstwienia. Gdy wszystkie kąty są tak samo prawdopodobne, tj. dla przedziału zmienności równego 180° , współczynnik bezpieczeństwa dla rozważanego przypadku przyjmuje wartość równą ok. 3,15. Nie jest to jednak najniebezpieczniejszy przypadek — dla niektórych wartości oczekiwanych kąta α współczynnik ten osiąga wyższą wartość dla mniejszych przedziałów zmienności.



Rys. 4. Zależność wartości współczynnika bezpieczeństwa od długości przedziału zmienności dla wybranych wartości oczekiwanych kąta uwarstwienia

Najwyższe wartości współczynnika bezpieczeństwa uzyskuje się w przypadku braku jakiegokolwiek informacji na temat zakresu zmienności kąta uwarstwienia. W takiej sytuacji funkcję wartości współczynnika rozumie się jako górną obwiednię wykresów tego współczynnika wykonanych dla szeregu długości przedziałów zmienności. Wykres takiej obwiedni przedstawiono na rysunku 5. W tym przypadku maksymalna wartość współczynnika bezpieczeństwa wynosi nawet 5,25.



Rys. 5. Górna obwiednia funkcji współczynników bezpieczeństwa obliczonych dla różnych długości przedziału zmienności kąta uwarstwienia

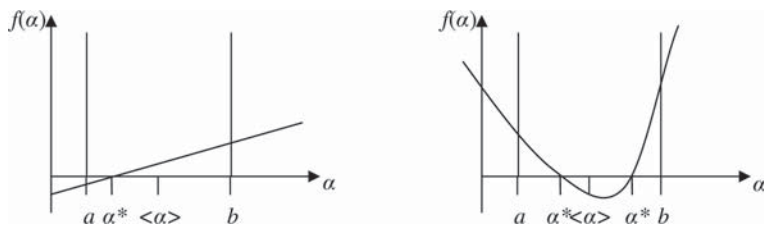
4. Próba określenia częściowego współczynnika bezpieczeństwa

Aby zapewnić odpowiedni poziom niezawodności konstrukcji globalny współczynnik bezpieczeństwa osiąga czasem bardzo duże wartości. Oznacza to oczywiście konieczność projektowania z dużym zapasem bezpieczeństwa: zgodnie z rysunkiem 5. nośność kotwy powinno dobierać się jako trzykrotnie, a czasami nawet pięciokrotnie, większą niż występująca w niej siła. W rozważanym przypadku projektowanie ze względu na globalny współczynnik bezpieczeństwa wydaje się mało ekonomiczne.

Zamiast globalnego współczynnika bezpieczeństwa często bardziej ekonomiczne okazuje się zastosowanie tzw. częściowych współczynników bezpieczeństwa określanych niezależnie dla każdej zmiennej losowej. Współczynniki te można rozumieć jako stosunek wartości obliczeniowej do wartości charakterystycznej zmiennej losowej (4). Dla jednej zmiennej losowej i monotonicznej funkcji stanu granicznego wartość obliczeniową zmiennej losowej można rozumieć jako miejsce zerowe tej funkcji. Znacznie bardziej złożony przypadek występuje dla funkcji niemonotonicznej: dwie wartości obliczeniowe, a zatem dwie wartości współczynnika częściowego dają takie samo prawdopodobieństwo awarii (rys. 6).

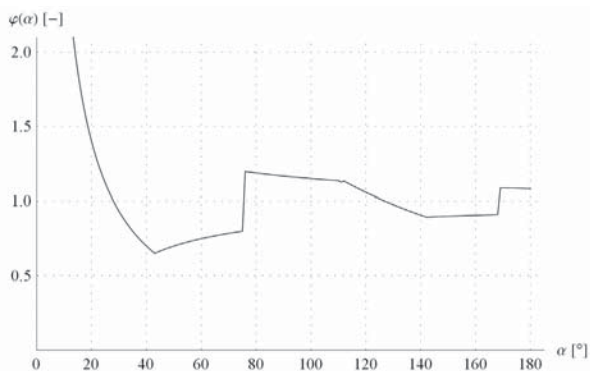
W rozważanym przez nas przypadku funkcja stanu granicznego jest niemonotoniczna. Dla określonego prawdopodobieństwa awarii uzyskuje się, co najmniej, dwie różne wartości częściowego współczynnika bezpieczeństwa. Próba rozwiązania problemu może być projektowanie na bardzo małe prawdopodobieństwo awarii. Zakładając, tak jak w poprzednim

podpunkcie, zgodnie z normą [5] ryzyko awarii na poziomie 0,00007 w przedziale zmienności, w którym funkcja stanu granicznego ma tylko jedno minimum lokalne obydwie wartości obliczeniowe powinny mieć bardzo zbliżone wartości.



Rys. 6. Wartość obliczeniowa α^* dla monotonicznej (po lewej) i niemonotonicznej (po prawej) funkcji stanu granicznego

Na rysunku 7 przedstawiono zależność częściowego współczynnika bezpieczeństwa w zależności od wartości oczekiwanej kąta uwarstwienia obliczoną dla prawdopodobieństwa awarii na poziomie 0,00007 oraz długości przedziału zmienności równej 30° .



Rys. 7. Zależność częściowych współczynników bezpieczeństwa dla kąta uwarstwienia od wartości oczekiwanej tego kąta dla długości przedziału zmienności równej 30°

Pomimo tego, iż wykres przedstawiony na rysunku 7 jest możliwy do zastosowania, przy jego interpretacji pojawia się wiele wątpliwości. Zmienna losowa w postaci kąta uwarstwienia α jest dla zadań niezawodnościowych zmienną bardzo nietypową: jest π -periodyczna, dla pewnych przedziałów zmienności jej wartość oczekiwana może wynosić 0, a dla dłuższych długości przedziału zmienności funkcja stanu granicznego może mieć więcej niż jedno minimum lokalne. Ponadto, w przypadku niemonotonicznej funkcji stanu granicznego wartość współczynnika zapewniającego odpowiedni poziom niezawodności musi być ściśle określona — większa wartość nie zapewnia większego bezpieczeństwa. Wszystkie te problemy wymagają szczegółowego rozpatrzenia i opracowania dedykowanego podejścia do określenia częściowego współczynnika bezpieczeństwa dla tej zmiennej.

5. Wnioski

W artykule przedstawiono niezawodnościowe podejście do projektowania zabezpieczenia wykopu wykonanego w ilach warwowych. Zakładając kąt uwarstwienia skarpy jako jedyną zmienną losową pokazano sposób określania wartości globalnego współczynnika bezpieczeństwa projektowanej kotwy. Podjęto również próbę określenia częściowego współczynnika bezpieczeństwa dla kąta uwarstwienia.

Uzyskane duże wartości globalnego współczynnika bezpieczeństwa pokazują duże ryzyko związane z projektowaniem zabezpieczenia wykopu w gruncie z mikrostrukturą warstwową. Do rozważanego zagadnienia projektowego podchodzić należy ze szczególną ostrożnością. Z drugiej strony wydaje się, że zastosowanie odpowiedniej procedury określania częściowych współczynników bezpieczeństwa może skutkować bardziej ekonomicznym projektowaniem.

Częściowy współczynnik bezpieczeństwa określono dla długości przedziału zmienności kąta równego 30° . Chociaż uzyskane wartości współczynnika nadają się do stosowania pojawia się wiele wątpliwości odnośnie określania tego współczynnika dla kąta. Np. przyjmując dłuższy przedział zmienności uzyskać można dwie zupełnie różne wartości tego współczynnika. Ponadto w przypadku niemonotonicznej funkcji stanu granicznego wartość współczynnika zapewniającego odpowiedni poziom niezawodności musi być ściśle określona — większa wartość nie zapewnia większego bezpieczeństwa. Rozwiązanie tych problemów wymaga dedykowanego podejścia. Być może częściowym rozwiązaniem jest stabelaryzowanie wartości współczynnika dla określonych wartości oczekiwanych kąta uwarstwienia oraz poziomu niezawodności. Znalezienie odpowiedniego podejścia do problemu jest przedmiotem dalszej pracy autorów.

LITERATURA

- [1] FLAC. Fast Lagrangian Analysis of Continua, Itasca, 2007
- [2] Kawa M., Łydźba D.: Kryterium wytrzymałości geomateriałów z mikrostrukturą warstwową. *Górnictwo i Geoinżynieria*, t. 32, z. 2, Wydawnictwo AGH, Kraków, 2008, s. 177–185
- [3] Kawa M., Różański A., Tankiewicz M.: Niezawodność posadowienia w ilach warwowych. *Górnictwo i Geoinżynieria*, t. 34, z. 2, Wydawnictwo AGH, Kraków, 2010, s. 351–358
- [4] Kawa M., Tankiewicz M.: Zastosowanie mikrostrukturalnego kryterium wytrzymałości do oceny zabezpieczenia skarpy wykonanej w ile warwowym, *Górnictwo i Geoinżynieria*, t. 33, z. 1, Wydawnictwo AGH, Kraków, 2009, s. 325–332
- [5] PN-ISO 2394 Ogólne zasady niezawodności konstrukcji budowlanych, PKN, 2000
- [6] Murzewski J.: Niezawodność konstrukcji inżynierskich, Arkady, 1989
- [7] Melchers R.E.: Structural Reliability, Ellis Horwood Limited, 1987
- [8] Puła W.: Zastosowania teorii niezawodności konstrukcji do oceny bezpieczeństwa fundamentów. Oficyna Wyd. PWR, Wrocław, 2004