Stepan Savula*, Yevhen Kharchenko**

TŁUMIENIE DRGAŃ KOLUMNY RUR POMPOWO-SPRĘŻARKOWYCH W ODWIERCIE PODZIEMNEGO ZBIORNIKA GAZU

1. WSTĘP

Nagazowanie złoża oraz wydobywanie gazu wykonuje się za pomocą kolumny rur pompowo-sprężarkowych i otworów w kolumnie rur okładzinowych. W związku z turbulentnym przepływem gazu w otworze wiertniczym oraz oddziaływaniem wzajemnym gazu i ciekłego środowiska powstają drgania kolumny pompowo-sprężarkowej. Wskutek wibracji kolumny następuje odkręcanie jej dolnych rur, które spadają na dno otworu wiertniczego i ulegają dużym odkształceniom plastycznym lub zniszczeniu. Przy tym istotnie pomniejsza się wydajność odwiertu, ulegają ścieraniu się dolne rury okładzinowe.

Aby usunąć szkodliwy wpływ wibracji na niezawodność pracy kolumny rur pompowo-sprężarkowych, należy przeprowadzić badania jej drgań swobodnych i wymuszonych [6]. W niniejszym artykule przedstawiono model matematyczny drgań przestrzennych kolumny z uwzględnieniem oddziaływania wzajemnego rur i ścianek otworu wiertniczego. Zagadnienie rozwiązuje się na podstawie technicznej teorii belek [1–3], z zastosowaniem metody elementów skończonych [4, 5], która istotnie ułatwia numeryczną realizacje modelu matematycznego za pomocą programu komputerowego.

2. MODEL MATEMATYCZNY DRGAŃ POPRZECZNO-SKRĘTNYCH KOLUMNY RUR POMPOWO-SPRĘŻARKOWYCH

Kolumnę rur pompowo-sprężarkowych rozpatrujemy jako pręt, który ma w stanie swobodnym oś prostoliniową. Podczas opuszczania kolumny do odwiertu jej oś wykrzywia się w związku z wykrzywieniem odwiertu w przestrzeni. Nieskończenie małe odcinki rur pompowo-sprężarkowych pod wpływem sił wewnętrznych mogą swobodnie się przemiesz-

* Zarząd Głównych Przewodów Gazowych „Lvivtransgaz”, Lwów
** Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Olsztyn

czać w kierunku poprzecznym tylko na odległość, która równa się szerokości szczeliny pomiędzy pompowo-sprężarkowymi i okładzinowymi rurami. Oczywiste jest to, iż zarówno statyczne, jak i dynamiczne siły oddziaływania wzajemnego kolumny rur pompowo-sprężarkowych ze ścianką odwiertu zależą od kształtu osi odwiertu.

W celu zestawienia modelu matematycznego drgań poprzeczno-skrętnych kolumny rur pompowo-sprężarkowych zgodnie z metodą elementów skończonych rozbijamy pręt na n odcinków o długości l_1, l_2, …, l_n, a jego rozłożoną masę zamieniamy skupionymi w węzłach masami:

$$m_i = \frac{1}{2}\rho\,(A_i l_i + A_{i+1} l_{i+1}) \ (i = 1, 2, ..., n-1), \quad m_n = \frac{1}{2}\rho\, A_n l_n \tag{1}$$

gdzie:

- ρ – gęstość materiału,
- A_i, l_i – powierzchnie przekrojów poprzecznych oraz długości odcinków (i = 1, 2, …, n).

Ruch kolumny rur pompowo-sprężarkowych rozpatrujemy w kartezjańskim układzie współrzędnych x, y, z. Oś x skierowana jest pionowo w dół, a początek współrzędnych O pokrywa się ze wspólnym środkiem skrajnego przekroju poprzecznego kolumny i odwiertu. Równania wykrzywionej osi odwiertu przedstawiamy w postaci:

$$y = y_0(x), \quad z = z_0(x), \quad (0 \le x \le l) \tag{2}$$

gdzie l – głębokość zanurzenia kolumny do odwiertu.

Rozpatrzmy oddziaływanie w płaszczyźnie xOy dwóch sąsiednich odcinków kolumny z łączącym ich węzłem, oznaczając przemieszczenia węzła o numerze porządkowym i (i = 1, 2, …, n) w kierunku osi y jako y_i; kąt obrotu tego węzła w kierunku ruchu wskazówek zegara – jako φ_i; rzut na oś y reakcji ścianek odwiertu w danym węźle – jako R_{yi}; siły poprzeczne i momenty gnące na granicach odcinka (elementu skończonego) o numerze porządkowym i – jako Q_{1i}, M_{1i}, Q_{2i}, M_{2i}.

Stosując techniczną teorię zginania oraz biorąc pod uwagę, iż postępowe i obrotowe przemieszczenia zamocowanego końca kolumny są równe zeru, zapisujemy wartości sił wewnętrznych, które przenoszą się na węzły kolumny:

$$\begin{pmatrix} Q_{21} \\ M_{21} \end{pmatrix} = \frac{2EI_1}{l_1^3}\begin{pmatrix} 6 & 3l_1 \\ 3l_1 & 2l_1^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} y_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} + \frac{2\nu_0 I_1}{l_1^3}\begin{pmatrix} 6 & 3l_1 \\ 3l_1 & 2l_1^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} y_1 \\ \omega_1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$\begin{pmatrix} Q_{2i} \\ M_{2i} \end{pmatrix} = \frac{2EI_i}{l_i^3}\begin{pmatrix} -6 & 3l_i \\ -3l_i & l_i^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} y_{i-1} \\ \varphi_{i-1} \end{pmatrix} + \frac{2EI_i}{l_i^3}\begin{pmatrix} 6 & 3l_i \\ 3l_i & 2l_i^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} y_i \\ \varphi_i \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{2\nu_0 I_i}{l_i^3}\begin{pmatrix} -6 & 3l_i \\ -3l_i & l_i^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \nu_{i-1} \\ \omega_{i-1} \end{pmatrix} + \frac{2\nu_0 I_i}{l_i^3}\begin{pmatrix} 6 & 3l_i \\ 3l_i & 2l_i^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \nu_i \\ \omega_i \end{pmatrix} \tag{4}$$

$(i = 2, 3, ..., n)$

$$\begin{pmatrix} Q_{1,i+i} \\ M_{1,i+i} \end{pmatrix} = \frac{2EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} \begin{pmatrix} 6 & -3l_{i+1} \\ -3l_{i+1} & l_{i+1}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_i \\ \varphi_i \end{pmatrix} + \frac{2EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} \begin{pmatrix} -6 & -3l_{i+1} \\ 3l_{i+1} & l_{i+1}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_{i+1} \\ \varphi_{i+1} \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{2\nu_0 I_{i+1}}{l_{i+1}^3} \begin{pmatrix} 6 & -3l_{i+1} \\ -3l_{i+1} & l_{i+1}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nu_i \\ \omega_i \end{pmatrix} + \frac{2\nu_0 I_{i+1}}{l_{i+1}^3} \begin{pmatrix} -6 & -3l_i \\ 3l_{i+1} & l_{i+1}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nu_{i+1} \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} \qquad (5)$$

$(i = 2, 3, ..., n–1)$

gdzie:

- E – moduł Younga materiału rur pompowo-sprężarkowych,
- ν_0 – współczynnik dyssypacji,
- I_i – osiowy moment bezwładności przekroju poprzecznego rury (i = 1, 2, …, n),
- v_i, ω_i – prędkość postępowego i obrotowego ruchu węzłów (i = 1, 2, …, n).

Zgodnie z zasadą d'Alemberta, równanie ruchu postępowego węzłów w kierunku osi y zapisujemy w postaci:

$$\begin{aligned} & m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} + Q_{21} + Q_{1,i+1} + R_{yi} = 0 \qquad (i = 1, 2, ..., n-1) \\ & m_n \frac{d^2 y_n}{dt^2} + Q_{2n} + R_{yn} = P_{yn} \end{aligned} \qquad (6)$$

gdzie P_{yn} – rzut obciążenia dynamicznego dolnego końca kolumny na oś y.

Biorąc pod uwagę zależności (3)–(6), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} & m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 12E \begin{pmatrix} \frac{I_1}{l_1^3} + \frac{I_2}{l_2^3} - \frac{I_2}{l_2^3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + 6E \begin{pmatrix} \frac{I_1}{l_1^2} - \frac{I_2}{l_2^2} - \frac{I_2}{l_2^2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} + \\ & + 12\nu_0 \begin{pmatrix} \frac{I_1}{l_1^3} - \frac{I_2}{l_2^3} - \frac{I_2}{l_2^3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + 6\nu_0 \begin{pmatrix} \frac{I_1}{l_1^2} - \frac{I_2}{l_2^2} - \frac{I_2}{l_2^2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} + R_{y1} = 0 \end{aligned} \qquad (7)$$

$$\begin{aligned} & m_i \frac{d^2 y}{dt^2} + 12E \begin{pmatrix} -\frac{I_i}{l_i^3} \frac{I_i}{l_i^3} + \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^3} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_{i-1} \\ y_i \\ y_{i+1} \end{pmatrix} + 6E \begin{pmatrix} \frac{I_i}{l_i^2} \frac{I_i}{l_i^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{i-1} \\ \varphi_i \\ \varphi_{i+1} \end{pmatrix} + \\ & + 12\nu_0 \begin{pmatrix} -\frac{I_i}{l_i^3} \frac{I_i}{l_i^3} + \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^3} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nu_{i-1} \\ \nu_i \\ \nu_{i+1} \end{pmatrix} + 6\nu_0 \begin{pmatrix} \frac{I_i}{l_i^2} \frac{I_i}{l_i^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_{i-1} \\ \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} + R_{yi} = 0 \end{aligned} \qquad (8)$$

$(i = 2, 3, ..., n-1)$

$$m_n \frac{d^2 y_n}{dt^2} + 12E \left(-\frac{I_n}{l_n^3} \; \frac{I_n}{l_n^3} \right) \cdot \begin{pmatrix} y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + 6E \left(\frac{I_n}{l_n^2} \; \frac{I_n}{l_n^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{n-1} \\ \varphi_n \end{pmatrix} + \\ + 12\nu_0 \left(-\frac{I_n}{l_n^3} \; \frac{I_n}{l_n^3} \right) \cdot \begin{pmatrix} \nu_{n-1} \\ \nu_n \end{pmatrix} + 6\nu_0 \left(\frac{I_n}{l_n^2} \; \frac{I_n}{l_n^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \omega_{n-1} \\ \omega_n \end{pmatrix} + R_{yn} = P_{yn} \tag{9}$$

Pomijając siły bezwładności ruchu obrotowego węzłów, równanie równowagi momentów zapisujemy w postaci:

$$M_{2i} + M_{1,i+1} = 0 \quad (i = 1, 2, ..., n-1), \quad M_{2n} = 0 \tag{10}$$

Biorąc pod uwagę równości (3)–(5), przekształcamy zależność (10) do postaci:

$$6E \left(\frac{I_1}{l_1^2} - \frac{I_2}{l_2^2} \; \frac{I_2}{l_2^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + 2E \left(\frac{2I_1}{l_1} + \frac{2I_2}{l_2} \; \frac{I_2}{l_2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} + \\ + 6\nu_0 \left(\frac{I_1}{l_1^2} - \frac{I_2}{l_2^2} \; \frac{I_2}{l_2^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} + 2\nu_0 \left(\frac{2I_1}{l_1} + \frac{2I_2}{l_2} \; \frac{I_2}{l_2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} = 0 \tag{11}$$

$$6E \left(-\frac{I_i}{l_i^2} \; \frac{I_i}{l_i^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \; \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} y_{i-1} \\ y_i \\ y_{i+1} \end{pmatrix} + 2E \left(\frac{I_i}{l_i} \; \frac{2I_i}{l_i} + \frac{2I_{i+1}}{l_{i+1}} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}} \right) \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{i-1} \\ \varphi_i \\ \varphi_{i+1} \end{pmatrix} + \\ + 6\nu_0 \left(-\frac{I_i}{l_i^2} \; \frac{I_i}{l_i^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \; \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \nu_{i-1} \\ \nu_i \\ \nu_{i+1} \end{pmatrix} + 2\nu_0 \left(\frac{I_i}{l_i} \; \frac{2I_i}{l_i} + \frac{2I_{i+1}}{l_{i+1}} \; \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}} \right) \cdot \begin{pmatrix} \omega_{i-1} \\ \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} = 0 \tag{12}$$

$(i = 2, 3, ..., n-1)$

$$6E \left(-\frac{I_n}{l_n^2} \; \frac{I_n}{l_n^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} + 2E \left(\frac{I_n}{l_n} \; \frac{2I_n}{l_n} \right) \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{n-1} \\ \varphi_n \end{pmatrix} + \\ + 6\nu_0 \left(-\frac{I_n}{l_n^2} \; \frac{I_n}{l_n^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \nu_{n-1} \\ \nu_n \end{pmatrix} + 2\nu_0 \left(\frac{I_n}{l_n} \; \frac{2I_n}{l_n} \right) \cdot \begin{pmatrix} \omega_{n-1} \\ \omega_n \end{pmatrix} = 0 \tag{13}$$

Łącząc zależności (7)–(9) w jedną macierzową równość, otrzymujemy

$$M \frac{d^2 Y}{dt^2} + C_y Y + C_\varphi \Phi + N_y V + N_\varphi \Omega + R_y = P_y \tag{14}$$

gdzie:

Y, Φ – macierze kolumnowe nieznanych przemieszczeń:

$$Y = \mathrm{col}(\nu_1, \nu_2, ..., \nu_n), \qquad \Phi = \mathrm{col}(\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n),$$

V, Ω – macierze kolumnowe prędkości postępowego i obrotowego ruchu węzłów:

$$V = \mathrm{col}((\nu_1, \nu_2, ..., \nu_n), \qquad \Omega = \mathrm{col}(\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n),$$

M – macierz diagonalna współczynników bezwładności, przedstawionych wzorami (1): $M = \mathrm{diag}(m_1, m_2, ..., m_n)$,

C_y, C_φ – macierze kwadratowe współczynników sztywności, które z uwzględnieniem oznaczeń $\alpha_i = I_i / l_i^3$, $\beta_i = I_i / l_i^2$ przedstawiamy w postaci:

$$C_y = 12E \begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 & -\alpha_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_2 & \alpha_2 + \alpha_3 & -\alpha_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_3 & \alpha_3 + \alpha_4 & -\alpha_4 & 0 & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_i & \alpha_i + \alpha_{i+1} & -\alpha_{i+1} & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_n & \alpha_n \end{pmatrix},$$

$$C_\varphi = 6E \begin{pmatrix} \beta_1 - \beta_2 & -\beta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_2 & \beta_2 - \beta_3 & -\beta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_3 & \beta_3 - \beta_4 & -\beta_4 & 0 & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & \beta_i & \beta_i - \beta_{i+1} & -\beta_{i+1} & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_n & \beta_n \end{pmatrix},$$

N_y, N_φ – macierze kwadratowe współczynników dyssypacji:

$$N_y = \frac{\nu_0}{E} C_y, \quad N_\varphi = \frac{\nu_0}{E} C_\varphi,$$

R_y, P_y – macierze kolumnowe rzutów reakcji ścianki odwiertu oraz rzutów obciążeń na oś y:

$$R_y = \mathrm{col}(R_{y1}, R_{y2}, ..., R_{yn}), \qquad P_y = \mathrm{col}(0, 0, ..., P_n).$$

Analogicznie łączymy zależności (11)–(13)

$$D_y Y + D_\varphi \Phi + K_y V + K_\varphi \Omega = 0 \tag{15}$$

gdzie:

D_y, D_φ – macierze kwadratowe współczynników sztywności, które z uwzględnieniem wartości $\beta_i = I_i / l_i^2$, $\gamma_i = I_i / l_i$ zapisujemy jako:

$$D_y = 6E \begin{pmatrix} \beta_1 - \beta_2 & \beta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_2 & \beta_2 - \beta_3 & \beta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_3 & \beta_3 - \beta_4 & \beta_4 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & -\beta_i & \beta_i - \beta_{i+1} & \beta_{i+1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta_n & \beta_n \end{pmatrix},$$

$$D_\varphi = 2E \begin{pmatrix} 2\gamma_1 + 2\gamma_2 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_2 & 2\gamma_2 + 2\gamma_3 & \gamma_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_3 & 2\gamma_3 + 2\gamma_4 & \gamma_4 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_i & 2\gamma_i + 2\gamma_{i+1} & \gamma_{i+1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_n & 2\gamma_n \end{pmatrix},$$

K_y, K_φ – macierze kwadratowe współczynników dyssypacji:

$$K_y = \frac{\nu_0}{E} D_y, \quad K_\varphi = \frac{\nu_0}{E} D_\varphi.$$

Analogicznie do równości (14) i (15) zapisujemy równania ruchu postępowego węzłów w kierunku osi z oraz równania momentów gnących w płaszczyźnie xOz:

$$M \frac{d^2 Z}{dt^2} + C_z Z + C_\psi \Psi + N_z W + N_\psi \Theta + R_z = P_z \tag{16}$$

$$D_z Z + D_\psi \Psi + K_z W + K_\psi \Theta = 0 \tag{17}$$

gdzie:

Z, Ψ – macierze kolumnowe przemieszczeń węzłów w kierunku osi z i kątów obrotu węzłów w płaszczyźnie xOz, zestawione analogicznie do macierzy kolumnowych Y i Φ:

$Z = \mathrm{col}(z_1, z_2, ..., z_n)$, $\Psi = \mathrm{col}(\psi_1, \psi_2, ..., \psi_n)$,

W, Θ – macierze kolumnowe prędkości postępowego i obrotowego ruchu węzłów, stworzone analogicznie do macierzy kolumnowych V i Ω:

$W = \mathrm{col}(w_1, w_2, ..., w_n)$, $\Theta = \mathrm{col}(\vartheta_1, \vartheta_2, ..., \vartheta_n)$,

C_z, C_ψ, D_z, D_ψ – macierze kwadratowe współczynników sztywności, przy czym: $C_z = C_y, \quad C_\psi = C_\varphi, \quad D_z = D_y, \quad D_\psi = D_\varphi$,

N_z, N_ψ, K_z, K_ψ – macierze kwadratowe współczynników dyssypacji: $N_z = N_y, \quad N_\psi = N_\varphi, \quad K_z = K_y, \quad K_\psi = K_\varphi$,

R_z, P_z – macierze kolumnowe rzutów na oś z reakcji ścianki odwiertu oraz rzutów obciążeń, które zostały zestawione analogicznie do macierzy R_y i P_y, wykorzystanych w równaniu (14).

Eliminujemy za pomocą zależności (15) macierz kolumnową Φ w równaniu macierzowym (14) i doprowadzamy to równanie do postaci zagadnienia Cauchy'ego:

$$\frac{dY}{dt} = V$$

$$\frac{dV}{dt} = \tag{18}$$

$$= M^{-1}\left[(C_\varphi D_\varphi^{-1} D_y - C_y)Y + (C_\varphi D_\varphi^{-1} K_y - N_y)V + (C_\varphi D_\varphi^{-1} K_\varphi - N_\varphi)\Omega - R_y + P_y \right]$$

Przetwarzając analogicznie równania (16) i (17) otrzymujemy:

$$\frac{dZ}{dt} = W$$

$$\frac{dW}{dt} = \tag{19}$$

$$= M^{-1}\left[(C_\psi D_\psi^{-1} D_z - C_z)Z + (C_\psi D_\psi^{-1} K_z - N_z)W + (C_\psi D_\psi^{-1} K_\psi - N_\psi)\Theta - R_z + P_z \right]$$

Równania (18) i (19), które opisują poprzeczne drgania kolumny, rozwiązuje się wraz z równaniami drgań skrętnych. Warunki początkowe całkowania równań ruchu obliczamy z uwzględnieniem zależności (2).

3. WYNIKI OBLICZEŃ I WNIOSKI

Dla określenia wpływu wibracji kolumny rur pompowo-sprężarkowych na niezawodność pracy jej połączeń gwintowych wykonano obliczenia drgań wymuszonych kolumny o długości 1000 m. Kolumna składa się z rur o zewnętrznej średnicy wynoszącej 114,3 mm i o grubości ścianki 7 mm. Został rozpatrzony ogólny przypadek zagadnienia, przy którym kolumna utwierdzona jest na górnym końcu, dolny koniec kolumny obciążony siłami okresowymi w kierunkach osi *y* i *z*, podczas drgań powstają zderzenia kolumny o ścianki skrzywionego otworu wiertniczego. Jak wynika z obliczeń, wibracje kolumny odbywają się w okresie wyższych jej częstotliwości własnych, których widmo ma wielką gęstość, co świadczy o wysokim prawdopodobieństwie powstania zjawisk rezonansowych. Badania wykazują, iż jeśli dolny koniec kolumny nie jest oparty, bierze on największy udział w procesach wibracyjnych. Zamocowanie dolnej części kolumny za pomocą urządzeń rozporowych daje możliwość istotnego pomniejszenia amplitudy wibracji rur pompowo-sprężarkowych oraz ułatwienia warunków pracy połączeń gwintowych. W celu pomniejszenia szkodliwego wpływu wibracji rur pompowo-sprężarkowych zaproponowano konstrukcję tłumnika drgań [7] oraz opracowano metodykę obliczania sztywności taśmowych sprężyn tłumnika.

LITERATURA

[1] Giergiel J.: *Drgania układów mechanicznych*. Kraków, AGH 1980

[2] Osiński Z.: *Teoria drgań*. Warszawa, PWN 1978

[3] Uhl T.: *Zastosowanie analizy modalnej w diagnostyce maszyn*. Diagnostyka, vol 23, 2000, 87–92

[4] Зенкевич О., Морган К.: *Конечные элементы и аппроксимация*. М.: Мир 1986

[5] Харченко Е.В.: *Динамические процессы буровых установок*. Львов, Світ 1991.

[6] Савула С.Ф., Колодій В.Т., Харченко Е.В., Кичма А.О.: *Оцінка впливу коливань колони насосно-компресорних труб на умови роботи різьових з'єднань*. Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. Вип. 2 (8), Івано-Франківськ, ІФНТУНГ 2004

[7] Савула С.Ф., Колодій В.Т., Гурняк Л.І., Кичма А.О., Харченко Е.В.: *Віброізолятор колони насосно-компресорних труб*. Деклараційний патент на винахід, No. 67304A, Бюл. No. 6, від 15.06.2004