

*Andrzej Krowiak\**

## ALGORYTMY AUTOMATYCZNEGO WYLICZANIA BILANSU MAS WĘGLA SUROWEGO ORAZ SKAŁY PŁONNEJ PRZY DRAŻENIU CHODNIKÓW

---

### 1. Istota zagadnienia

Udostępnienie do eksploatacji pokładów węgla kamiennego wymaga uprzednio wykonania wyrobisk korytarzowych. Wyrobiska te, w zależności od warunków górniczo-geologicznych, drażone są: w skale płonnej, w węglu lub w pokładach węgla z przerostami skały płonnej. W wyniku prowadzenia prac przygotowawczych uzyskujemy odpowiedni strumień skały płonnej i węgla surowego. Z uzyskanego węgla surowego po przeróbce mechanicznej otrzymuje się węgiel handlowy przeznaczony do sprzedaży. Skała płonna, po wydobyciu na powierzchnię, stanowi odpad wymagający zagospodarowania. Sprzedaż węgla handlowego jest źródłem przychodów. Transport podziemny (poziomy i pionowy) urobku składającego się z mieszaniny węgla surowego i skały płonnej generuje koszty. Zagospodarowanie odpadów w postaci skały płonnej również tworzy koszty.

Przy budowie biznesplanów projektów obejmujących udostępnienie, a następnie eksploatację zasobów, w standardzie zdyskontowanych strumieni pieniężnych, bardzo istotnym elementem jest czas. Wyliczenia rozkładu bilansu mas węgla surowego oraz skały płonnej w czasie pozwala nam, na wyznaczenie przychodów oraz niektórych składników kosztów przypisanych do poszczególnych odcinków czasowych trwania projektu. Projektem, w rozumieniu tego artykułu, nazywać będziemy cykl działań obejmujących udostępnienie zasobów (wykonanie wszystkich wyrobisk korytarzowych). W artykule tym skoncentrowano się na wybranej części bilansu mas, związanej tylko z wykonaniem wyrobisk udostępniających. W pełnym projekcie występuje również bilans mas wynikający z eksploatacji zasobów. Ten temat jednak omówiony będzie przez autora w odrębnej publikacji.

W metodzie budowania algorytmów automatycznego liczenia bilansu mas przyjęto, że jednostką czasu będzie jeden dzień roboczy, a czas w całym projekcie liczony jest tylko

---

\* Główny Instytut Górnictwa, Katowice

w dniach roboczych. Przeniesienie wyników tak wykonanych obliczeń na układ kalendarzowy nie stanowi żadnego problemu merytorycznego.

Przedstawione w artykule algorytmy charakteryzują się dużym stopniem elastyczności. Można na ich podstawie liczyć bilanse mas dla wyrobisk drażonych sekwencyjnie (rozpoczęcie drażenia następnego po zakończeniu poprzedniego) lub dla kilku wyrobisk drażonych równolegle.

## 2. Funkcja Heaviside'a

Do budowy modelu przydatna będzie funkcja Heaviside'a. Ma ona następującą postać:

$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0, \\ 1 & \text{dla } x \geq 0. \end{cases}$$

W modelu będziemy ją zapisywali w postaci  $1(t)$ , gdzie  $t$  jest zmienną czasu.

Funkcję tę będziemy wykorzystywać do wyznaczenia odcinka czasu, w którym z danego wyrobiska będzie pozyskiwany urobek. Czynnikiem ten, nazywany w dalszej części artykułu **czynnikiem jednostkowym**, w wynikowych wzorach algorytmów będzie stosowany w ogólnej postaci:

$$[1(t_i) - 1(t_i + T_i)] \quad (1)$$

gdzie:

$t_i$  — moment czasu rozpoczęcia eksploatacji w  $i$ -tym wyrobisku liczony od początku projektu,

$T_i$  — czas eksploatacji  $i$ -tego wyrobiska.

Funkcję Heaviside'a można wyliczyć, stosując funkcję IF dostępną między innymi w programie narzędziowym EXCEL.

### Oznaczenia

W tekście artykułu przyjęto następujące oznaczenia:

$S_i$  — pole powierzchni przekroju poprzecznego  $i$ -tego wyrobiska;

$l_i$  — długość  $i$ -tego wyrobiska;

$\Delta l_i$  — dzienny postęp w drażeniu  $i$ -tego wyrobiska;

$T_i$  — czas drażenia  $i$ -tego wyrobiska;

$u_i$  — udział objętościowy węgla surowego w urobku uzyskanego z  $i$ -tego wyrobiska;

$rw_i$  — przelicznik objętości węgla surowego na jego masę w tonach, dla  $i$ -tego wyrobiska;

$rs_i$  — przelicznik objętości skały płonnej na jej masę w tonach, dla  $i$ -tego wyrobiska;

$V_i$  — objętość urobku uzyskanego z  $i$ -tego wyrobiska w ciągu jednego dnia roboczego;

- $mu_i$  — masa urobku uzyskanego z  $i$ -tego wyrobiska w ciągu jednego dnia roboczego;
- $mw_i$  — masa węgla surowego uzyskanego z  $i$ -tego wyrobiska w ciągu jednego dnia roboczego;
- $ms_i$  — masa skały płonnej uzyskanej z  $i$ -tego wyrobiska w ciągu jednego dnia roboczego;
- $Fw(t_m)$  — masa węgla surowego uzyskanego w dowolnym  $t_m$  dniu roboczym całego cyklu projektu;
- $Fs(t_m)$  — masa skały płonnej uzyskanej w dowolnym  $t_m$  dniu roboczym całego cyklu projektu;
- $Fu(t_m)$  — masa urobku uzyskanego w dowolnym  $t_m$  dniu roboczym całego cyklu projektu;
- $s$  — liczba wyrobisk wykonywanych w ramach danego projektu;

Używane w artykule słowo „wyrobisko” odnosi się tylko do wyrobisk korytarzowych.

### 3. Model prosty

W modelu prostym przyjęto następujące założenia:

- postępowanie dziennie drążenia  $i$ -tego wyrobiska jest stałe ( $\Delta l_i = \text{const}$ );
- w  $i$ -tym wyrobisku proporcje węgla surowego i skały płonnej są stałe ( $u_i = \text{const}$ );
- wyrobiska są drążone sekwencyjnie, to znaczy następne rozpoczyna się po zakończeniu poprzedniego.

Czas drążenia  $i$ -tego wyrobiska wylicza się ze wzoru:

$$T_i = \frac{l_i}{\Delta l_i} \quad (2)$$

Czynnik jednostkowy ze wzoru (1) dla  $i$ -tego wyrobiska jest wyrażony zależnością:

$$\left[ 1 - \left( \sum_{j=1}^{i-1} T_j \right) \right] - 1 \left( \sum_{j=1}^i T_j \right) \quad (3)$$

Po podstawieniu zależności (2) do wzoru (3) czynnik jednostkowy przyjmuje postać:

$$\left[ 1 - \left( \sum_{j=1}^{i-1} \frac{l_j}{\Delta l_j} \right) \right] - 1 \left( \sum_{j=1}^i \frac{l_j}{\Delta l_j} \right) \quad (4)$$

Objętość urobku uzyskanego z  $i$ -tego wyrobiska w ciągu jednego dnia roboczego wylicza się ze wzoru:

$$V_i = S_i \cdot \Delta l_i \quad (5)$$

Wielkość masy węgla surowego pozyskanego z wyrobiska  $i$  w ciągu jednej doby roboczej wynosi:

$$mw_i = V_i \cdot u_i \cdot rw_i \quad (6)$$

Analogicznie wielkość masy skały pływnej uzyskanej z wyrobiska  $i$  w ciągu jednej doby roboczej wynosi:

$$ms_i = V_i \cdot (1 - u_i) \cdot rs_i \quad (7)$$

Ustytuujmy teraz strumienie masy węgla surowego oraz skały pływnej na skali czasu. Pełny wzór wyliczeń, z uwzględnieniem zależności (4)–(7), dla każdego pojedynczego dnia roboczego  $i$ -tego wyrobiska, przedstawia się następująco:

$$mw_i = \left[ 1 \left( \sum_{j=1}^{i-1} \frac{l_j}{\Delta_j} \right) - 1 \left( \sum_{j=1}^i \frac{l_j}{\Delta_j} \right) \right] \cdot S_i \cdot \Delta l_i \cdot u_i \cdot rw_i \quad (8a)$$

$$ms_i = \left[ 1 \left( \sum_{j=1}^{i-1} \frac{l_j}{\Delta_j} \right) - 1 \left( \sum_{j=1}^i \frac{l_j}{\Delta_j} \right) \right] \cdot S_i \cdot \Delta l_i \cdot (1 - u_i) \cdot rs_i \quad (8b)$$

Funkcje wynikowe pozwalające na wyliczenie masy węgla surowego oraz skały pływnej wydobywanych z wyrobisk eksploatacyjnych, w dowolnej dobie roboczej całego cyklu projektu, dla wszystkich pól można wyliczyć z zależności:

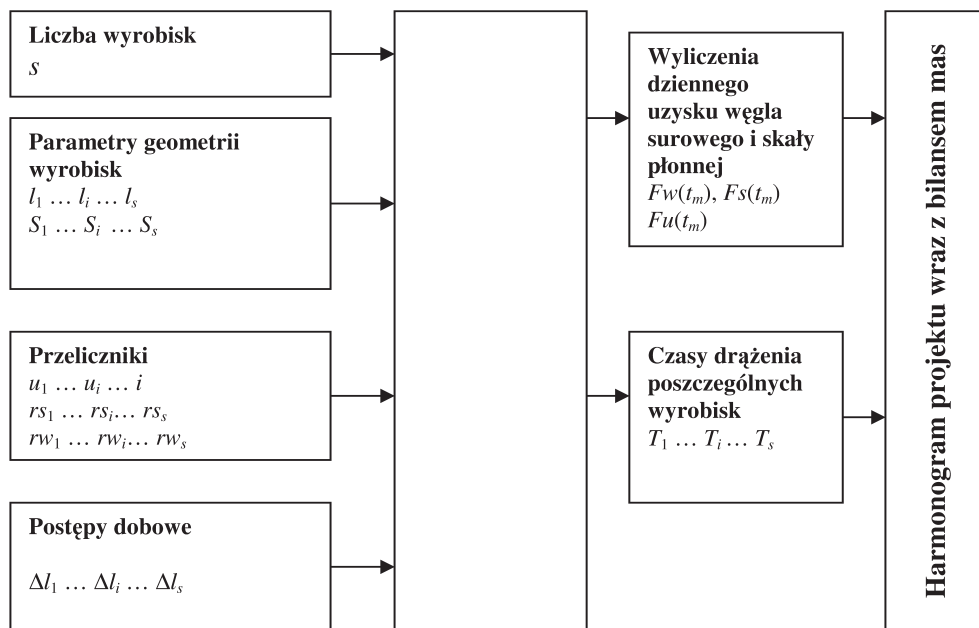
$$Fw(t_m) = \left[ 1(1) - 1 \left( t_m - \frac{l_1}{\Delta l_1} \right) \right] \cdot S_1 \cdot \Delta l_1 \cdot u_1 \cdot rw_1 + \sum_{k=2}^s \left[ 1 \left( t_m - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{l_j}{\Delta_j} \right) - 1 \left( t_m - \sum_{j=1}^k \frac{l_j}{\Delta_j} \right) \right] \cdot S_k \cdot \Delta l_k \cdot u_k \cdot rw_k \quad (9)$$

$$Fs(t_m) = \left[ 1(1) - 1 \left( t_m - \frac{l_1}{\Delta l_1} \right) \right] \cdot S_1 \cdot \Delta l_1 \cdot (1 - u_1) \cdot rw_1 + \sum_{k=2}^s \left[ 1 \left( t_m - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{l_j}{\Delta_j} \right) - 1 \left( t_m - \sum_{j=1}^k \frac{l_j}{\Delta_j} \right) \right] \cdot S_k \cdot \Delta l_k \cdot (1 - u_k) \cdot rw_k \quad (10)$$

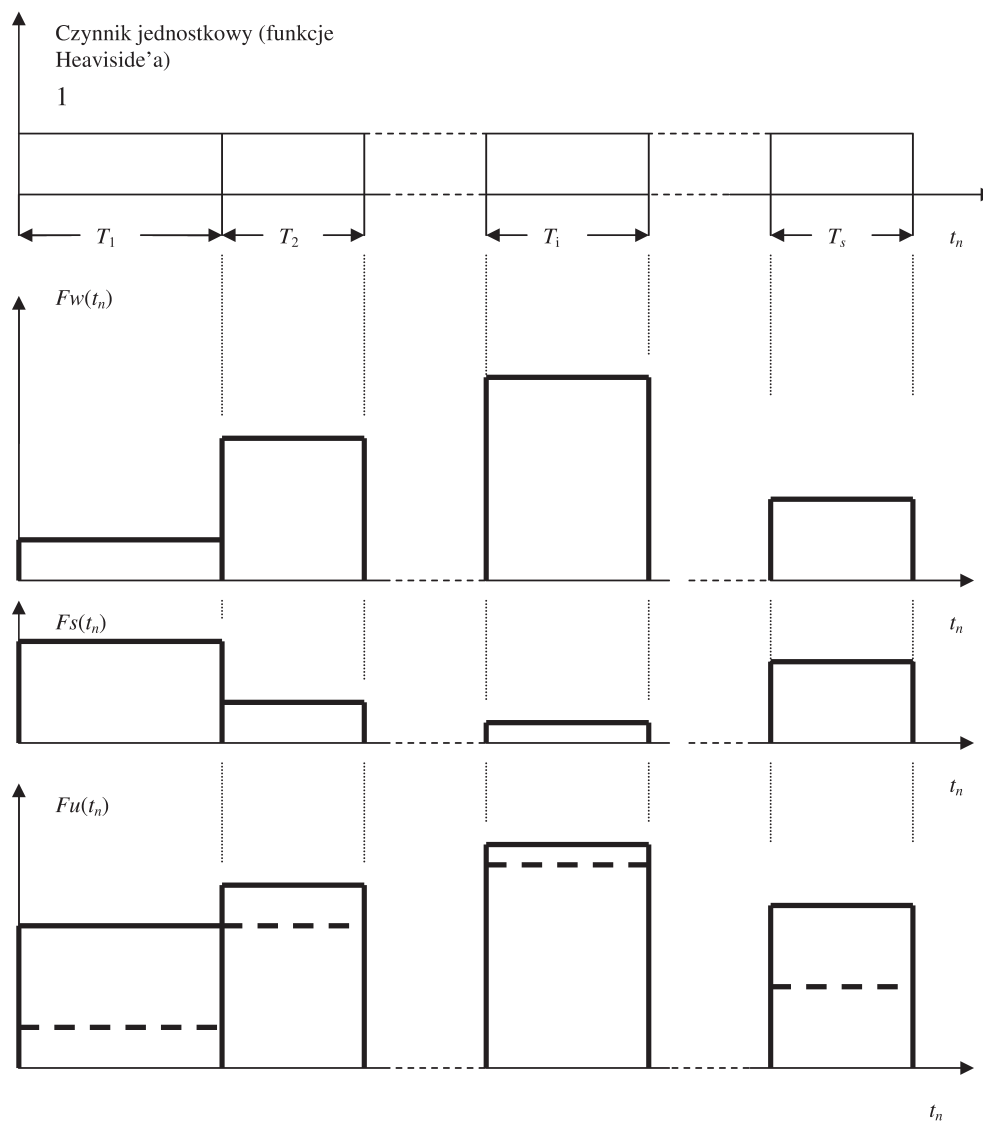
Masę urobku uzyskanego w dowolnej dobie roboczej projektu obowiązuje zależność:

$$Fu(t_m) = Fw(t_m) + Fs(t_m) \quad (11)$$

Model ten można przedstawić poglądowo w postaci schematu jak na rysunku 1 (na wklejce).



Rys. 1. Schemat poglądowy modelu prostego



Rys. 2. Poglądowy obraz graficzny harmonogramu projektu i bilansu mas w modelu prostym

Model ten charakteryzuje wysoki poziom uniwersalności i elastyczności. Może być wykorzystany do dowolnej liczby wyrobisk eksploatacyjnych wykonywanych w ramach danego projektu.

Z zewnątrz możemy zadawać następujące parametry:

- wymiary geometryczne wyrobisk eksploatacyjnych – dla każdego inne;
- proporcje węgla surowego i zanieczyszczeń w postaci skały płonnej w urobku indywidualnie – dla każdego z wyrobisk eksploatacyjnych;
- przeliczniki objętości węgla i skały płonnej na ich masę – indywidualnie dla każdego wyrobiska eksploatacyjnego.

Należy zauważyć, że model ten, na podstawie danych wejściowych, sam oblicza harmonogram realizacji projektu oraz bilans mas. Obraz graficzny takiego harmonogramu przedstawiono na rysunku 2 (na wklejce).

Harmonogram w postaci tablicy zawierającej bilans mas tworzy się poprzez zadawanie w odpowiednich wierszach i kolumnach wartości wyliczonych z funkcji  $Fw(t_m)$ ,  $Fs(t_m)$ ,  $Fu(t_m)$ , dla kolejnych dni roboczych projektu.

#### 4. Model rozbudowany

Przyjmijmy, że w  $i$ -tym wyrobisku występują odcinki wyraźnie różniące się proporcjami węgla surowego i skały płonnej i są to zmiany skokowe. Pozostałe założenia są identyczne jak w modelu prostym.

Podzielmy całe wyrobisko o długości  $l_i$  na odcinki różniące się istotnie proporcjami węgla surowego i skały płonnej. Długości odcinków oznaczmy kolejno:  $l_i^1, l_i^2, \dots, l_i^n, \dots, l_i^m$ , gdzie  $m$  – liczba tych odcinków w danym wyrobisku. Dla każdego z tych odcinków mamy inne proporcje udziału węgla surowego i skały płonnej w urobku. Przez analogię oznakowania będziemy więc mieli:  $u_i^1, u_i^2, \dots, u_i^n, \dots, u_i^m$ . Czasy wykonania poszczególnych odcinków tego wyrobiska oznaczmy symbolami:  $T_i^1, T_i^2, \dots, T_i^n, \dots, T_i^m$ .

Wprowadźmy jeszcze dodatkowo symbole:  $m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_s$  dla oznaczenia ilości odcinków wyraźnie różniących się proporcjami węgla surowego i skały płonnej w kolejnych wyrobiskach.

Przyjmując za podstawę zależność (2), możemy w odniesieniu do  $i$ -tego wyrobiska obliczyć:

$$T_i^n = \frac{l_i^n}{\Delta l_i} \quad (12)$$

Do dalszych analiz wykorzystajmy funkcję Heaviside'a do „włączania i wyłączania” wyliczeń odnoszących się do odpowiedniego odcinka wyrobiska do obliczeń.

Wyrażenie wyliczające wartości udziału węgla surowego w urobku w  $i$ -tym wyrobisku można przedstawić wzorem:

$$u_i(x) = \left\{ [1(1) - 1(x - T_i^1)] \cdot u_i^1 + \sum_{n=2}^{m_i} \left[ 1\left(x - \sum_{j=1}^{n-1} T_i^j\right) - 1\left(x - \sum_{j=1}^n T_i^j\right) \right] \cdot u_i^n \right\} \quad (13)$$

gdzie  $x$  – zmienna czasu liczona od momentu startu urabiania  $i$ -tego wyrobiska.

Przechodząc na skalę czasu liczoną od początku projektu, otrzymujemy w odniesieniu do  $i$ -tego wyrobiska zależność:

$$x = t_m - \sum_{j=1}^{i-1} T_j \quad (14)$$

Zamieniając we wzorach (9) i (10) wartość stałą  $u_i$  na różne jej wartości dyskretne  $u_i(x)$  wynikające ze wzoru (13), z uwzględnieniem zależności (14), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} Fw(t_m) = & \left[ 1(1) - 1\left(t_m - \frac{l_1}{\Delta l_1}\right) \right] \cdot S_1 \cdot \Delta l_1 \cdot rw_1 \cdot \\ & \left\{ \left[ 1(1) - 1\left(t_m - \frac{l_1^1}{\Delta l_1}\right) \right] \cdot u_1^1 + \sum_{n=2}^{m_1} \left[ 1\left(t_m - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{l_1^j}{\Delta l_1}\right) - 1\left(t_m - \sum_{j=1}^n \frac{l_1^j}{\Delta l_1}\right) \right] \cdot u_1^n \right\} + \\ & + \sum_{k=2}^s \left[ 1\left(t_m - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{l_j}{\Delta l_j}\right) - 1\left(t_m - \sum_{j=1}^k \frac{l_j}{\Delta l_j}\right) \right] \cdot S_k \cdot \Delta l_k \cdot rw_k \cdot \\ & \left\{ \left[ 1\left(t_m - \sum_{j=1}^{s-1} \frac{l_j}{\Delta_j}\right) - 1\left(t_m - \sum_{j=1}^s \frac{l_j}{\Delta_j} - \frac{l_k^1}{\Delta l_k}\right) \right] \cdot u_k^1 + \right. \\ & \left. + \sum_{n=2}^{m_1} \left[ 1\left(t_m - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{l_j}{\Delta l_j} - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{l_n^j}{\Delta l_n}\right) - \left(t_m - \sum_{j=1}^s \frac{l_j}{\Delta l_j} - \sum_{j=1}^n \frac{l_n^j}{\Delta l_n}\right) \right] \cdot u_k^n \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

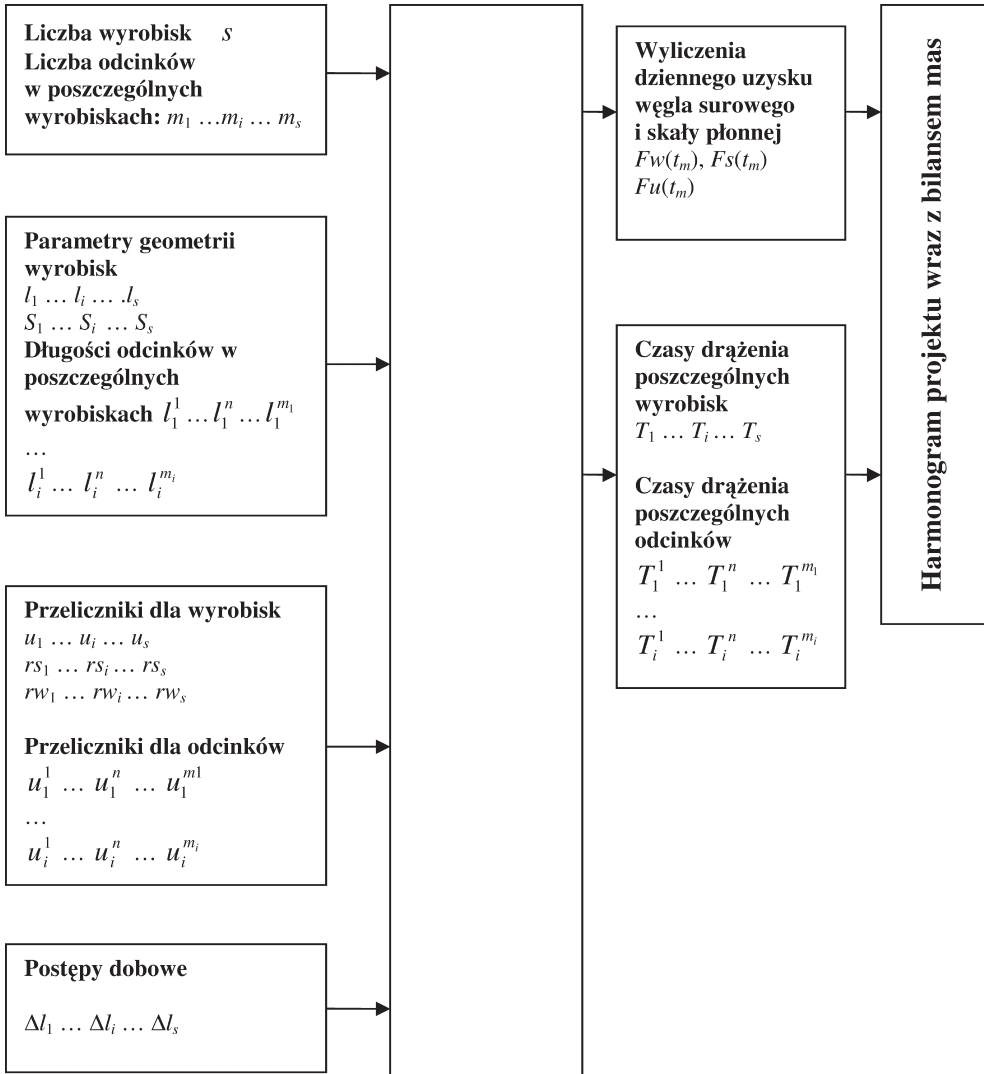
$$\begin{aligned} Fs(t_m) = & \left[ 1(1) - 1\left(t_m - \frac{l_1}{\Delta l_1}\right) \right] \cdot S_1 \cdot \Delta l_1 \cdot rw_1 \cdot \\ & \left\{ \left[ 1(1) - 1\left(t_m - \frac{l_1^1}{\Delta l_1}\right) \right] \cdot (1 - u_1^1) + \sum_{n=2}^{m_1} \left[ 1\left(t_m - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{l_1^j}{\Delta l_1}\right) - 1\left(t_m - \sum_{j=1}^n \frac{l_1^j}{\Delta l_1}\right) \right] \cdot (1 - u_1^n) \right\} + \\ & + \sum_{k=2}^s \left[ 1\left(t_m - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{l_j}{\Delta l_j}\right) - 1\left(t_m - \sum_{j=1}^k \frac{l_j}{\Delta l_j}\right) \right] \cdot S_k \cdot \Delta l_k \cdot rw_k \cdot \\ & \left\{ \left[ 1\left(t_m - \sum_{j=1}^{s-1} \frac{l_j}{\Delta_j}\right) - 1\left(t_m - \sum_{j=1}^s \frac{l_j}{\Delta_j} - \frac{l_k^1}{\Delta l_k}\right) \right] \cdot (1 - u_k^1) + \right. \\ & \left. + \sum_{n=2}^{m_1} \left[ 1\left(t_m - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{l_j}{\Delta l_j} - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{l_n^j}{\Delta l_n}\right) - \left(t_m - \sum_{j=1}^s \frac{l_j}{\Delta l_j} - \sum_{j=1}^n \frac{l_n^j}{\Delta l_n}\right) \right] \cdot (1 - u_k^n) \right\} \end{aligned} \quad (16)$$



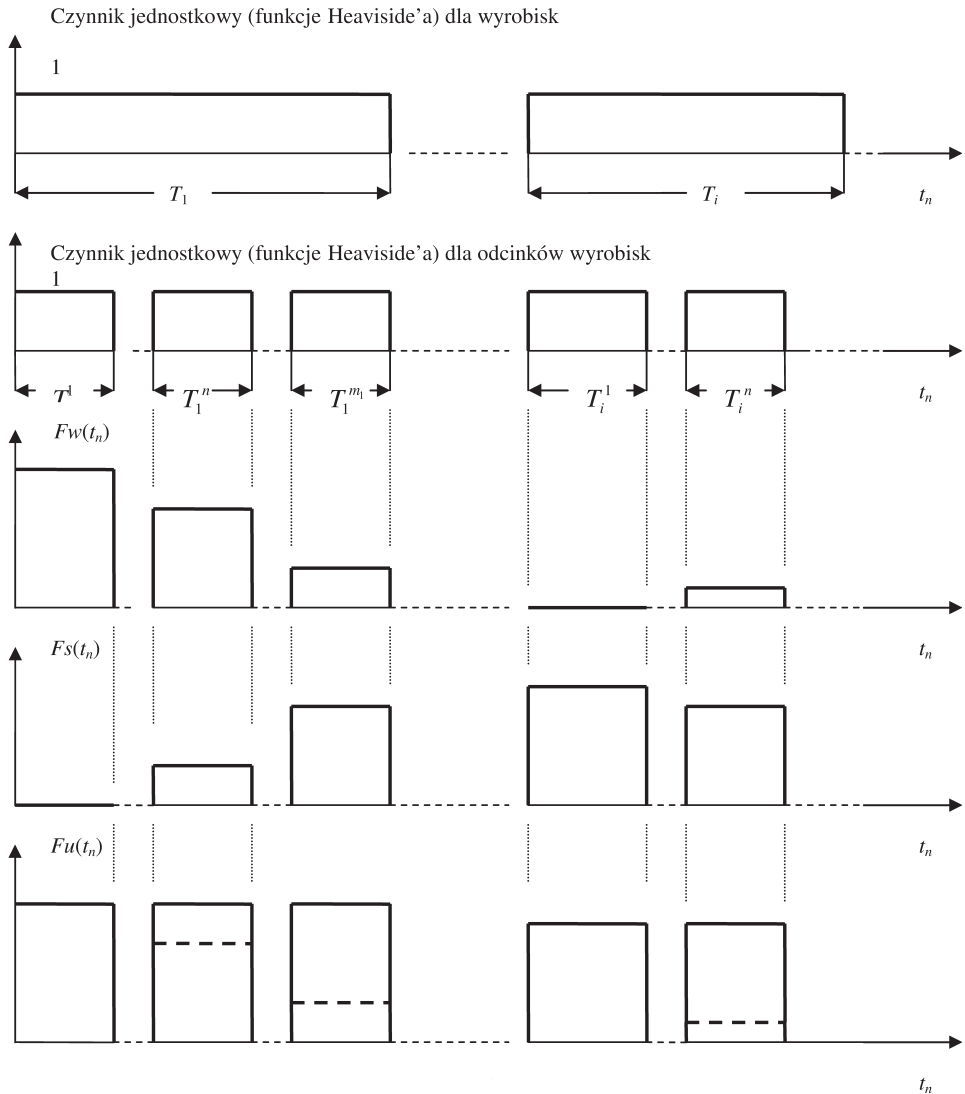
Model ten można przedstawić poglądowo w postaci schematu jak na rysunku 3 i 4.

Z zewnątrz możemy zadawać dodatkowo w porównaniu z modelem prostym, następujące parametry:

- liczba odcinków w poszczególnych wyrobiskach, różniących się istotnie proporcjami uzysku węgla i skały płonnej;
- proporcje uzysku węgla i skały płonnej dla poszczególnych odcinków wybranych wyrobisk różniących się istotnie proporcjami uzysku węgla i skały płonnej.



Rys. 3. Schemat poglądowy modelu rozbudowanego



Rys. 4. Poglądowy obraz graficzny harmonogramu projektu i bilansu mas w modelu rozbudowanym

## 5. Model z zadawaniem momentu czasu rozpoczęcia drążenia poszczególnych wyrobisk

W poprzednich modelach zakładaliśmy sekwencyjne drążenie wyrobisk (rozpoczęcie drążenia następnego zaczyna się po wykonaniu poprzedniego). Wprowadźmy dodatkowe oznaczenie  $TS_i$  dla momentu rozpoczęcia drążenia wyrobiska  $i$ .

W modelach poprzednich moment rozpoczęcia drażenia wyrobiska  $i$  wyliczany był automatycznie według wzoru:

$$TS_i = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{l_j}{\Delta l_j} \quad (17)$$

W tym modelu przyjmijmy, że jest możliwe drażenie równoległe w czasie kilku wyrobisk. Oznacza to, że musimy z zewnątrz zadawać wartości  $TS_i$  dla poszczególnych wyrobisk.

Wtedy, odpowiednio we wzorach (9) i (10) w odniesieniu do modelu prostego lub we wzorach (15) i (16) w odniesieniu do modelu rozbudowanego, we wszystkich miejscach, gdzie występuje składnik  $\frac{l_j}{\Delta l_j}$  wpisujemy wartości  $TS_i$ . W ten sposób z zastosowaniem podanych uprzednio wzorów możemy obliczać wartości  $Fw(t_m)$  oraz wartości  $Fs(t_m)$ .

## 6. Zakończenie

Przedstawione algorytmy wyliczania bilansu mas węgla surowego i skały płonnej przy drażeniu wyrobisk korytarzowych (prace udostępniające zasoby do eksploatacji) mogą mieć zastosowanie praktyczne. Wyprowadzone wzory matematyczne nadają się do wykorzystania bezpośredniego w obliczeniach. W przedstawionych modelach obliczeń uwzględniono dwa warianty: drażenia wyrobisk sekwencyjnie (drażenie następnego rozpoczyna się po zakończeniu poprzedniego) lub równoległe. Możliwe jest obliczanie bilansu mas dla wyrobisk wykonywanych w skale, węgłu lub złożach charakteryzujących się przerozami węgla i skały płonnej. Możliwe jest również wyliczanie bilansu mas dla poszczególnych wyrobisk, w których można wydzielić odcinki różniące się istotnie proporcjami węgla surowego i skały płonnej.

Wyliczenie bilansu mas jest bardzo przydatne między innymi do budowy biznesplanów z zastosowaniem zdyskontowanych strumieni pieniężnych. Ilości wydobytego węgla surowego w poszczególnych odcinkach czasu są podstawą do wyliczenia przychodów ze sprzedaży węgla handlowego uzyskanego w procesie przeróbki mechanicznej z węgla surowego. Ilości skały płonnej mają wpływ na koszty zagospodarowania odpadów. Suma urobku służy do wyliczenia kosztów transportu podziemnego (transport poziomy i pionowy).

Przedstawione algorytmy służą do wyliczania bilansu mas przy drażeniu wyrobisk korytarzowych. Jest to jedynie pierwsza część zagadnienia obliczania bilansu mas projektów udostępniania i eksploatacji zasobów. Drugą część stanowi obliczanie bilansu mas w odniesieniu do eksploatacji pokładów węgla. Zagadnieniu temu poświęcona będzie jednak odrębna publikacja.