

*Jerzy Cieślik\**

## ZMIANY ENERGETYCZNE ZWIĄZANE Z ROZWOJEM USZKODZENIA I DYSSYPACJĄ PLASTYCZNĄ W TEŚCIE JEDNOOSIOWEGO I TRÓJOSIOWEGO ŚCISKANIA PRÓBEK PIASKOWCA\*\*

---

### 1. Wprowadzenie

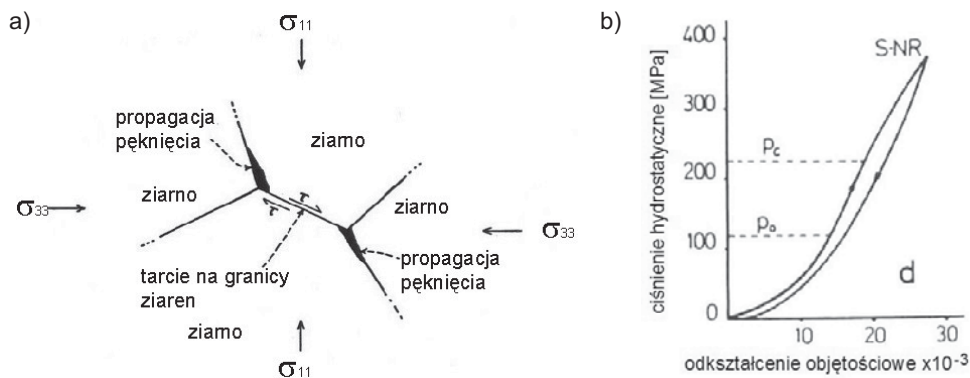
Fenomenologiczny opis procesu zniszczenia próbek skalnych w warunkach jednoosiowego i trójosiowego obciążenia w głównej mierze polega na charakterystyce rozwoju śródziarnowych i międzyziarnowych spękań oraz efektów tarcia na ściankach istniejących szczelin, porów, ziaren oraz nowo powstałych spękań. Już na niewielkim poziomie obciążenia, jeszcze przed pojawieniem się progu dylatacji względnej, można obserwować trwałe odkształcenia próbek będące efektem tarcia wewnętrznego (rys. 1a) [2]. Odkształcenia takie można obserwować też przy obciążeniach hydrostatycznych [6]. Po przekroczeniu progu dylatacji względnej następuje stabilny, a po przekroczeniu progu dylatacji bezwzględnej niestabilny proces propagacji spękań [4, 9]. Spękania te zorientowane na kierunku działania obciążenia ostatecznie mogą uformować jedno makropęknięcie bądź kilka makropęknięć lub też, w zależności od wartości ciśnienia okólnego, ułożyć się w jedno pasmo lub kilka pasm ścinania. Dodatkowo, w części przedkrytycznej obciążenia, szczególnie w skałach porowatych, następuje wzrost sztywności próbek na skutek zaciskania pierwotnych porów i szczelin, obserwowany przy obciążeniach trójosiowych.

W artykule posługując się sprężysto-plastycznym z uszkodzeniem modelem fizycznym będącym w stanie opisać proces rozwoju spękań oraz efekty tarcia wewnętrznego w próbkach skalnych, scharakteryzowano zmiany energetyczne spowodowane wymienionymi zjawiskami. Analizując zmiany energii potencjalnej próbek skalnych, wyodrębniono energię towarzyszącą procesowi pęknięcia i tarcia wewnętrznego. Analizie poddano proces jednoosiowego i trójosiowego ściskania (w osiowosymetrycznym stanie naprężenia), w przed- i pokrytycznym przedziale obciążenia próbek piaskowca Wustenzeller.

---

\* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Kraków

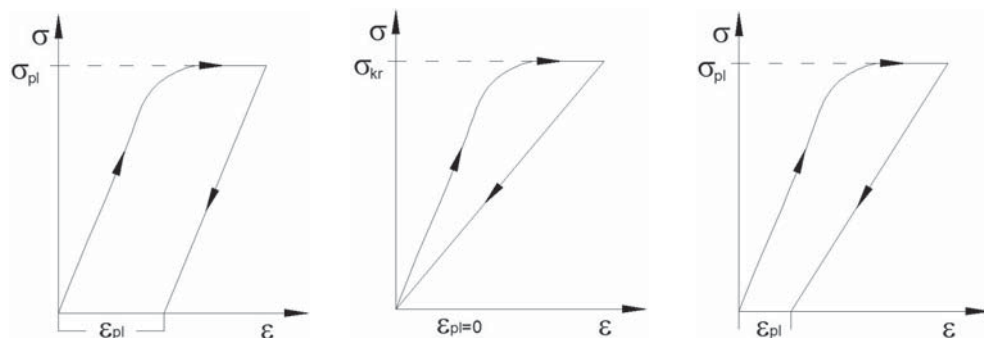
\*\* Praca powstała w ramach badań statutowych realizowanych na Wydziale Górnictwa i Geoinżynierii AGH, o numerze 11.11.100.277



**Rys. 1.** Model propagacji spękań na granicy i wewnątrz ziaren [2] (a); pętla obciążenie i odciążenie oraz trwałe odkształcenia jako efekt tarcia wewnętrznego w próbkach skalnych przy obciążeniu hydrostatycznym [6] (b)

## 2. Opis zjawisk dyssypacji plastycznej i propagacji spękań w próbkach skalnych

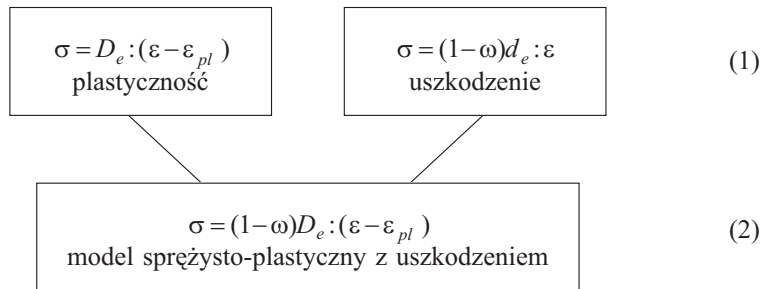
Zjawiska propagacji spękań oraz tarcia wewnętrznego towarzyszące zniszczeniu skał poddanych jednoosiowemu i trójosiowemu obciążeniu w rzeczywistych warunkach przenikają się nawzajem, przebiegają równoległe i w pewnym sensie jedno (tarcie wewnętrzne) jest efektem drugiego (uszkodzenie i propagacji spękań). Na rysunku 2 zaprezentowano wyidealizowane charakterystyki zachowania się skał według trzech modeli materiałów: sprężysto-plastycznego, sprężystego z uszkodzeniem oraz sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem. Istotne różnice zachowania się skał według tych modeli są zauważalne po przekroczeniu pewnego granicznego obciążenia i odciążeniu próbki. W przypadku materiału sprężysto-plastycznego po przekroczeniu granicy plastyczności ścieżka odciążenia realizowana jest z takim samym modułem odciążenia jak przy obciążeniu.



**Rys. 2.** Wyidealizowane modele zachowania się skał:  
a) sprężysto-plastyczny; b) sprężysty z uszkodzeniem; c) sprężysto-plastyczny z uszkodzeniem

W ośrodku sprężystym z uszkodzeniem (pęknięciem) obciążenie powyżej wartości krytycznej i odciążenie nie powoduje trwałych odkształceń, cały proces jest sprężysty i towarzyszy mu zmienna sztywność (bądź podatność) ośrodka. W przypadku modelu sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem odciążeniu towarzyszą trwałe odkształcenia, zaś samo odciążenie następuje z inną niż obciążenie sztywnością. Rzeczywiste zachowanie się skał w warunkach jednoosiowego i trójosiowego obciążenia jest najlepiej symulowane w trzecim modelu, sprężysto-plastycznym z uszkodzeniem.

Ostatniemu z omawianych modeli zachowania się skał pod obciążeniem (rys. 2c) odpowiada złożony z części plastycznej oraz uszkodzenia związek pomiędzy naprężeniem i odkształceniem [7]:



gdzie:

- $\omega$  — zmienna uszkodzenia (skalarna, wektorowa lub tensorowa, może być różnego rzędu) odpowiada za zmianę sztywności w trakcie uszkodzenia,
- $D_e$  — tensor sztywności ośrodka,
- $\varepsilon, \varepsilon_{pl}$  — odpowiednio tensor sprężystych i plastycznych odkształceń,
- $\sigma$  — tensor naprężenia Cauchy'ego.

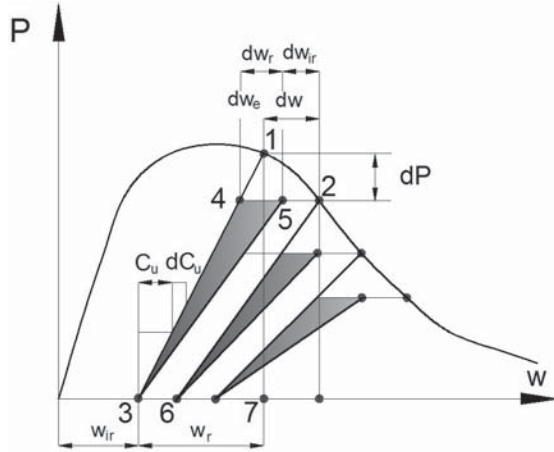
Na analogicznym do powyższego modelu fizycznym, wykorzystując charakterystykę siła-ugięcie i zasadę zachowania energii, Bazant [1] przeprowadził analizę zmian energii potencjalnej w trakcie procesu zniszczenia zginanych betonowych belek. Wyodrębnił on energię pęknięcia, odpowiadającą propagacji makropęknięcia oraz energię towarzyszącą dyssypacji plastycznej na skutek tarcia wewnętrznego w obrębie wierzchołka makropęknięcia [1].

Podobne zależności dla sprężysto-plastycznego modelu z uszkodzeniem uzyskali Krajcinovic oraz Grassl, wychodząc z praw termodynamiki procesu zniszczenia [5, 8].

Przyjmując za Bazantem (rys. 3), iż praca wykonana przez maszynę wytrzymałościową w procesie obciążenia wynosi  $W = Pdw$ , można zmianę energii potencjalnej w próbce pomiędzy dwoma punktami 1-2 charakterystyki opisać następującym równaniem:

$$d\Pi = dU - Pdw \quad (3)$$

gdzie:  $U = w_r^2 / 2C_u$  to energia sprężysta zakumulowana w próbce na danym poziomie obciążenia (na rysunku 3 pole trójkąta oznaczonego punktami 3-1-7-3),  $C_u$  – odpowiednio podatność próbki,  $w_r$  – sprężyste przemieszczenie po odciążeniu (na rysunku 3 odcinek 3-7).



Rys. 3. Charakterystyka  $P$ - $w$  procesu trójpunktowego zginania [1]

Wykonując odpowiednie podstawienia i przeliczenia oraz przyjmując, że  $P = w_r / C_u$ , po przekształceniach można uzyskać zależność opisującą zamianę energii potencjalnej:

$$d\Pi = -\frac{P^2}{2} dC_u - Pdw_{ir}, \quad \text{gdzie } w_{ir} = w - w_r \quad (4)$$

Poszczególne człony wyrażenia (4) odpowiadają odpowiednim polom pod charakterystyką na rysunku 3:

$$\frac{P^2}{2} dC_u = dA_{3453} \quad \text{oraz} \quad Pdw_{ir} = dA_{35263} \quad (5)$$

Pierwsze wyrażenie określa przyrost energii dyssypowanej na tworzenie nowych powierzchni i propagację istniejących spękań, co w praktyce odpowiada energii pęknięcia w procesie zniszczenia (trójkąt ograniczony przez punkty 3-4-5-3). W takim przypadku odciążeniu nie towarzyszą trwałe odkształcenia, a zmianie ulega jedynie sztywność (bądź podatność) próbki (rys. 3). Drugie wyrażenie opisuje proces dyssypacji energii na efekty tarcia, który w przyjętym modelu odpowiada efektom plastycznym (trapez ograniczony punktami 3-5-2-6-3). Suma obu rodzajów energii (pól A) określa zmianę energii potencjalnej towarzyszącej procesowi rozwoju spękań i plastycznym poślizgom na szczelinach.

### 3. Procedura badawcza próbek piaskowca w warunkach jednoosiowego i konwencjonalnego trójosiowego ściskania

Badania próbek piaskowca Wustenzeller [3] przeprowadzono w warunkach osiowosymetrycznego stanu naprężenia. Obciążenia tego typu zrealizowano za pomocą komory do

badan trójosiowych firmy MTS typu 656.11 i maszyny wytrzymałościowej ze sztywną ramą typu MTS 315.

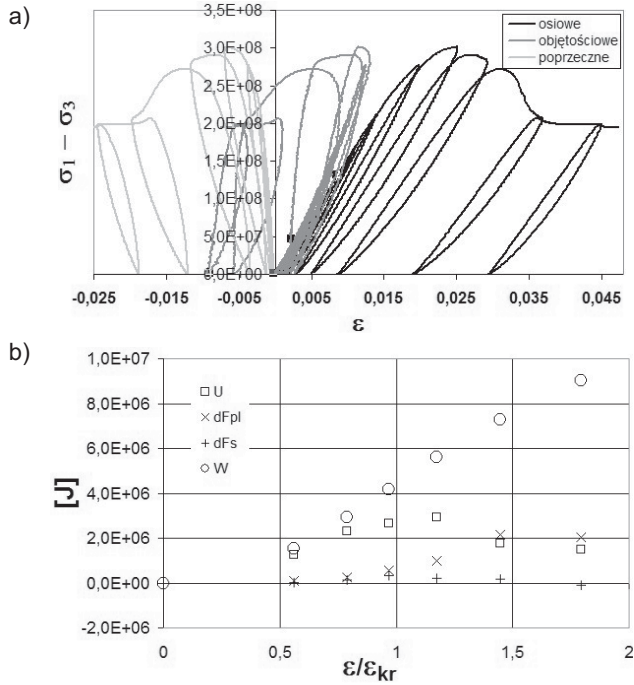
Pomiar siły osiowej wykonywany był za pomocą przetwornika siły zainstalowanego wewnątrz komory ciśnieniowej, przemieszczenia mierzone ekstensometrami. Przemieszczenia radialne wyznaczano, mierząc zmiany obwodu próbki łańcuszkiem opasanym wokół niej, a przemieszczenia osiowe na zewnątrz komory – dokonując pomiaru przemieszczenia tłoka komory trójosiowej.

W przypadku badań trójosiowych po zainstalowaniu próbki w komorze trójosiowej i wypełnieniu jej olejem mineralnym zadawano ciśnienie okólne do wartości 5 MPa, 20 MPa, 40 MPa i 70 MPa. Następnie zwiększano siłę osiową działającą na tłok komory, po czym na danym poziomie obciążenia osiowego zredukowano ją prawie do zera (zwykle 6–10 cykli obciążeń osiowych). Przebadano 10 walcowych próbek piaskowca o wymiarach  $h = 70$  mm i  $d = 35$  mm, po dwie przy założeniu obciążenia jednoosiowego i ciśnień okólnych 20 MPa i 40 MPa, trzy przy założeniu ciśnienia okólnego 5 MPa oraz jedną przy założeniu ciśnienia 70 MPa. Badania przeprowadzono w temperaturze i wilgotności pokojowej, stosując prędkość odkształcenia osiowego  $1 \cdot 10^{-4}$  [s<sup>-1</sup>].

#### **4. Analiza zmian energii potencjalnej oraz zjawisk towarzyszących zniszczeniu próbek piaskowca**

Analizę procesów propagacji spękań i tarcia wewnętrznego towarzyszących zniszczeniu próbek poddanych jednoosiowemu i trójosiowemu ścisłaniu przeprowadzono na podstawie wyników badań doświadczalnych piaskowca Wustenzeller [3] (rys. 4a). Na podstawie zależności (4) oraz (5) wyznaczono zmiany energii odpowiadającej wyłącznie propagacji spękań ( $dF_s$ ), zmiany energii odpowiadającej wyłącznie tarcia wewnętrznemu ( $dF_{pl}$ ) oraz pracy zewnętrznej procesu obciążenia ( $W$ ) i energii sprężystej na danym poziomie obciążenia ( $U$ ). Poszczególne wielkości wyznaczono, dzieląc całą charakterystykę  $\sigma$ - $\varepsilon$  (rys. 4a) na przyrosty obciążenia oraz obliczając odpowiednie pola (rys. 3) ograniczone krzywymi obciążenia i odciążenia charakterystyki  $\sigma$ - $\varepsilon$ . Takie analizy wykonano dla wszystkich 10 przebadanych próbek.

Na rysunku 4a i b zaprezentowano przykładowe wyniki odnoszące się do próbki obciążanej przy ciśnieniu okólnym 70 MPa. Jak można zauważyć (rys. 4a), próbka uległa kruchemu zniszczeniu mimo stosunkowo wysokiego ciśnienia okólnego. Zmiany poszczególnych rodzajów energii ( $U$ ,  $W$ ,  $dF_{pl}$ ,  $dF_s$ ) w trakcie procesu obciążenia zestawiono w funkcji odkształcenia znormalizowanego do odkształcenia krytycznego (rys. 4b). W związku z tym, iż sztywność próbek w trakcie obciążenia jest zmienna [3], należy zaznaczyć, iż zmiany energii odpowiadające propagacji spękań liczone były tylko w zakresie obciążenia, gdzie sztywność ta na skutek propagacji spękań malała. Oznacza to, że w zależności od ciśnienia okólnego  $p$ , początek tego przedziału odpowiadał od  $0,56\varepsilon_{kr}$  ( $\varepsilon_{kr}$  – odkształcenie krytyczne) dla największego ciśnienia okólnego ( $p = 70$  MPa) do  $0,91 \varepsilon_{kr}$  w teście jednoosiowym ( $p = 0$  MPa). Zmiany poszczególnych rodzajów energii dotyczą więc przedziału obciążenia, w którym uszkodzenie było aktywne (w ogóle występowało).



**Rys. 4.** Charakterystyki  $\epsilon$ - $\sigma$  próbki piaskowca przy ciśnieniu okólnym  $p = 70$  MPa (a). Zmiany energetyczne zachodzące w procesie obciążenia i zniszczenia próbki (b)

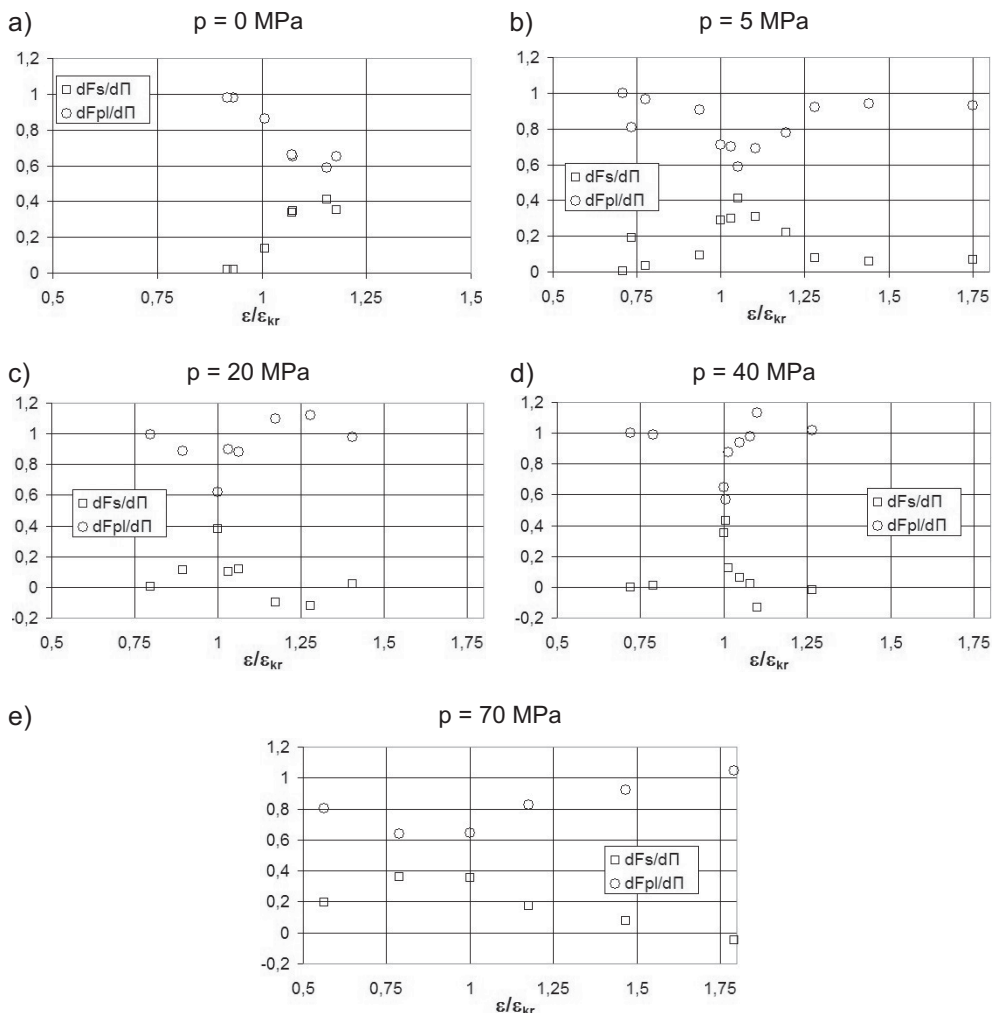
Wielkość przyrostów energii odpowiadającej propagacji spękań ( $dF_s$ ) jest stosunkowo niewielka w odniesieniu do energii sprężystej ( $U$ ) na danym poziomie obciążenia (rys. 4b). Zmiany te są największe na etapie odkształcenia krytycznego próbki. Odmienne jest charakter przyrostów energii odpowiadającej tarcii wewnętrznemu ( $dF_{pl}$ ). Energia ta rośnie w całym przedziale obciążenia, szczególnie po przekroczeniu odkształcenia krytycznego i jest to główna forma dyssypacji energii.

Ilościowy udział poszczególnych rodzajów energii w procesie zniszczenia próbek przedstawiono na rysunku 5. Analizie poddano jednak nie wartości przyrostów poszczególnych rodzajów energii, ale ich zależność od zmian energii potencjalnej  $dF_s / d\Pi$  oraz  $dF_{pl} / d\Pi$ , czyli ich udział w procesie zniszczenia

$$d\Pi = dF_s + dF_{pl} \quad (6)$$

Ze względu na fakt, iż rozpatrywano udział dwóch rodzajów dyssypacji, charakter zmian poszczególnych rodzajów energii jest odwrotny, tzn. gdy jedna rośnie, to druga maleje. Z rysunku 5 wynika, że dla wszystkich stosowanych ciśnień okólnych we wstępnej fazie obciążenia energia dyssypowana jest w głównej mierze na tarcie wewnętrzne. Jej udział w procesie zniszczenia stopniowo maleje w miarę wzrostu energii od propagacji spękań (uszkodzenia). Zawsze jednak jest większy od energii związanej z propagacją spękań, nawet w testach jednoosiowych. Należy zauważyć, że przyrost energii związanej

z propagacją spękań na pewnym poziomie obciążenia (zależnym od ciśnienia okólnego) osiąga maksimum, po czym maleje praktycznie do zera. Oznacza to, że propagacja spękań i odpowiadające jej przyrosty energii dotyczą jedynie pewnego, wybranego przedziału obciążenia. We wszystkich przypadkach udział energii towarzyszącej propagacji spękań przestaje mieć znaczenie po przekroczeniu odkształcenia o wartości  $1,5\varepsilon_{kr}$ , a najczęściej już przy  $1,25\varepsilon_{kr}$ . Na niektórych wykresach (rys. 5) można zaobserwować, że przyrosty energii towarzyszącej propagacji spękań osiągają wartości ujemne. Odpowiada to względnemu wzrostowi sztywności próbki (w odniesieniu do poprzedniego przyrostu obciążenia). Zjawisko to występuje w pokrytycznym zakresie obciążenia, dla ciśnień okólnych  $p$  powyżej 20 MPa i można je interpretować jako kompaktację pasma ścinania.



Rys. 5. Ilościowy udział poszczególnych rodzajów energii w procesie zniszczenia próbek

Na uwagę zasługuje również fakt, że maksimum przyrostów energii towarzyszącej propagacji spękań w zależności od wielkości ciśnienia hydrostatycznego osiągane jest przy mniejszych odkształceniach. Dla ciśnienia okólnego  $p = 70$  MPa uzyskano je przy  $\varepsilon / \varepsilon_{kr} = 0,9$ , zaś dla testów jednoosiowych ( $p = 0$ ) przy  $\varepsilon / \varepsilon_{kr} = 1,1$ .

## 6. Podsumowanie

W artykule zaprezentowano wyniki badań laboratoryjnych, w których analizowano zmiany energii towarzyszące rozwojowi uszkodzenia i plastycznej dyssypacji w testach jednoosiowego i trójosiowego ściskania piaskowca.

Założono, iż zmiany energii towarzyszące rozwojowi uszkodzenia i plastycznej dyssypacji mogą być opisane za pomocą modelu sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem. Bazując na tym modelu oraz zasadzie zachowania energii, wyznaczono energie towarzyszące procesowi uszkodzenia i plastycznej dyssypacji.

### LITERATURA

- [1] *Bazant Z.*: Analysis of work – of fracture method for measuring failure energy of concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 122, No. 2, 1996
- [2] *Brady B.T.*: A mechanical equation of state for brittle rock. Part I – The pre-failure behavior of brittle rock, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 7, 1970, s. 395–404, 407–423
- [3] *Cieślak J., Jakubowski J., Tajduś A.*: Zmiany osiowej sztywności i rozwój uszkodzenia próbek piaskowca w teście konwencjonalnego trójosiowego ściskania. *Górnictwo i Geoinżynieria (kwartalnik AGH)*, R. 35, z. 2, 2011, s. 163–170
- [4] *Eberhardt E., Stead D., Stimpson B., Read R.S.*: Identifying crack initiation and propagation thresholds in brittle rock. *Can. Geotech. J.*, vol. 35, 1998, s. 222–223
- [5] *Grassl P.*: On a damage-plasticity approach to model concrete failure. *Engineering and Computational Mechanics*, 2nd of January, 2009
- [6] *Gustkiewicz J.*: Synoptic View of Mechanical Behavior of Rocks Under Triaxial Compression. *Rock at Great Depth*, Maury & Fourmaintraux (eds), Balkema, Rotterdam, 3–10, 1989
- [7] *Jirasek M.*: Modeling of Localized Inelastic Deformation, Short course given by M. Jirasek at the Czech Technical University in Prague, 12–16 September 2011, materiały niepublikowane
- [8] *Krajcinovic D.*: *Damage Mechanics*. Elsevier, 1996
- [9] *Kwaśniewski M.*: Dylatacja jako zwiastun zniszczenia skały, Cz. 1 Fizykalna istota zjawiska dylatacji. *Przegląd Górniczy*, 42, 1986, 42–49